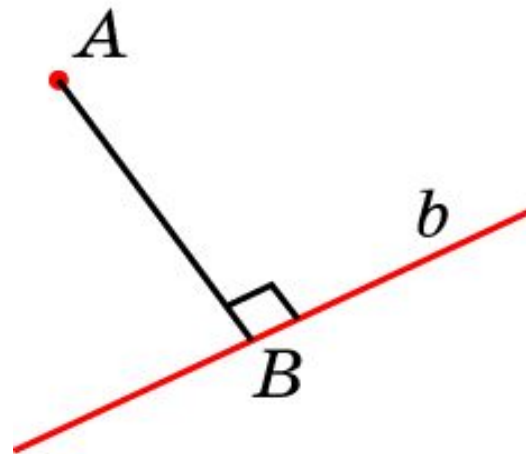


РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.



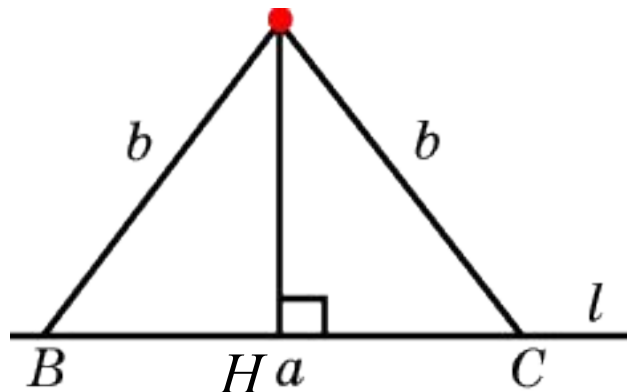
Нахождение расстояний 1

Для нахождения расстояния от точки A до прямой l перпендикуляр AH , опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка A , а сторона BC , противолежащая этой вершине, лежит на прямой l . Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.

При этом возможны следующие случаи:

1. Треугольник ABC – равнобедренный, $AB = AC$. Пусть $AB = AC = b$, $BC = a$. Искомый перпендикуляр находится из прямоугольного треугольника ABH :

$$AH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$



Нахождение расстояний 2

2. Треугольник ABC – равнобедренный, $AC = BC$.

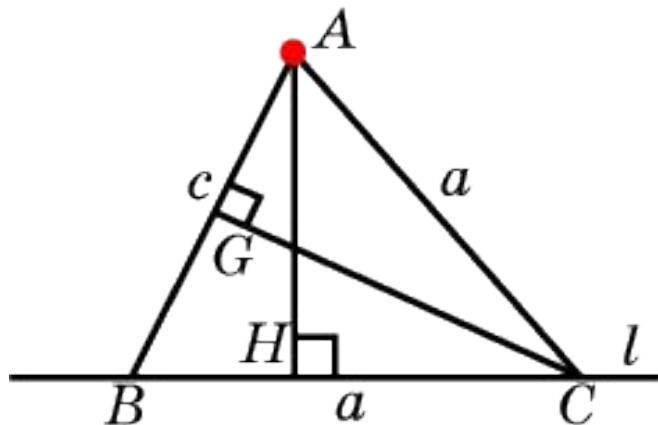
Пусть $AB = c$, $AC = BC = a$. Найдем высоту CG . $CG = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$.

Площадь треугольника ABC равна $\frac{1}{2} AB \cdot CG = \frac{1}{2} c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{4}$.

