

С

## 2 Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми

# С

Материал, полученный и собранный в ходе работы над проектом, является незаменимым при подготовке к решению задач ЕГЭ С2.

Умение решать задачи на нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми разными способами может существенно сократить время их решения.

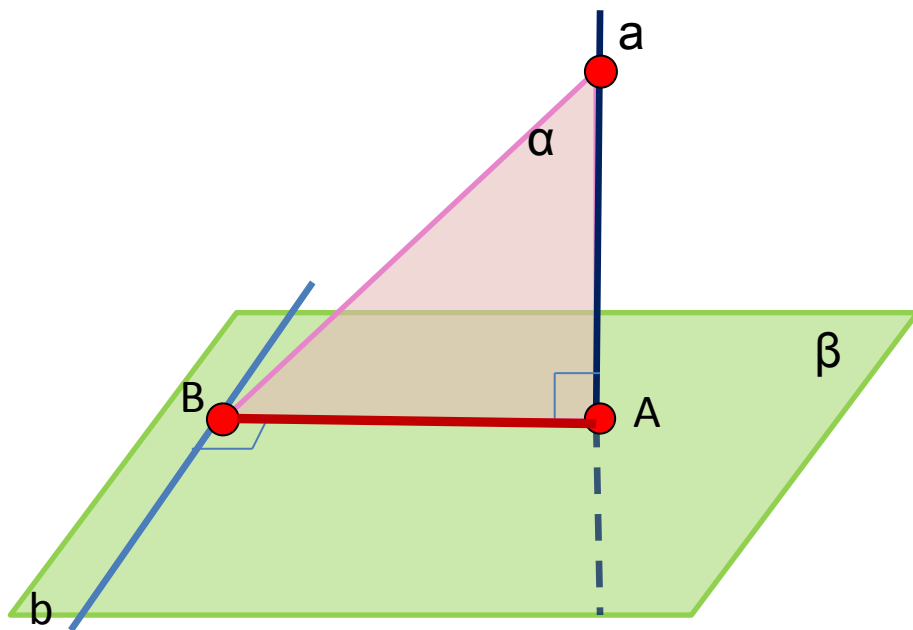
# Способы нахождения:

- 1) Общий перпендикуляр – отрезок, перпендикулярный 2м параллельным плоскостям, в которых лежат скрещ. прямые.
- 2) Перпендикуляр между прямой и проекцией другой прямой. Первая прямая лежит в плоскости, а другая пересекает её под прямым углом
- 3) Перпендикуляр между прямыми. Одна прямая лежит в плоскости, а другая параллельна этой плоскости
- 4) Перпендикуляр между проекциями на плоскость.

Построение  
общего  
перпендикуляра.  
II способ

- Через каждую из скрещивающихся прямых проходит плоскость, перпендикулярная другой прямой.
- Искомый общий перпендикуляр лежит на прямой пересечения этих плоскостей и является отрезком с концами в точках пересечения прямых с соответствующими плоскостями.

