

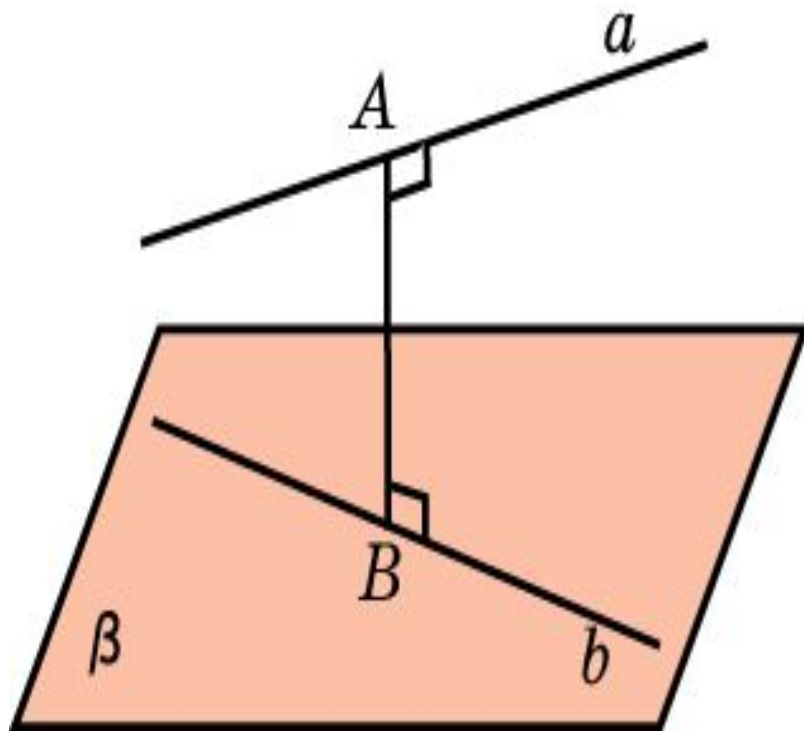
# РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Расстоянием между двумя  
непересекающимися прямыми в пространстве  
называется длина общего перпендикуляра,  
проведенного к этим прямым.

## **Первый способ сводится к нахождению расстояния от точки до плоскости**

**Идея заключается в построении:**

- а) двух параллельных плоскостей, каждая из которых проходит через одну из скрещивающихся прямых, параллельно другой скрещивающейся прямой. Расстояние между этими плоскостями будет искомым.**
- б) в построении плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых, параллельно другой. Расстояние от любой точки второй прямой до построенной плоскости будет искомым.**

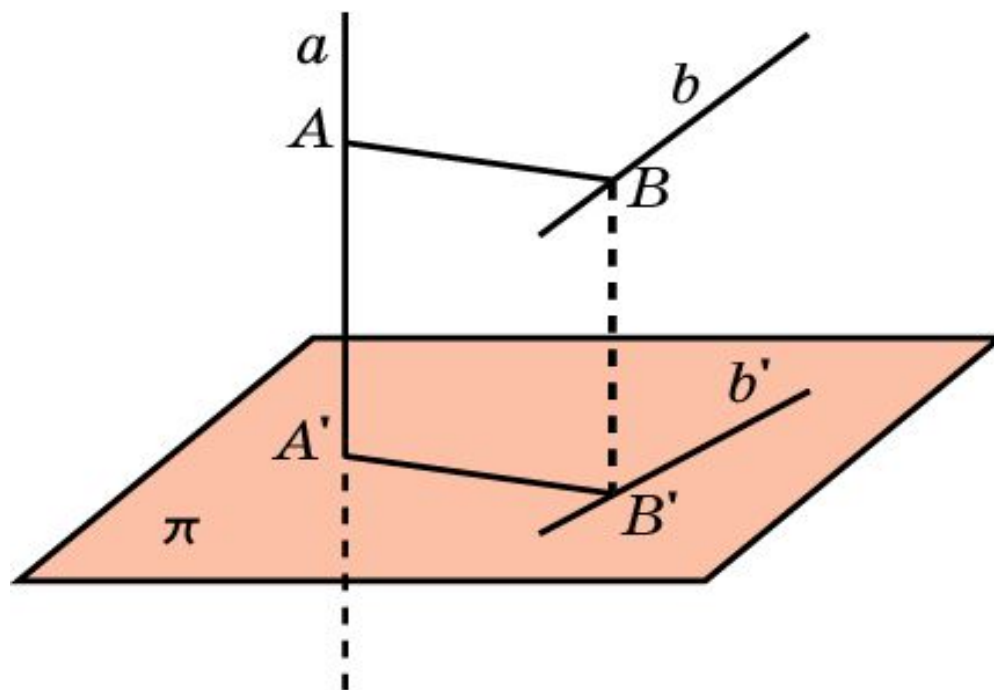


**Если одна из двух данных  
прямых лежит в  
плоскости, а другая –  
параллельна этой  
плоскости, то  
расстояние между  
данными прямыми  
равно расстоянию  
между прямой и  
плоскостью.**

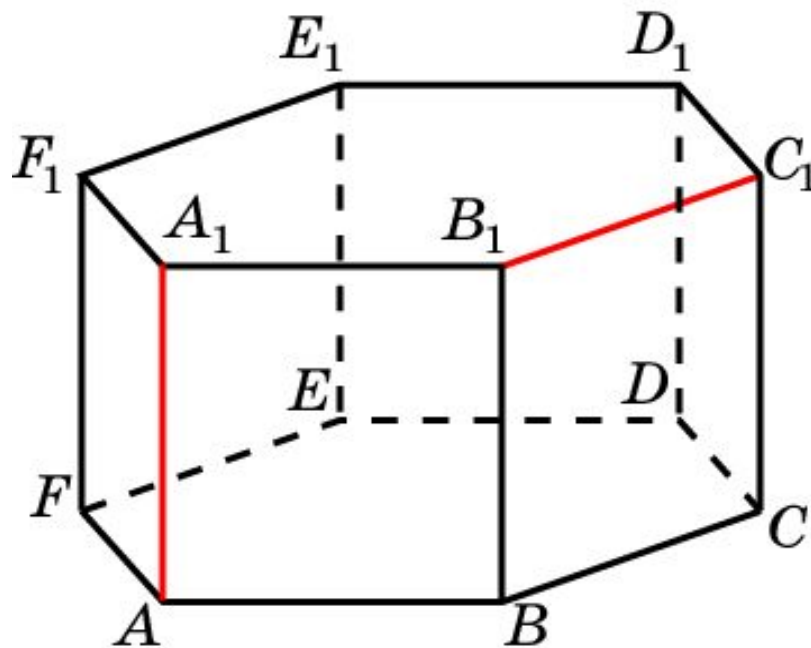
**Второй способ нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми основан на методе ортогонального проектирования.**

Расстояние между скрещивающимися прямыми от точки, являющейся проекцией одной из данных прямых на перпендикулярную ей плоскость до проекции другой прямой на эту плоскость. Угол между второй прямой и указанной ей проекцией дополняет до  $90^\circ$  угол между данными скрещивающимися прямыми.

