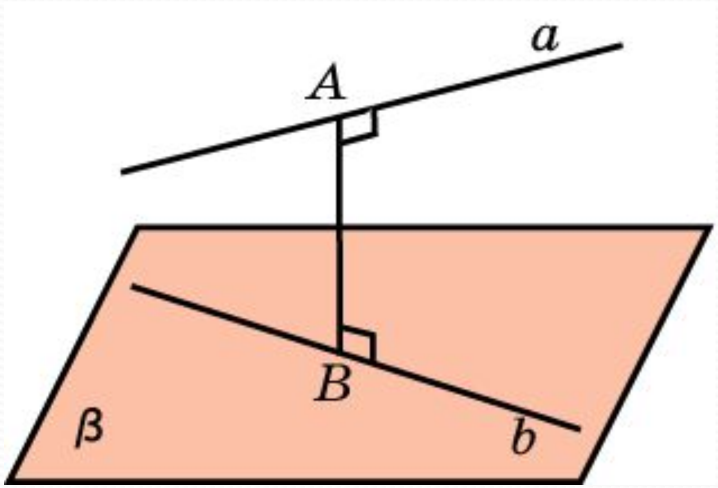
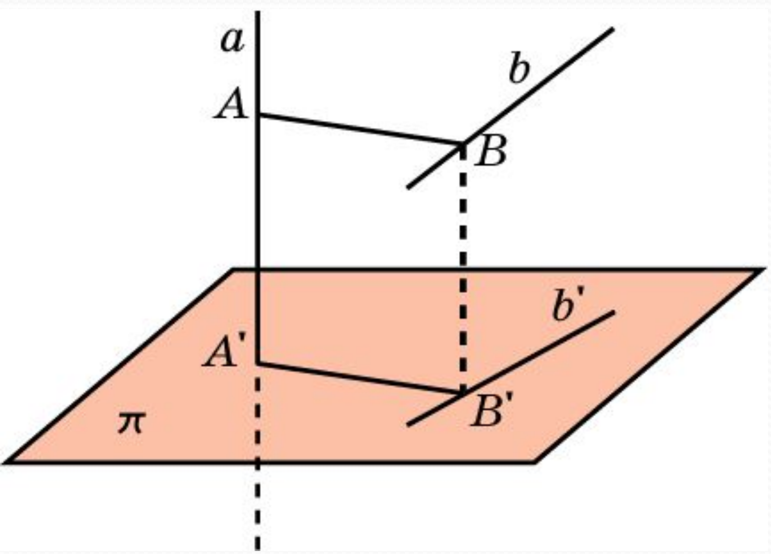
РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ



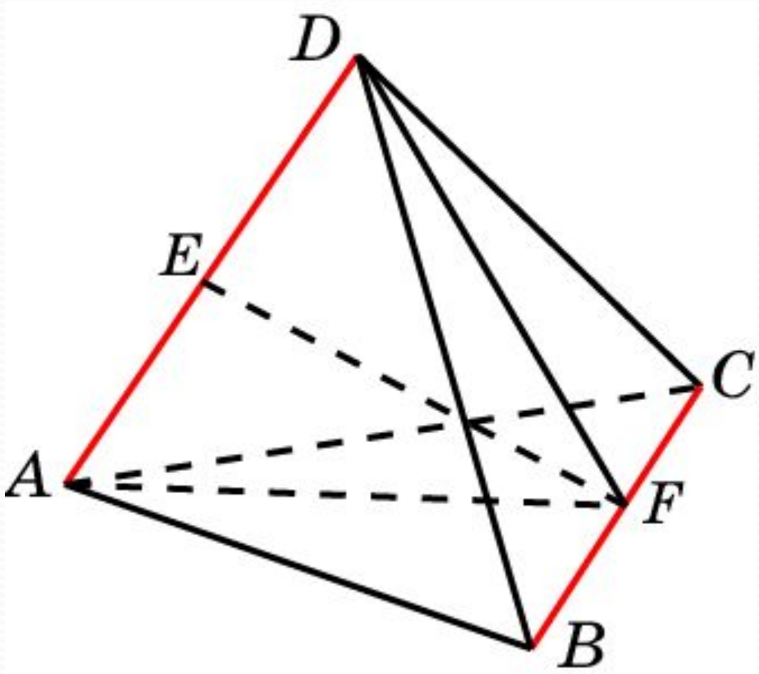
Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым.

