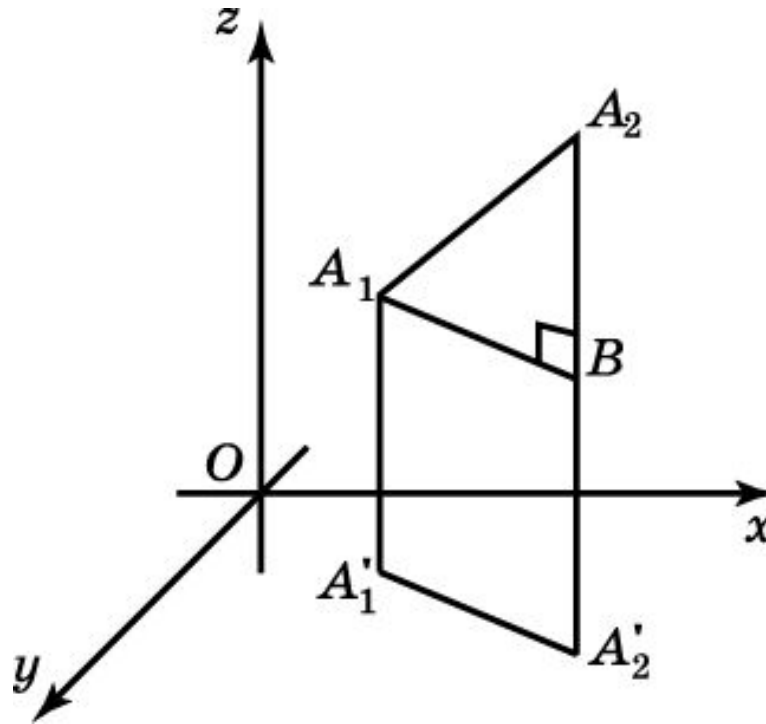


Расстояние между точками

Теорема. Расстояние между точками $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$ в пространстве выражается формулой

$$A_1A_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$



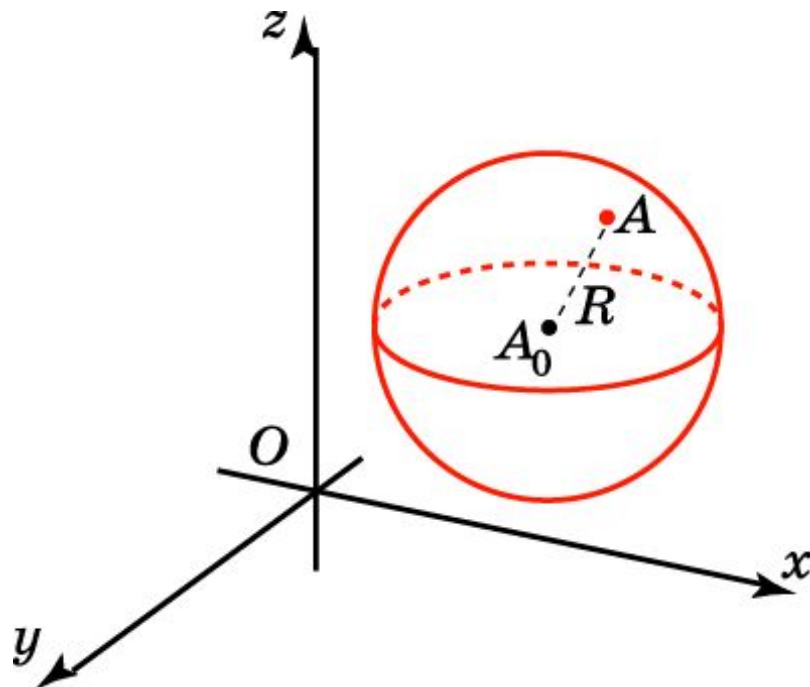
Сфера и шар

Координаты точек сферы с центром в точке $A_0(x_0, y_0, z_0)$ и радиусом R удовлетворяют равенству

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2.$$

Координаты точек шара с центром в точке $A_0(x_0, y_0, z_0)$ и радиусом R удовлетворяют неравенству

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 \leq R^2.$$



Упражнение 1

Найдите расстояние между точками $A_1(1, 2, 3)$ и $A_2(-1, 1, 1)$,
 $B_1(3, 4, 0)$ и $B_2(3, -1, 2)$.

Ответ: 3, $\sqrt{29}$.

Упражнение 2

Какая из точек $A(2, 1, 5)$ или $B(-2, 1, 6)$ лежит ближе к началу координат?

Ответ: Точка A .

Упражнение 3

Даны точки $M (1,-2,-3)$, $N (-2,3,1)$ и $K (3,1,-2)$. Найдите периметр треугольника MNK .

Ответ: $\sqrt{2}(5 + \sqrt{7} + \sqrt{19})$.