С другой стороны, площадь этого треугольника равна

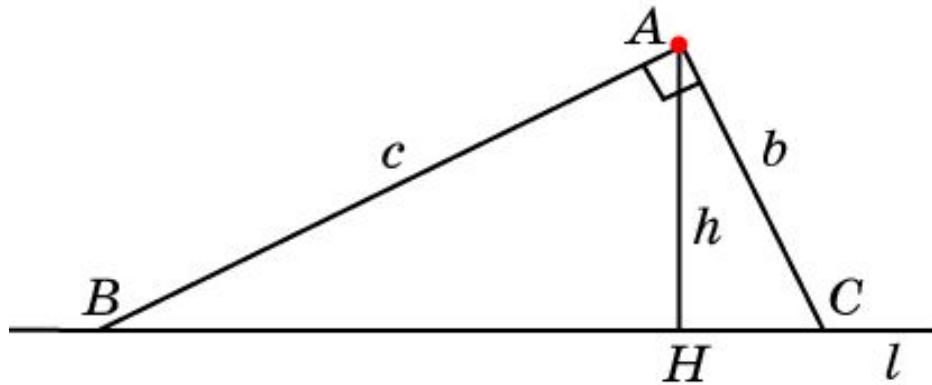
$\frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} a \cdot AH$. Приравняв первое и второе значения площади, получим значение искомого перпендикуляра

$$AH = \frac{c \sqrt{4a^2 - c^2}}{2a}.$$



Нахождение расстояний 3

3. Треугольник ABC – прямоугольный, угол A – прямой. Пусть $AB = c$, $AC = b$. Тогда гипотенуза BC равна $\sqrt{b^2 + c^2}$. Удвоенная площадь треугольника ABC , с одной стороны, равна bc , а с другой $h\sqrt{b^2 + c^2}$. Следовательно, $h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$.



Нахождение расстояний 4

4. Треугольник ABC – произвольный.

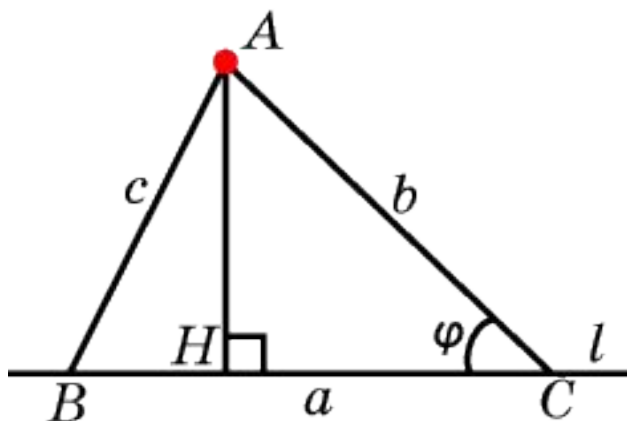
Пусть $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, $\angle ACB = \varphi$. По теореме косинусов

имеет место равенство $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$. Откуда

$\cos \varphi = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$. Зная косинус угла, можно найти его синус

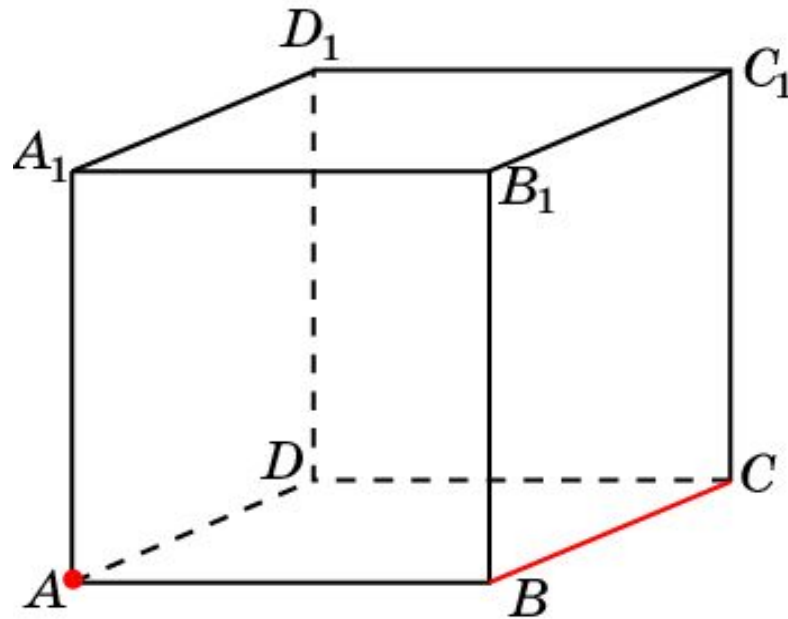
$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$, а зная синус, можно найти высоту