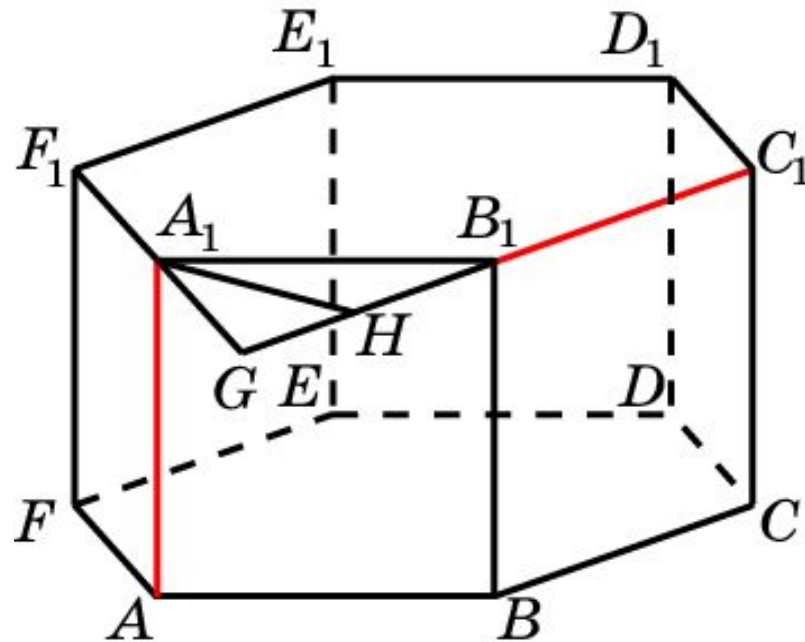
Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую  $a$  в точку  $A'$ , а прямую  $b$  в прямую  $b'$ , то расстояние  $AB$  между прямыми  $a$  и  $b$  равно расстоянию  $A'B'$  от точки  $A'$  до прямой  $b'$ .



В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $B_1C_1$ .



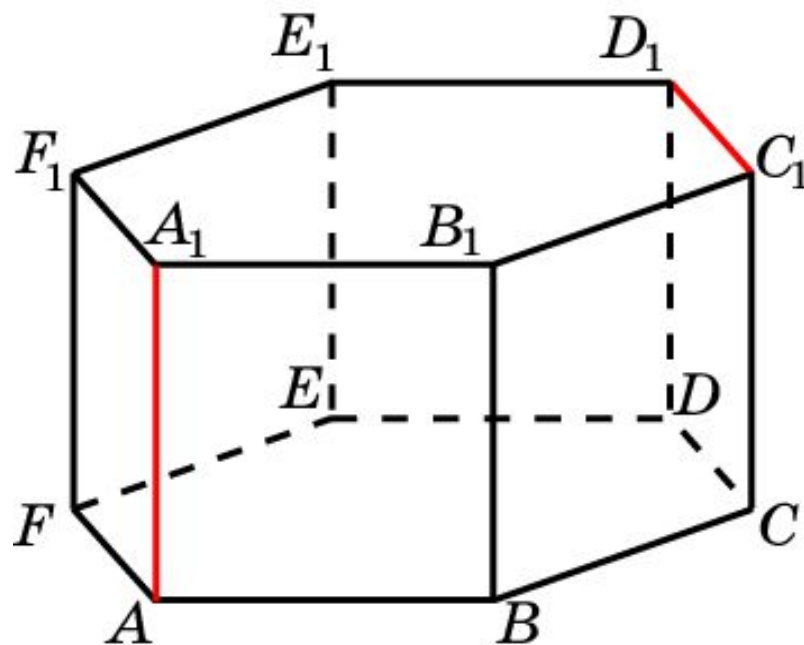
**Решение.**



Продолжим стороны  $B_1C_1$  и  $A_1F_1$  до пересечения в точке  $G$ . Треугольник  $A_1B_1G$  равносторонний. Его высота  $A_1H$  является искомым общим перпендикуляром, длина которого равна  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

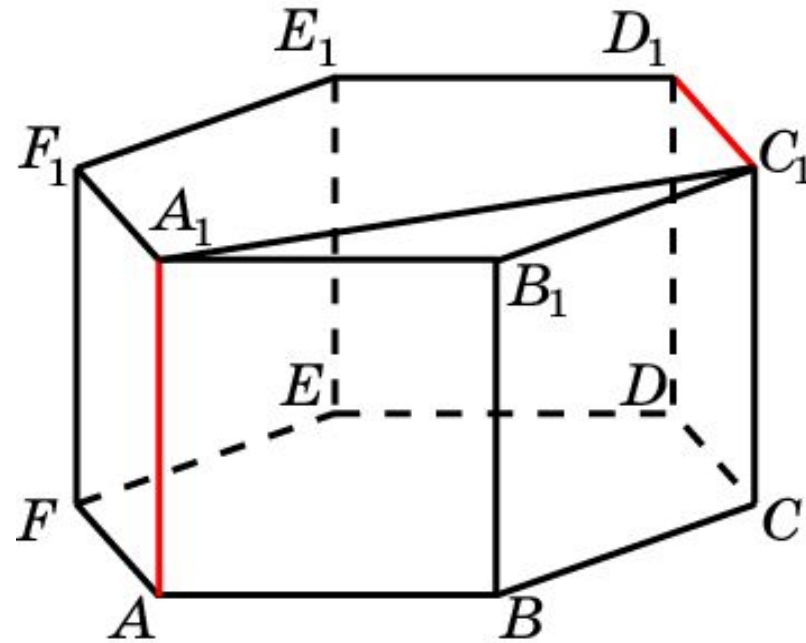
**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $C_1D_1$ .