AB- общий перпендикуляр



$$a \neq b$$

$$a \in \alpha$$

$$b \in \beta$$

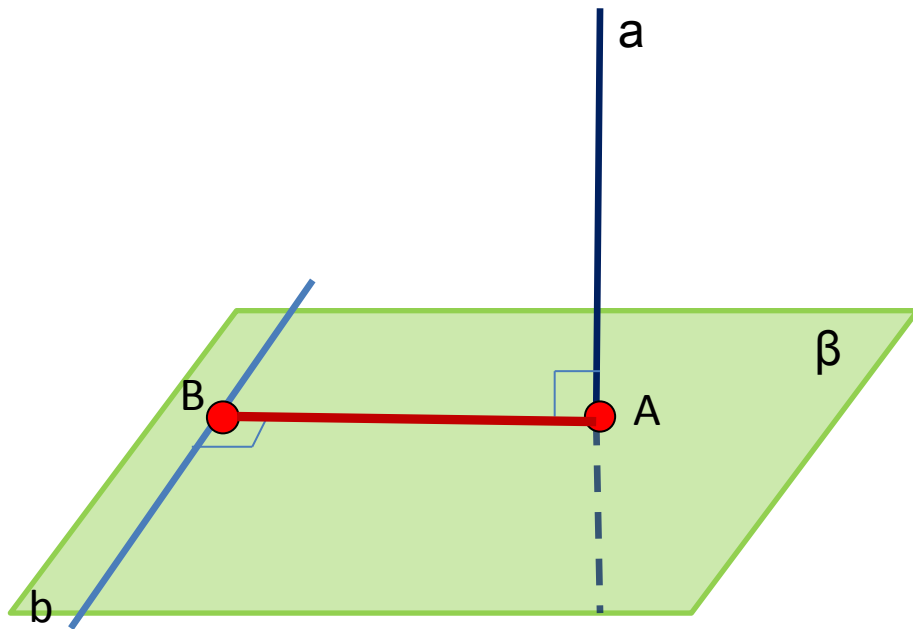
$$\alpha \cap \beta = AB$$

$$AB \perp b$$

$$AB \perp a$$

# Другой вариант построения

- Не требуется рисовать обе плоскости, только одну.
- Тогда общий перпендикуляр- это перпендикуляр из точки пересечения одной прямой с плоскостью на другую прямую.



$$a \div b$$

$$b \in \beta$$

$$AB \perp b$$

$$AB \perp a$$

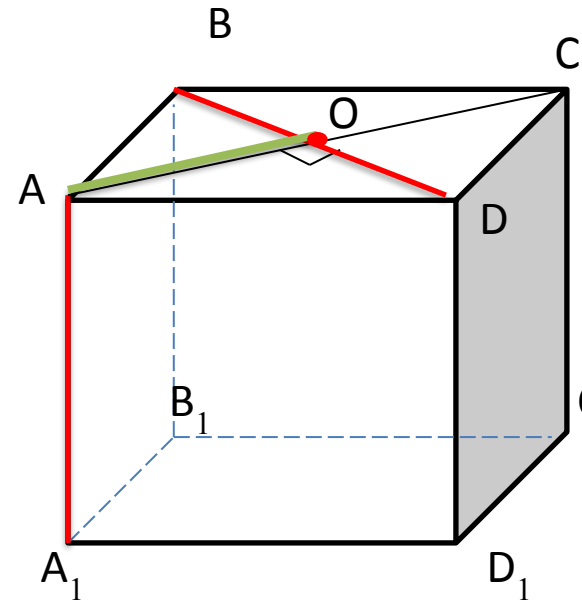
# Задача №1



Дан единичный куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  (все ребра равны 1). Найти расстояние между скрещивающимися прямыми  $AA_1$  и  $BD$ .

Построим общий перпендикуляр прямых  $AA_1$  и  $BD$ , равный расстоянию между скрещивающимися прямыми.

$AA_1 \perp (ABD)$  значит, можно воспользоваться способом 2,  
 $BD \in (ABD)$  для построения общего перпендикуляра



$AA_1 \perp (ABD) = A$ , опустим перпендикуляр из  $A$  на  $BD$ .  
 Это отрезок  $AO$ .  $AO \in AC$ ,  $AC$  и  $BD$  – диагонали квадрата  $ABCD$ , пересекаются в  $O$  под прямым углом.  
 $AO$  – расстояние между скрещивающимися прямыми  $AA_1$  и  $BD$

Найдем его:  $AO = 0,5 AC$ .