Если одна из двух данных прямых лежит в плоскости, а другая – параллельна этой плоскости, то расстояние между данными прямыми равно расстоянию между прямой и плоскостью.



Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую *a* в точку *A'*, а прямую *b* в прямую *b'*, то расстояние *AB* между прямыми *a* и *b* равно расстоянию *A'B'* от точки *A'* до прямой *B'*.

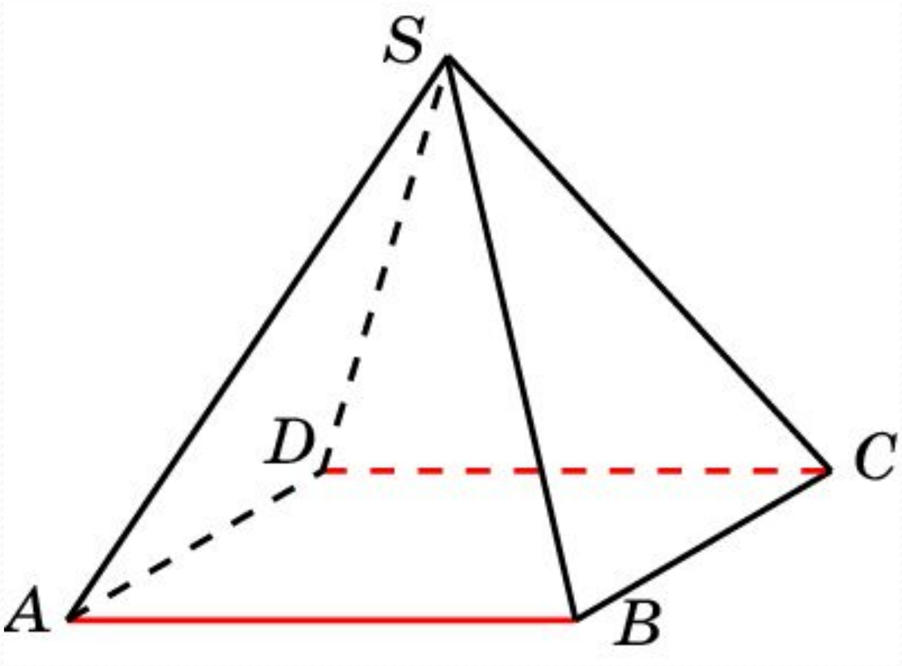
В правильном тетраэдре $ABCD$ найдите расстояние между прямыми AD и BC.



Решение. Искомое расстояние равно длине отрезка EF, где E, F – середины ребер AD, GF. В треугольнике DAG $DA = 1$, $AG = DG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Следовательно, $EF = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

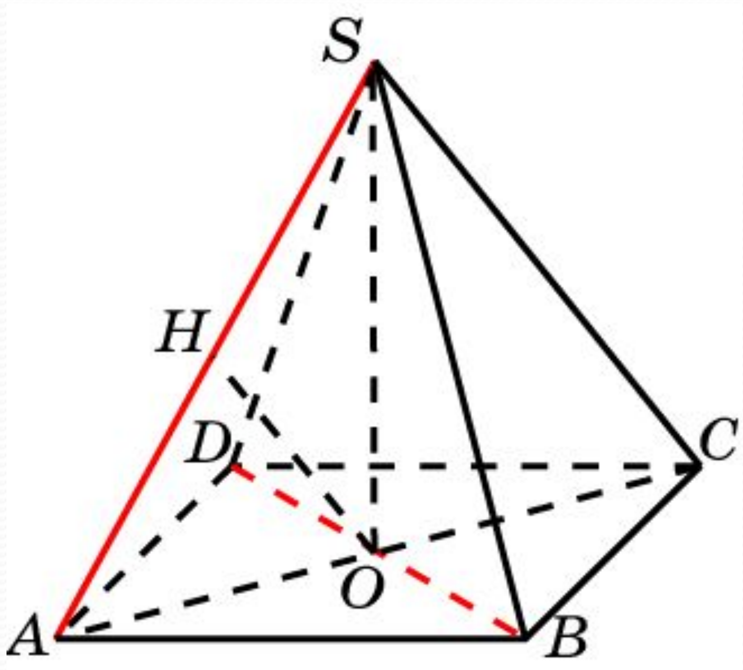
Ответ: $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BD.