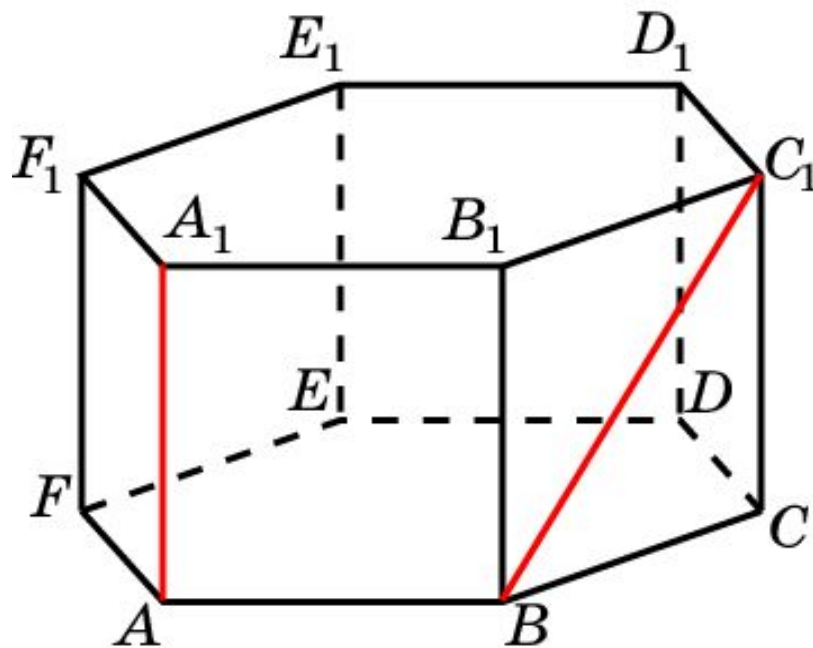
**Решение.**



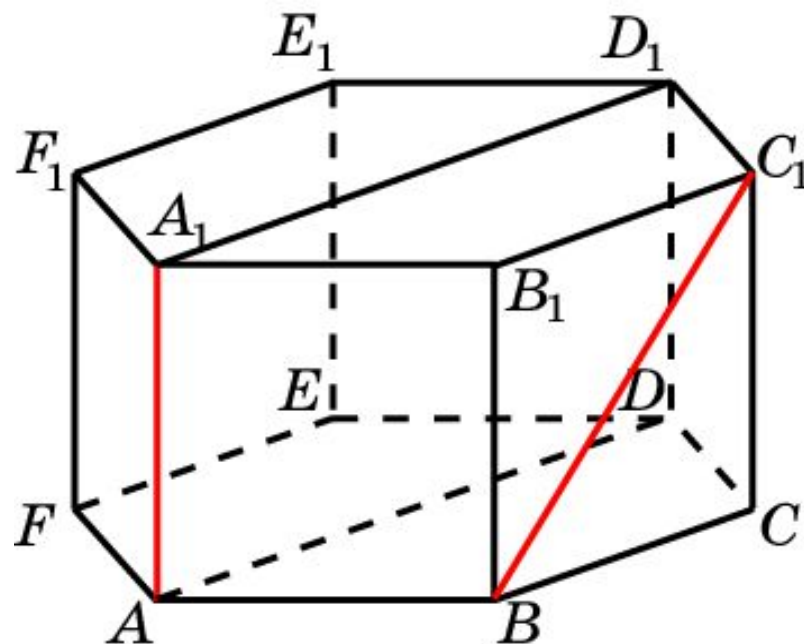
**Искомый общим перпендикуляром является отрезок  $A_1C_1$ . Его длина  $\sqrt{3}$ .**

**Ответ:  $\sqrt{3}$ .**

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $BC_1$ .



**Решение.**

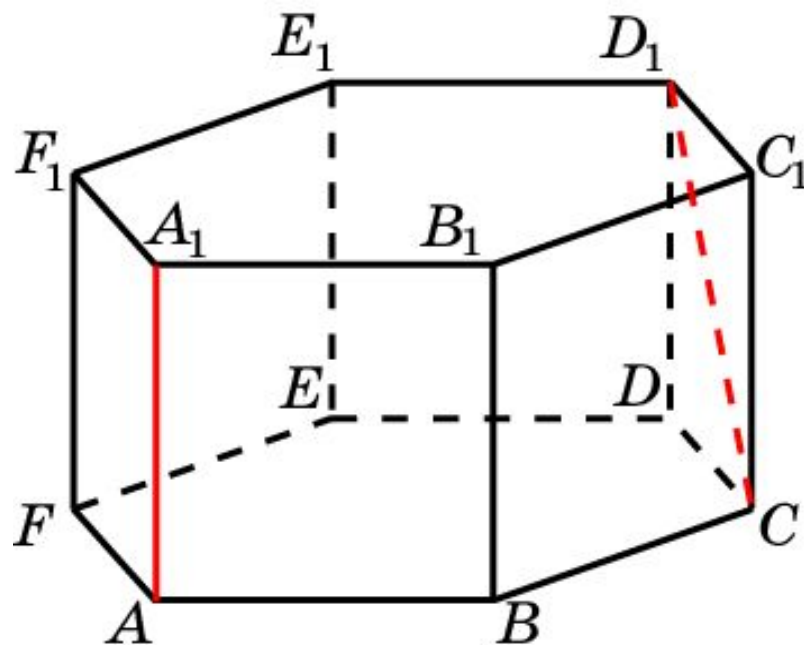


Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями  $ADD_1$  и  $BCC_1$ .

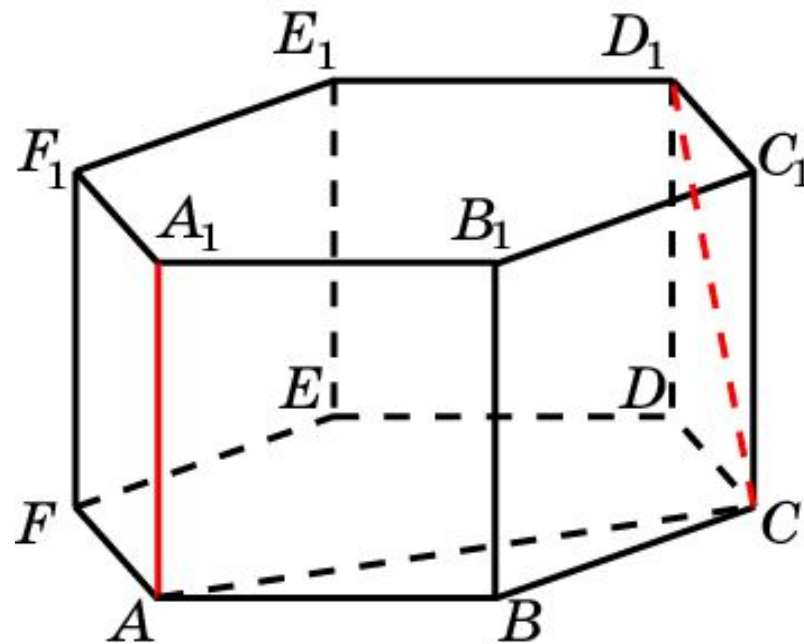
Расстояние между ними равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $CD_1$ .