$$AH = b \cdot \sin \varphi.$$



Куб 1

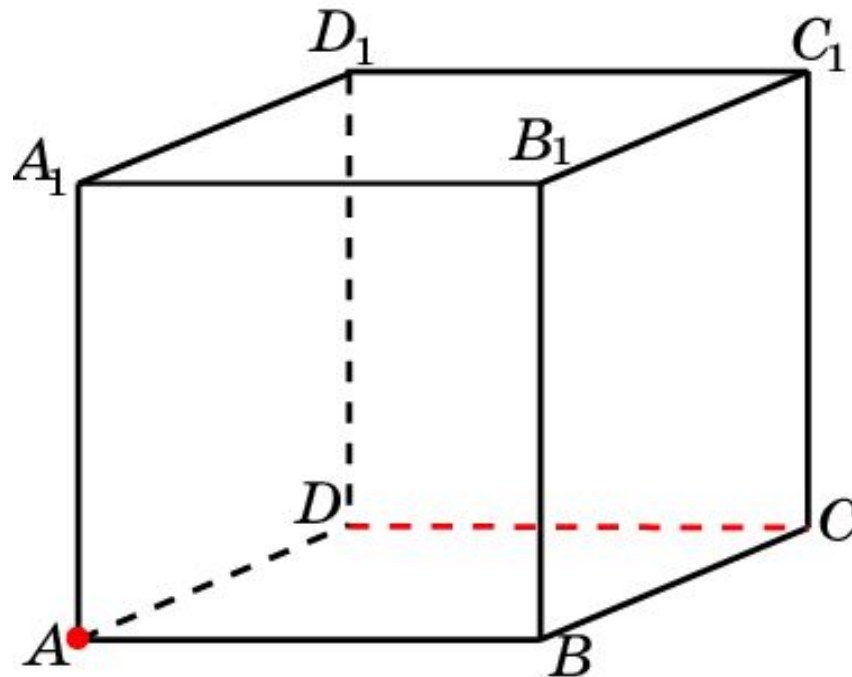
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Ответ: 1.

Куб 2

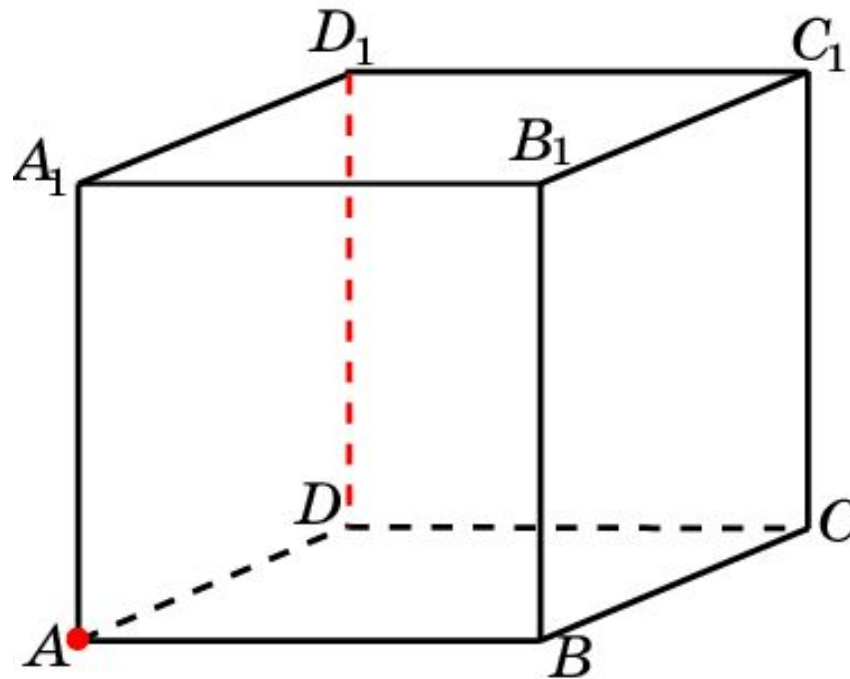
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой CD .