Упражнение 4

Определите вид треугольника, если его вершины имеют координаты: $A(0, 0, 2)$, $B(0, 2, 0)$, $C(2, 0, 0)$.

Ответ: Равносторонний.

Упражнение 5

Найдите координаты центра C и радиус R сферы, заданной уравнением:

а) $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 9$;

б) $x^2 + (y - 6)^2 + (z + 1)^2 = 11$.

Ответ: а) $C(2, -5, 0)$, $R = 3$; б) $C(0, 6, -1)$, $R = \sqrt{11}$.

Упражнение 6

Напишите уравнение сферы:

а) с центром в точке $O(0, 0, 0)$ и радиусом 1;

б) с центром в точке $C(1, -2, 3)$ и радиусом 4.

Ответ: а) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$; б) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Упражнение 7

Напишите уравнение сферы с центром в точке $O(1, 2, -1)$, касающейся координатной плоскости: а) Oxy ; б) Oxz ; в) Oyz .

Ответ: а) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$;

б) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$;

в) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Упражнение 8

Напишите уравнение сферы с центром в точке $O(3, -2, 1)$, касающейся координатной прямой: а) Ox ; б) Oy ; в) Oz .

Ответ: а) $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$;

б) $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 10$;

в) $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 13$.

Упражнение 9

Найдите уравнения сфер радиуса R , касающихся трех координатных плоскостей.

Ответ: 8 сфер $(x \pm R)^2 + (y \pm R)^2 + (z \pm R)^2 = R^2$.

Упражнение 10

Докажите, что уравнение $x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 0$ задает сферу в пространстве. Найдите ее радиус и координаты центра.

Ответ: $O(2, 0, 0)$, $R = 2$.

Упражнение 11

Как расположена точка $A(5, 1, 2)$ относительно сферы $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$?

Ответ: Лежит внутри сферы.

Упражнение 12

Как расположены друг относительно друга сферы $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$, $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$?

Ответ: Не имеют общих точек.

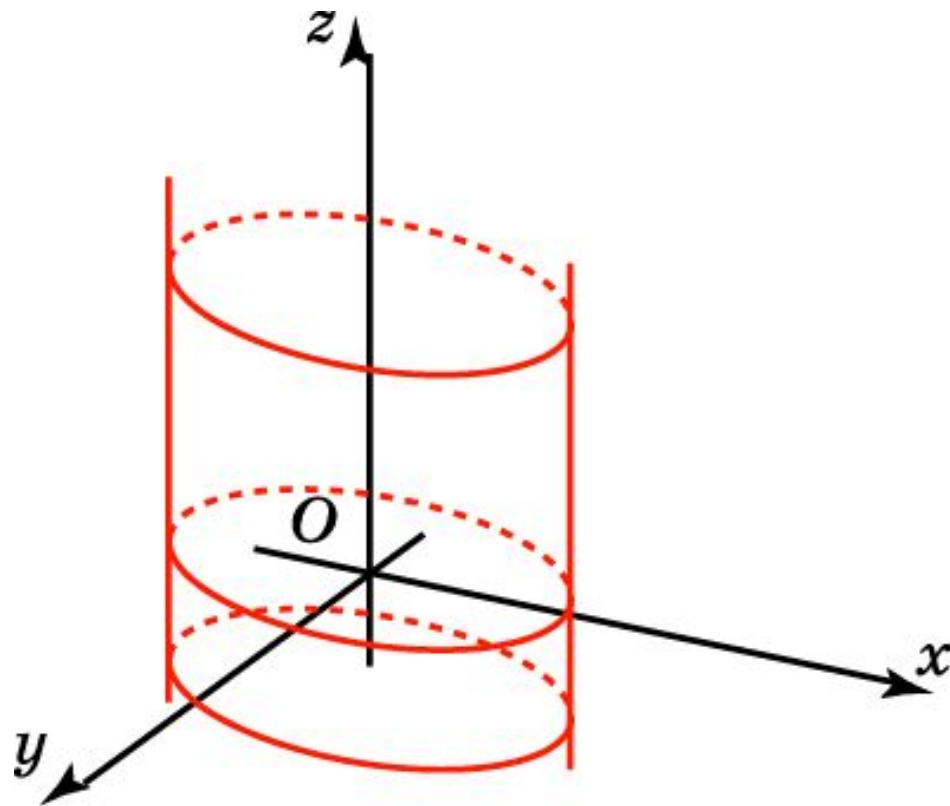
Упражнение 13

Координаты точек какой фигуры удовлетворяют неравенству: а)
 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 < R^2$; б) $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 > R^2$?

Ответ: а) Точки внутри сферы; б) точки вне сферы.

Упражнение 14

Что представляет собой геометрическое место точек пространства, координаты которых удовлетворяют уравнению $x^2 + y^2 = 1$?



Ответ: Цилиндрическая поверхность.