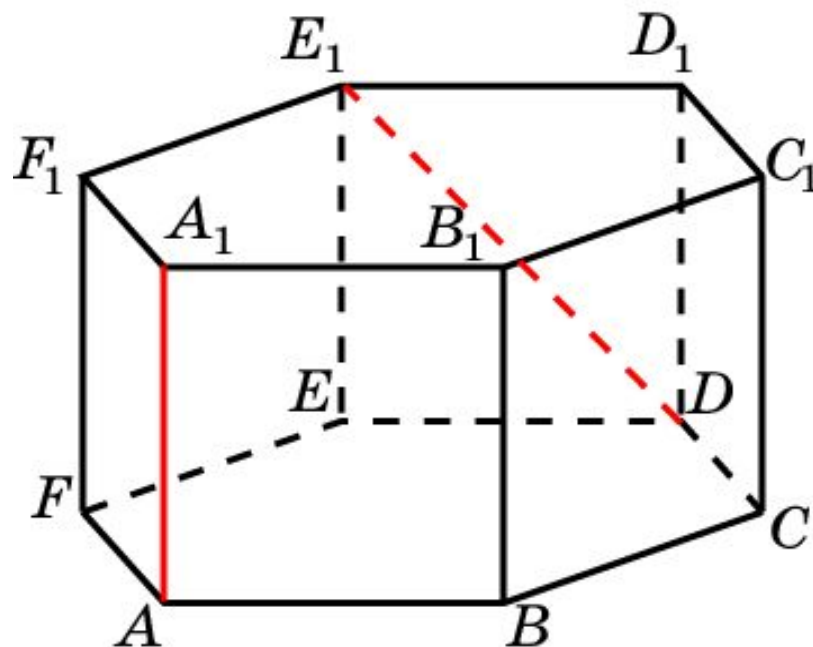
**Решение.**



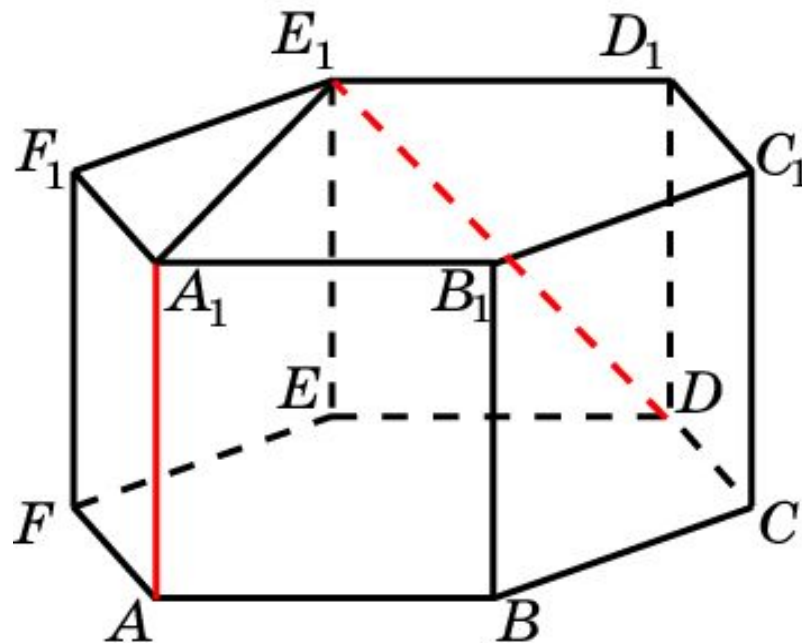
Искомым общим перпендикуляром является отрезок  $AC$ . Его длина равна  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $DE_1$ .



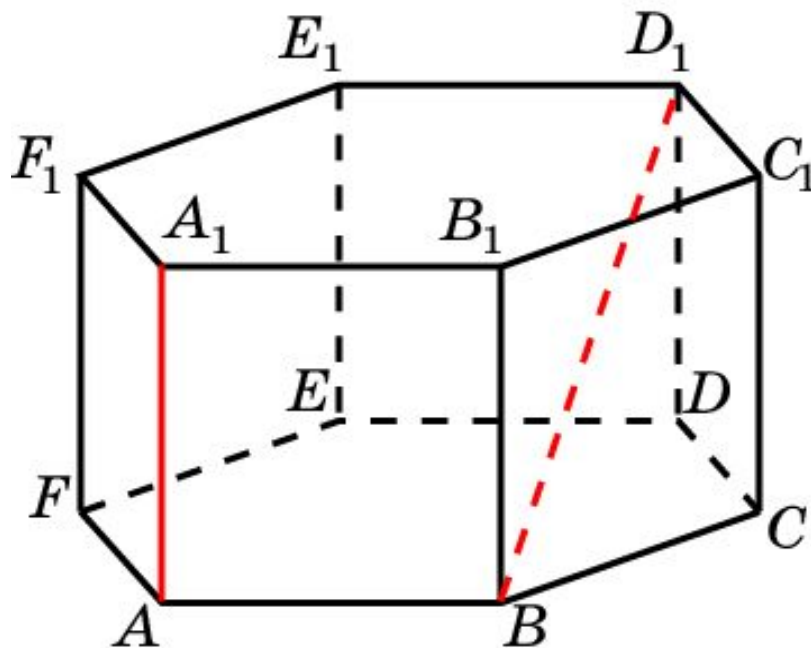
**Решение.**



Искомым общим перпендикуляром является отрезок  $A_1E_1$ . Его длина равна  $\sqrt{3}$ .

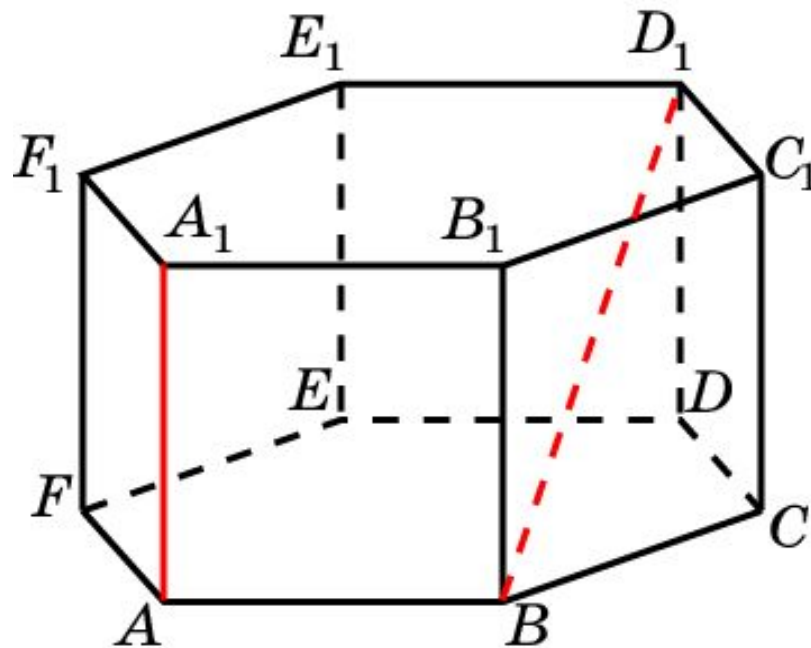
**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $BD_1$ .