Ответ: 1.

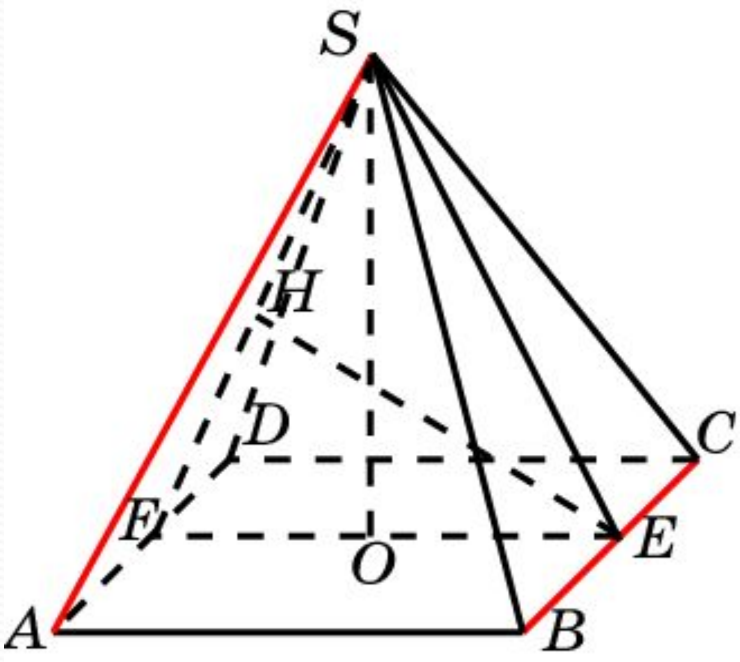
В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BD.



Решение. Искомое расстояние равно высоте OH треугольника SAO, где O – середина BD. В прямоугольном треугольнике SAO имеем: $SA = 1, AO = SO = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, $OH = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

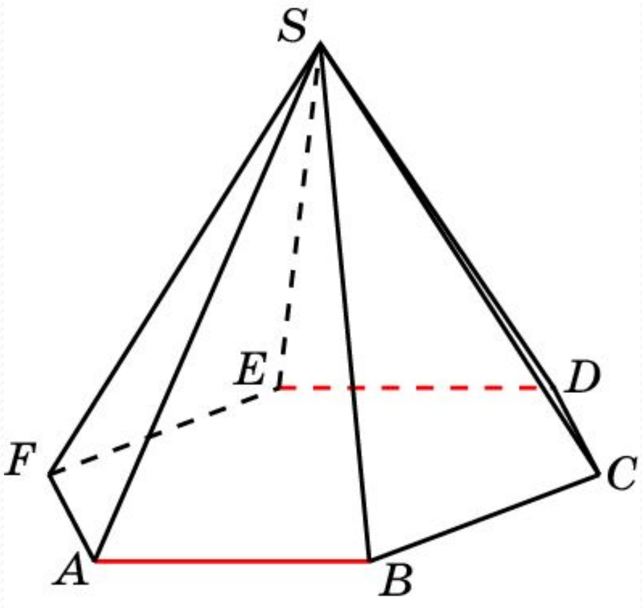
В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BC.



Решение. Плоскость SAD параллельна прямой BC. Следовательно, искомое расстояние равно расстоянию между прямой BC и плоскостью SAD. Оно равно высоте EH треугольника SEF, где E, F – середины ребер BC, AD. В треугольнике SEF имеем: $EF = 1$, $SE = SF = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Высота SO равна $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, $EH = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