Т.к. квадрат со стороной 1, то его диагональ  $AC = \sqrt{2}$

Тогда,  $AO = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ:

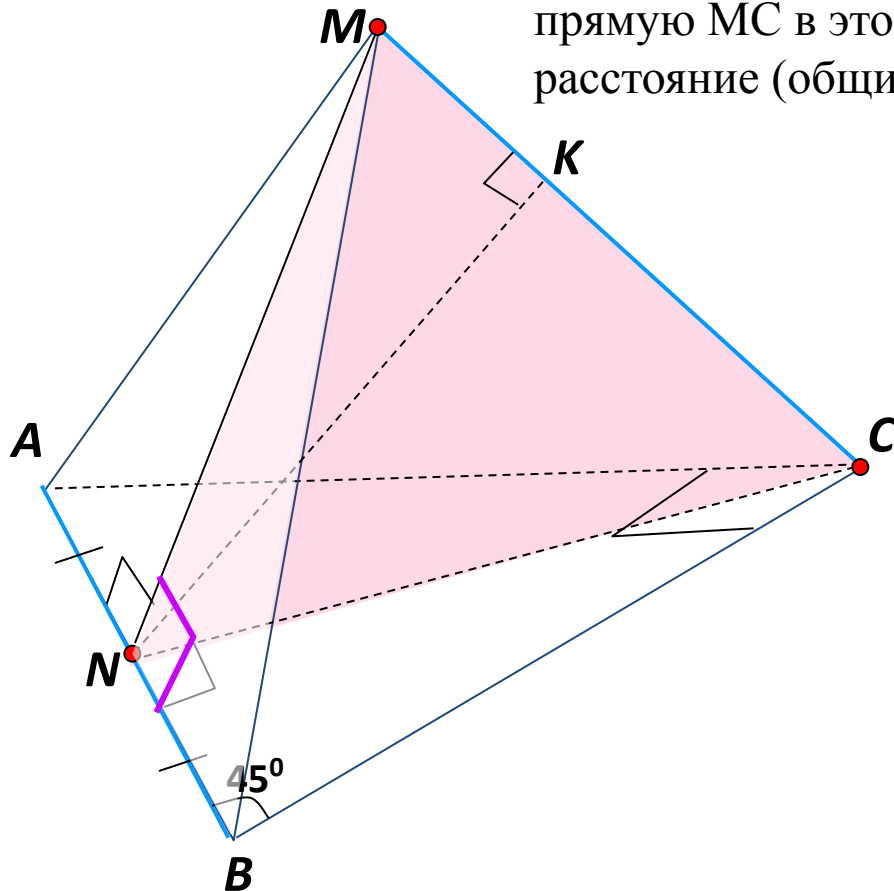
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

# Задача №2

В основании пирамиды МАВС лежит равнобедренный прямоугольный треугольник АВС (АС=ВС=4). Ребра МА, МВ и МС равны 8. Найдите расстояние между прямыми АВ и СМ.

$\triangle ABC$  и  $\triangle AMB$  – равнобедренные, значит, высота является и медианой.

Прямая АВ перпендикулярна плоскости МСN, а прямая МС лежит в этой плоскости. Опустим перпендикуляр из точки N на прямую МС в этой плоскости. NK – искомое расстояние (общий перпендикуляр).



Из  $\triangle CNB$ :

$$\sin 45^\circ = \frac{NC}{BC};$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{NC}{4};$$

$$NC = \frac{4\sqrt{2}}{2};$$

$$NC = 2\sqrt{2}.$$

Из  $\triangle NMB$ :

$$MB^2 = NM^2 + NB^2;$$

$$8^2 = NM^2 + (2\sqrt{2})^2;$$

$$NM^2 = 64 - 8;$$

$$NM = \pm\sqrt{56};$$

$$NM = 2\sqrt{14}.$$

Найдем высоту  $\triangle MNC$ .

Составим систему уравнений.

Применили теорему Пифагора для  
прямоугольных треугольников  $CNK$  и  $NKM$ .

$$\begin{cases} NM^2 = h^2 + x^2 \\ NC^2 = h^2 + (8-x)^2 \end{cases}$$

$$48 = -64 + 16x;$$

$$16x = 64 + 48;$$

$$16x = 112.$$

Подставим в первое уравнение  $x = 7$ .

$$56 = h^2 + 49;$$

$$h^2 = 56 - 49;$$

$$h^2 = 7;$$

$$h = \pm\sqrt{7}$$

$$h = \sqrt{7}$$

Ответ:  $NK = \sqrt{7}$