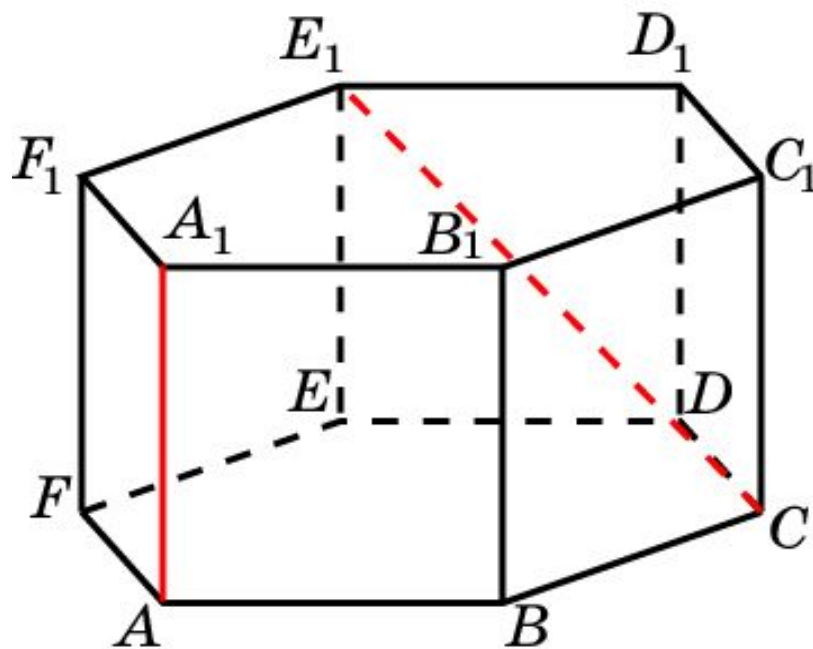
**Решение.**



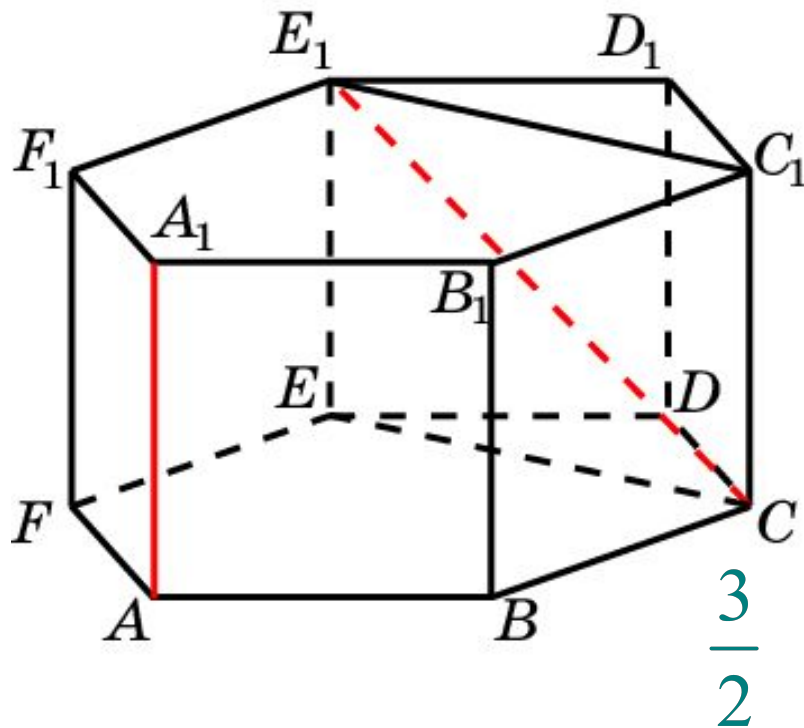
**Искомый общим перпендикуляром является отрезок  $AB$ . Его длина равна 1.**

**Ответ: 1.**

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $CE_1$ .



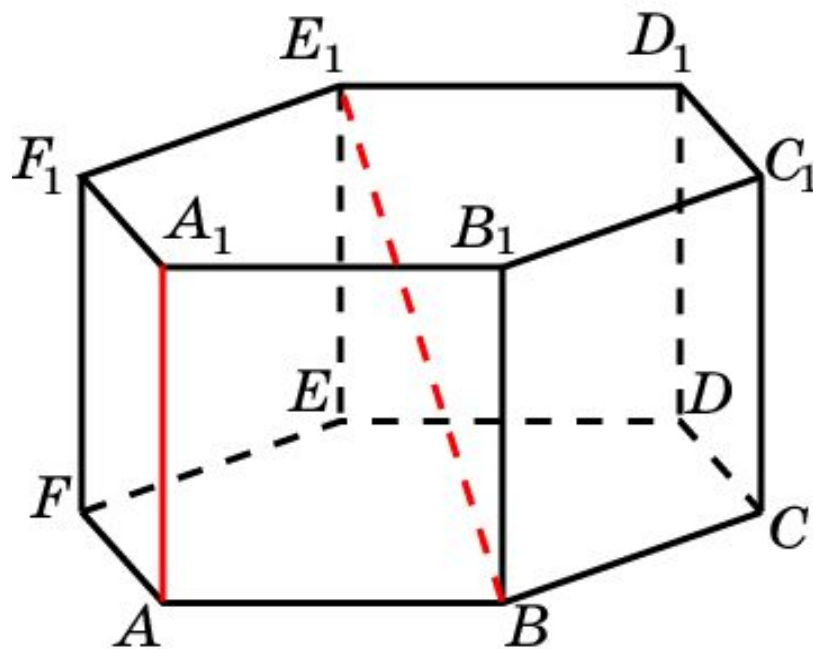
**Решение.**



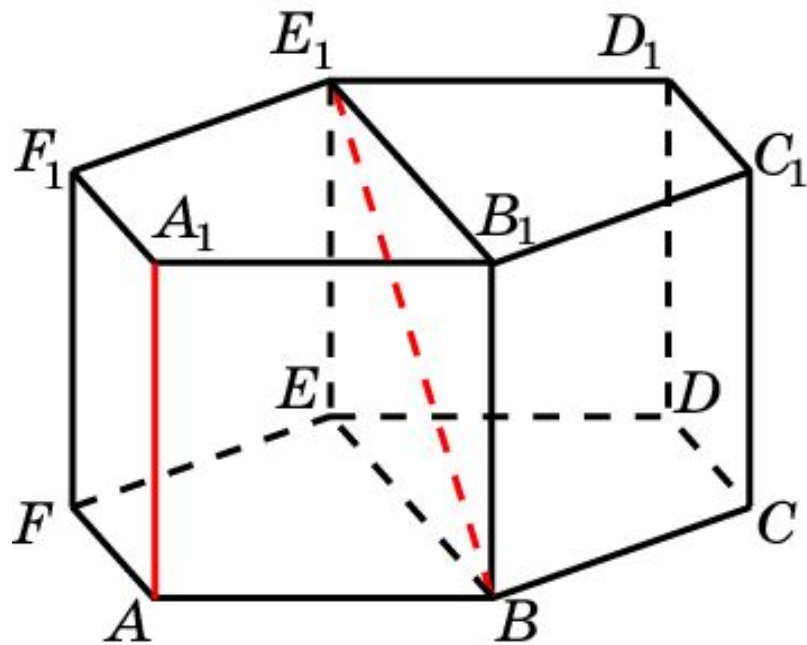
Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $CEE_1$ . Оно равно  $\frac{3}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{3}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $BE_1$ .