Ответ: 1.

Куб 3

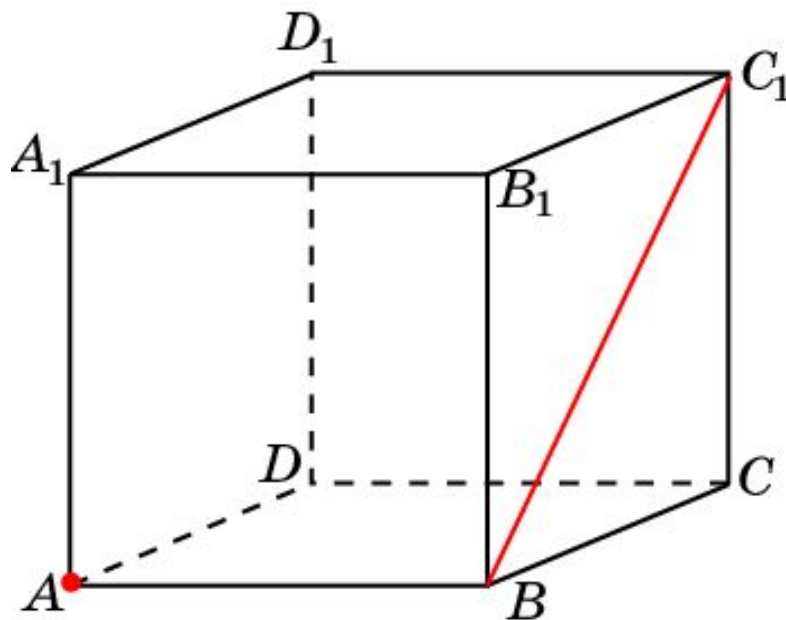
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой DD_1 .



Ответ: 1.

Куб 4

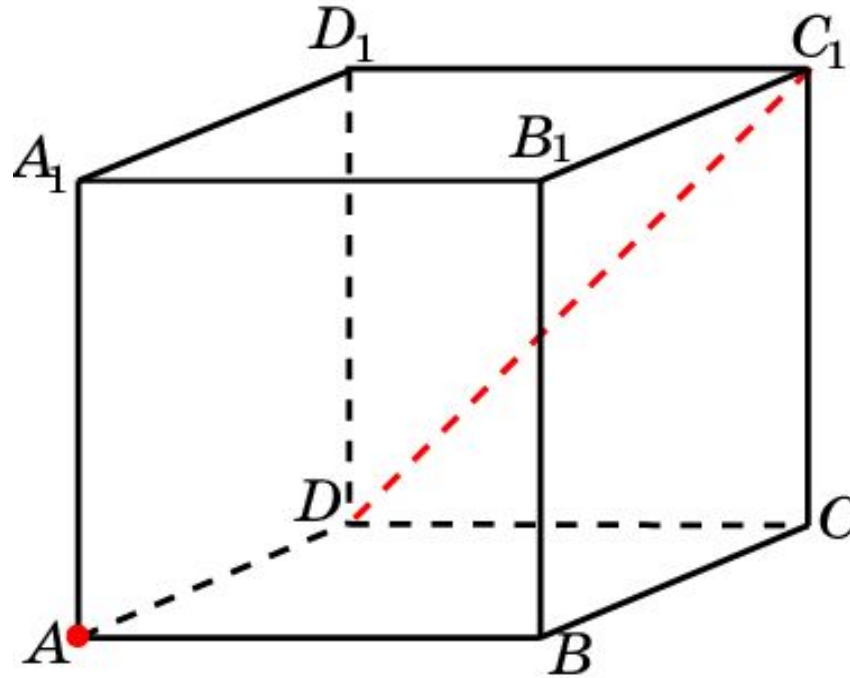
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BC_1 .