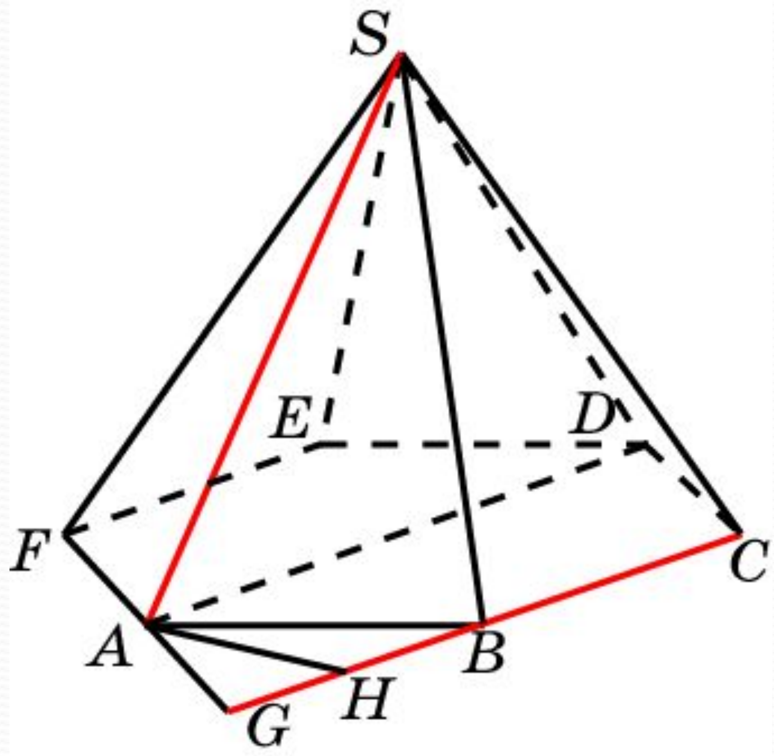
Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

В правильной 6-ой пирамиде *SABCDEF*, ребра основания которой равны 1, найдите расстояние между прямыми *AB* и *DE*.



Ответ: $\sqrt{3}$.

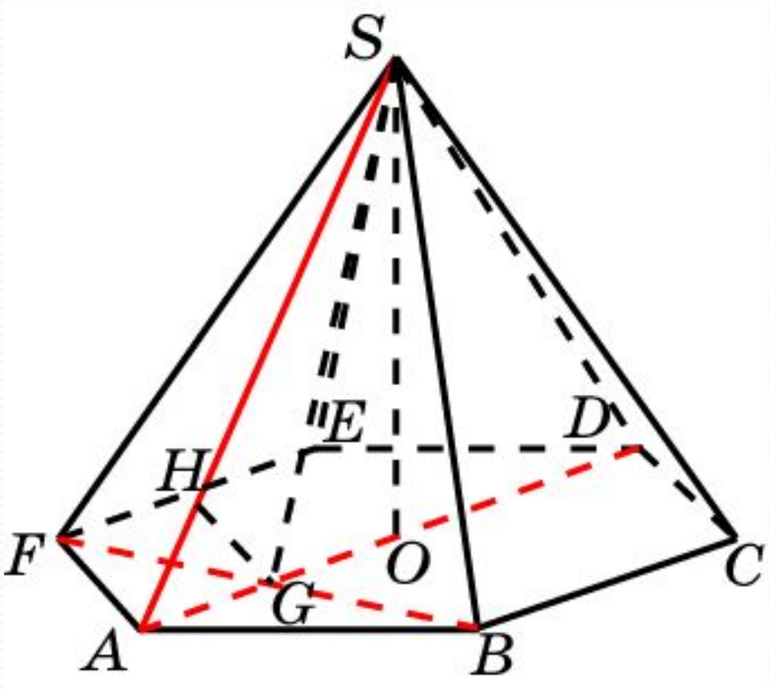
В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и BC.



Решение: Продолжим ребра BC и AF до пересечения в точке G. Общим перпендикуляром к SA и BC будет высота AH треугольника ABG. Она равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и BF.