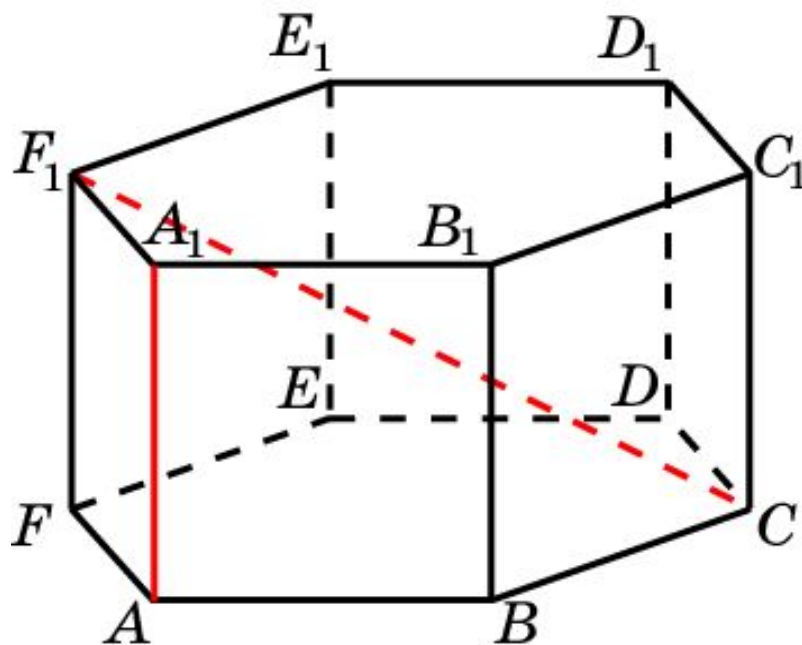
**Решение.**



Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $BEE_1$ . Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

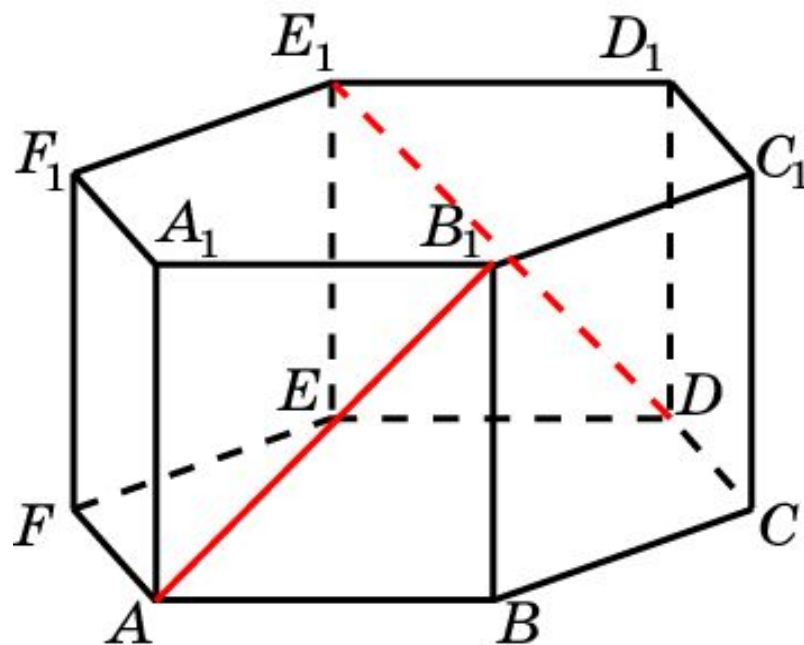
**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AA_1$  и  $CF_1$ .



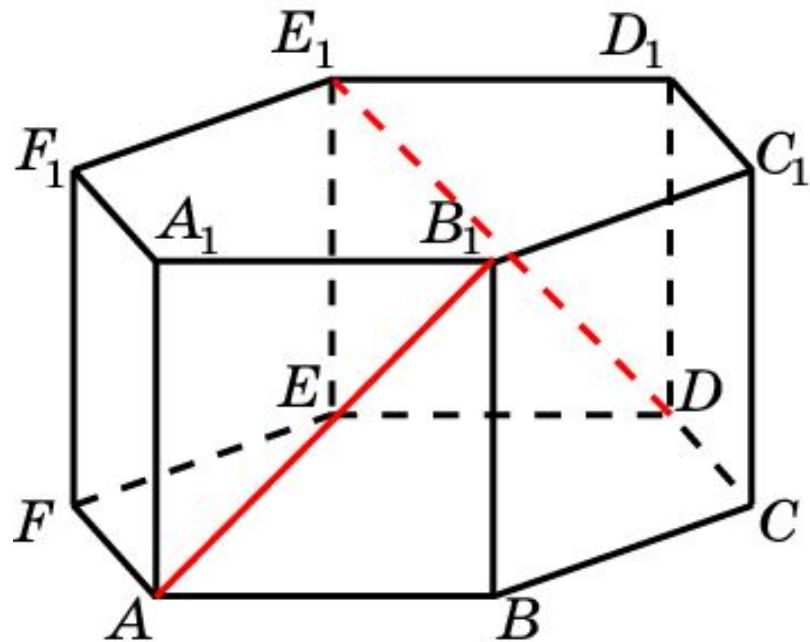


В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:  $AB_1$  и  $DE_1$ .