Ответ: 1.

Куб 5

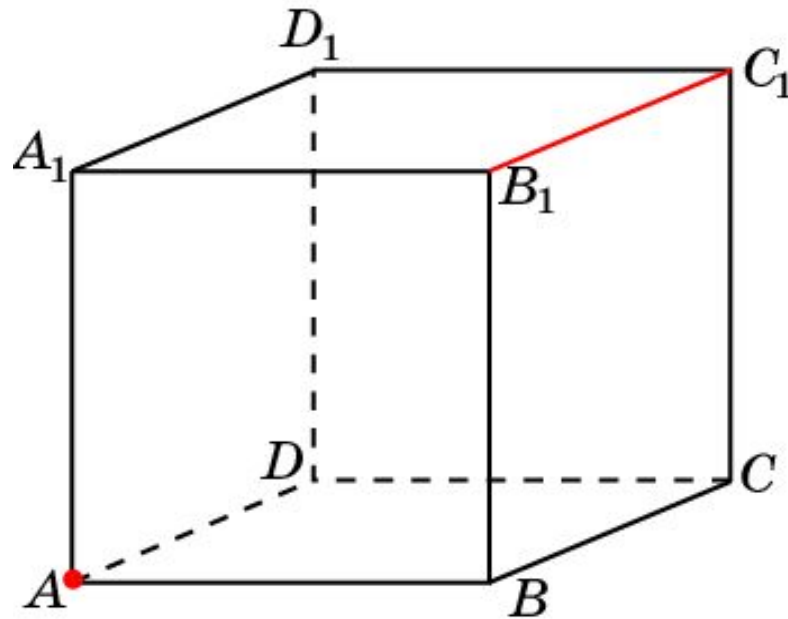
В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой DC_1 .



Ответ: 1.

Куб 6

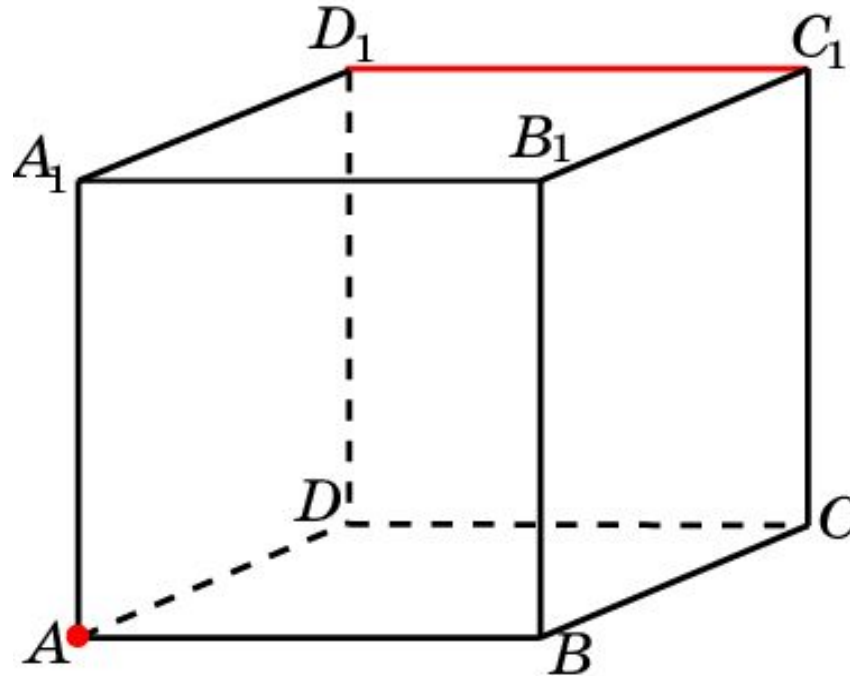
В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой B_1C_1 .