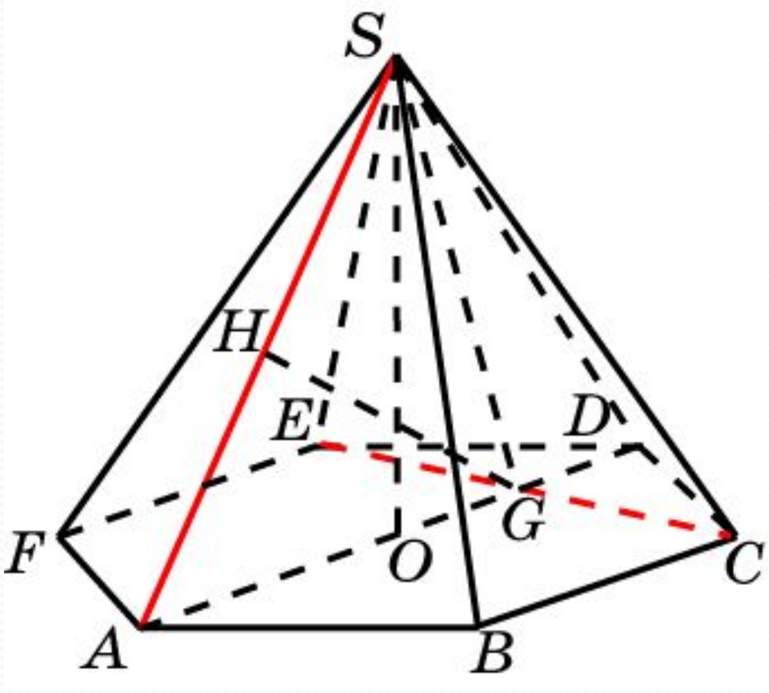
Решение: Искомым расстоянием является высота GH треугольника SAG, где G – точка пересечения BF и AD. В треугольнике SAG имеем:

$SA = 1$, $AG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, высота SO равна $\sqrt{3}$.

Отсюда находим $GH = \dfrac{3}{4}$.

Ответ: $\dfrac{3}{4}$.

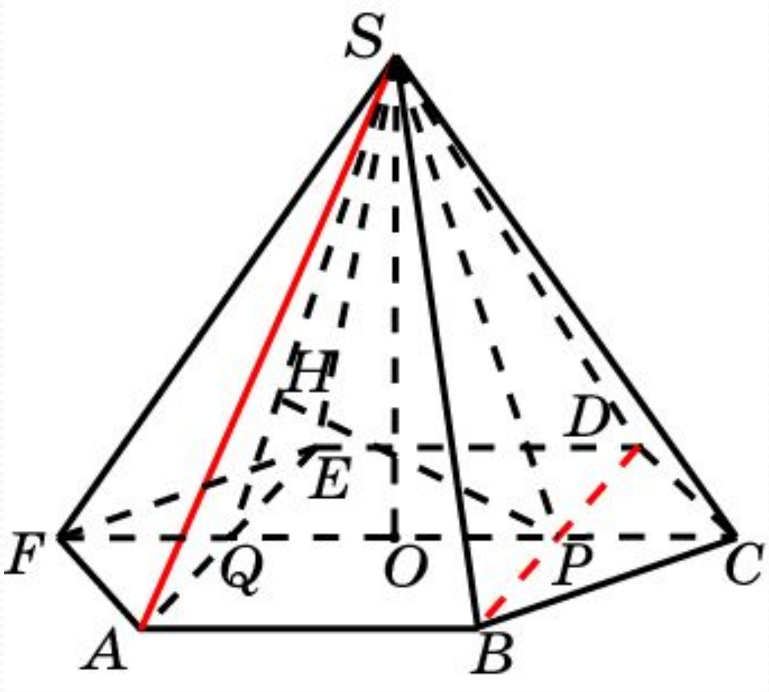
В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и CE.



Решение: Искомым расстоянием является высота GH треугольника SAG, где G – точка пересечения CE и AD. В треугольнике SAG имеем: $SA = 2$, $AG = \frac{3}{2}$, высота SO равна $\sqrt{3}$. Отсюда находим $GH = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Ответ: $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние между прямыми SA и BD.



Решение: Прямая BD параллельна плоскости SAE. Искомое расстояние равно расстоянию между прямой BD и этой плоскостью и равно высоте PH треугольника SPQ. В этом треугольнике высота SO равна $\sqrt{3}$, $PQ = 1$, $SP = SQ = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Отсюда находим $PH = \frac{2\sqrt{39}}{13}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.