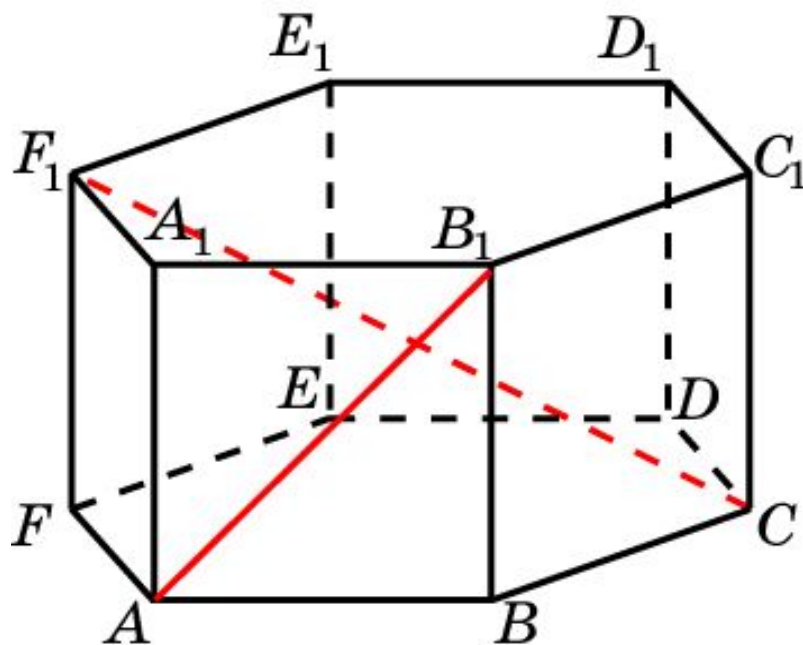
**Решение.**



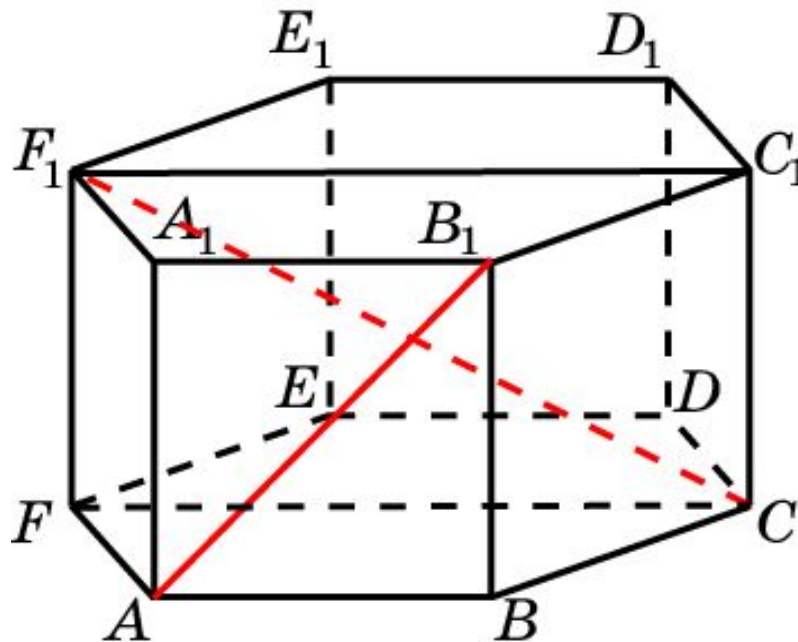
Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями  $ABB_1$  и  $DEE_1$ . Расстояние между ними равно  $\sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:  $AB_1$  и  $CF_1$ .



**Решение.**

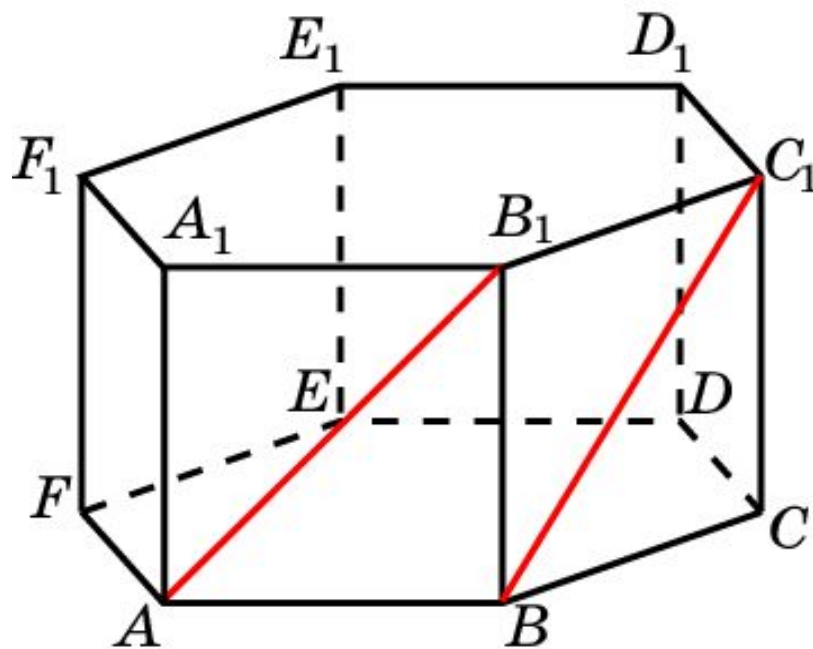


Искомым расстоянием является расстояние между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $CFF_1$ .

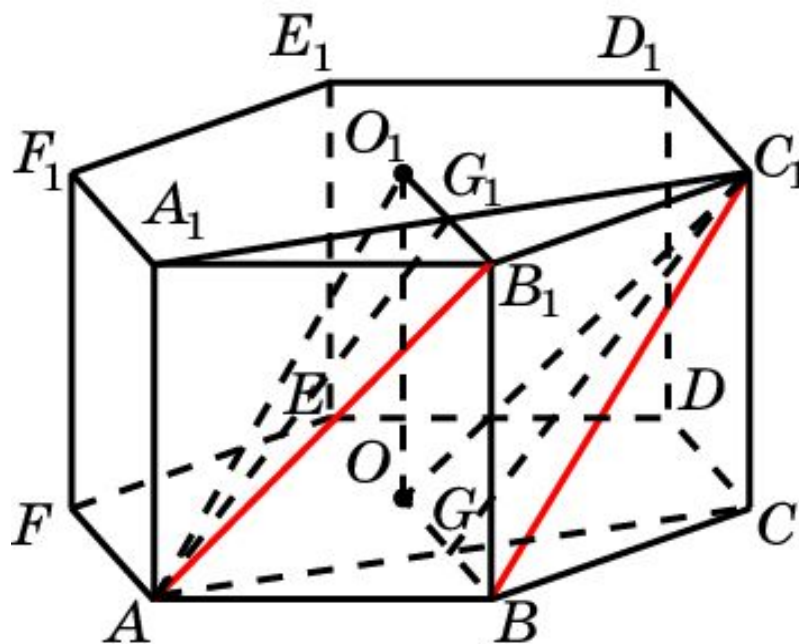
Оно равно  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми:  $AB_1$  и  $BC_1$ .



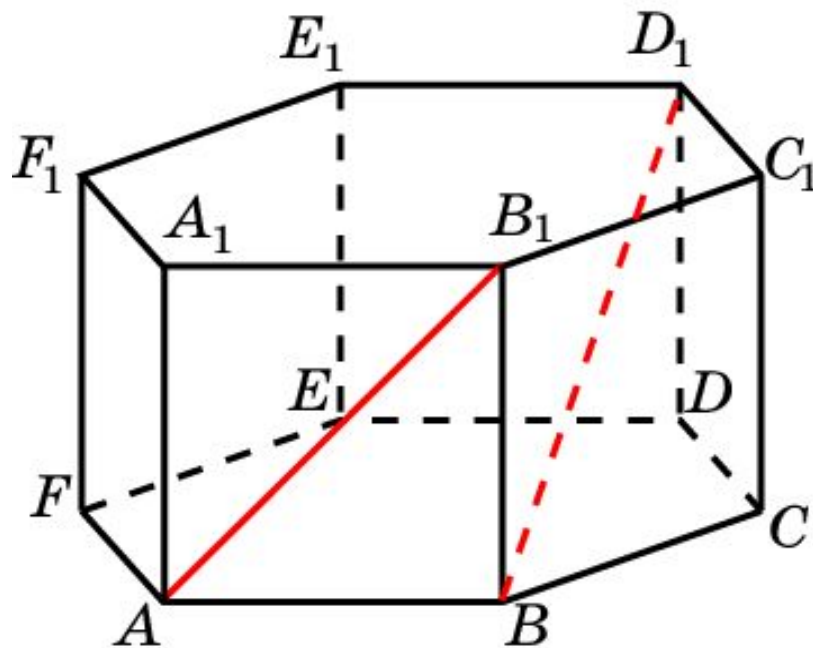
**Решение.**



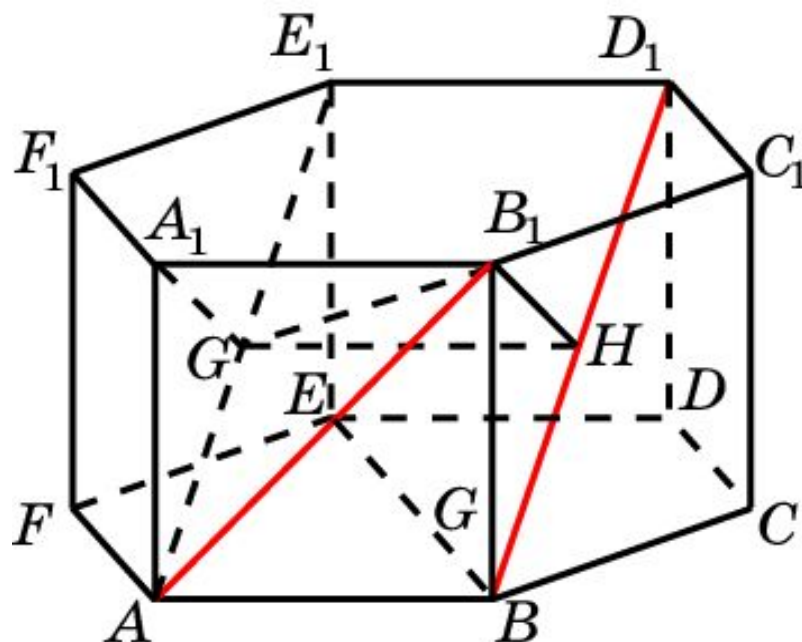
Пусть  $O, O_1$  – центры граней призмы. Плоскости  $AB_1O_1$  и  $BC_1O$  параллельны. Плоскость  $ACC_1A_1$  перпендикулярна этим плоскостям. Искомое расстояние  $d$  равно расстоянию между прямыми  $AG_1$  и  $GC_1$ . В параллелограмме  $AGC_1G_1$  имеем  $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ;  $AG_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}$  . Высота, проведенная к стороне  $AA_1$  равна 1. Следовательно,  $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$  .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{21}}{7}$  .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB_1$  и  $BD_1$ .



**Решение.**

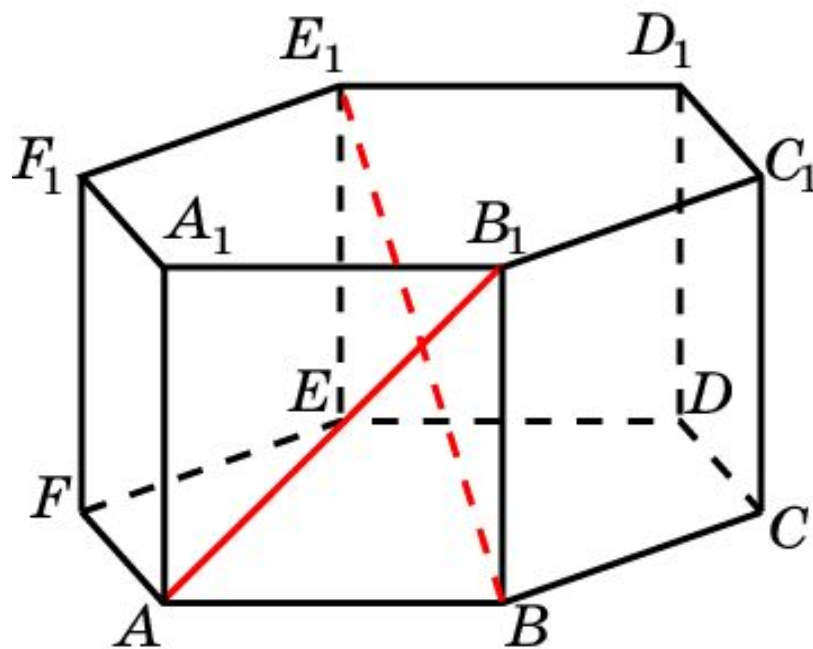


Рассмотрим плоскость  $A_1B_1HG$ , перпендикулярную  $BD_1$ . Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую  $BD_1$  в точку  $H$ , а прямую  $AB_1$  – в прямую  $GB_1$ . Следовательно искомое расстояние  $d$  равно расстоянию от точки  $H$  до прямой  $GB_1$ . В прямоугольном треугольнике  $GHB_1$  имеем  $GH = 1$ ;

$$B_1H = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Следовательно, } d = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

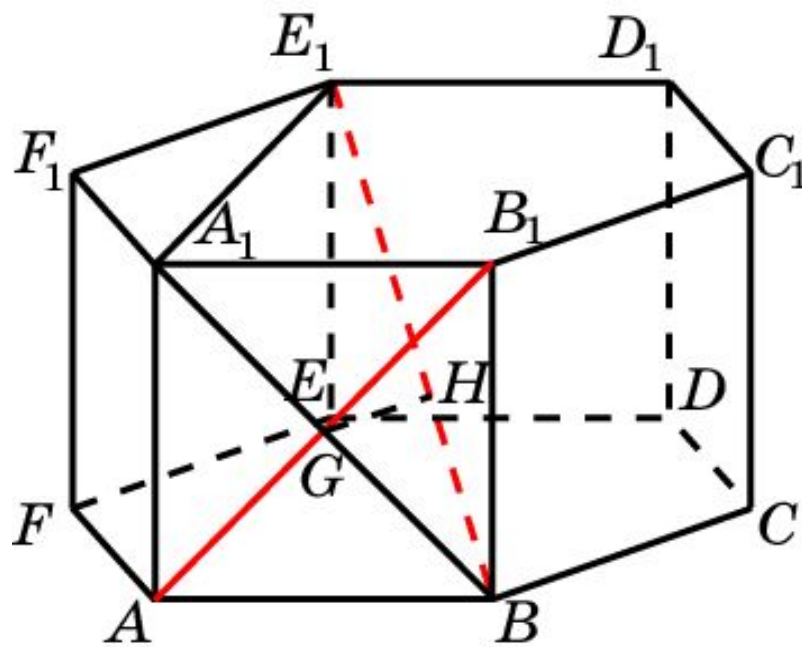
**Ответ:**  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми:  $AB_1$  и  $BE_1$ .





**Решение.**



Рассмотрим плоскость  $A_1BDE_1$ , перпендикулярную  $AB_1$ . Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую  $AB_1$  в точку  $G$ , а прямую  $BE_1$  оставляет на месте. Следовательно искомое расстояние  $d$  равно расстоянию  $GH$  от точки  $G$  до прямой  $BE_1$ . В прямоугольном треугольнике  $A_1BE_1$  имеем  $A_1B = \sqrt{2}$  ;  $A_1E_1 = \sqrt{3}$  .

Следовательно,  $d = \frac{\sqrt{30}}{10}$  .

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{30}}{10}$  .