Ответ: $\sqrt{2}$.

Куб 7

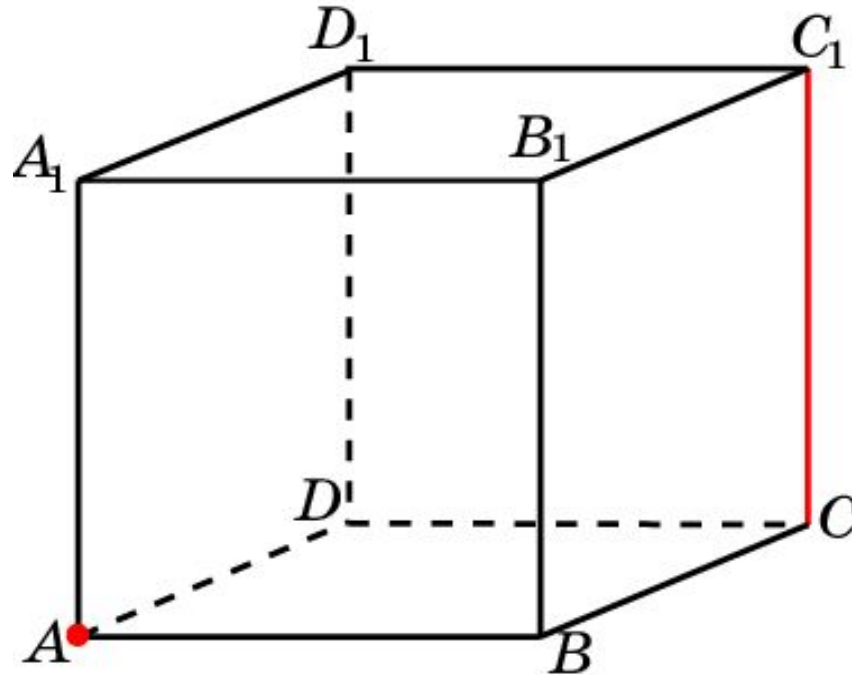
В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой C_1D_1 .



Ответ: $\sqrt{2}$.

Куб 8

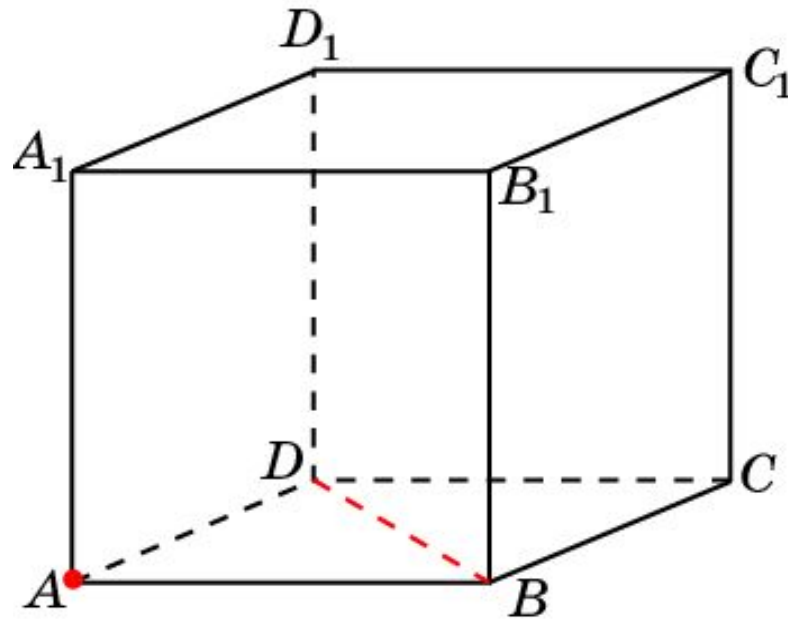
В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой CC_1 .



Ответ: $\sqrt{2}$.

Куб 9

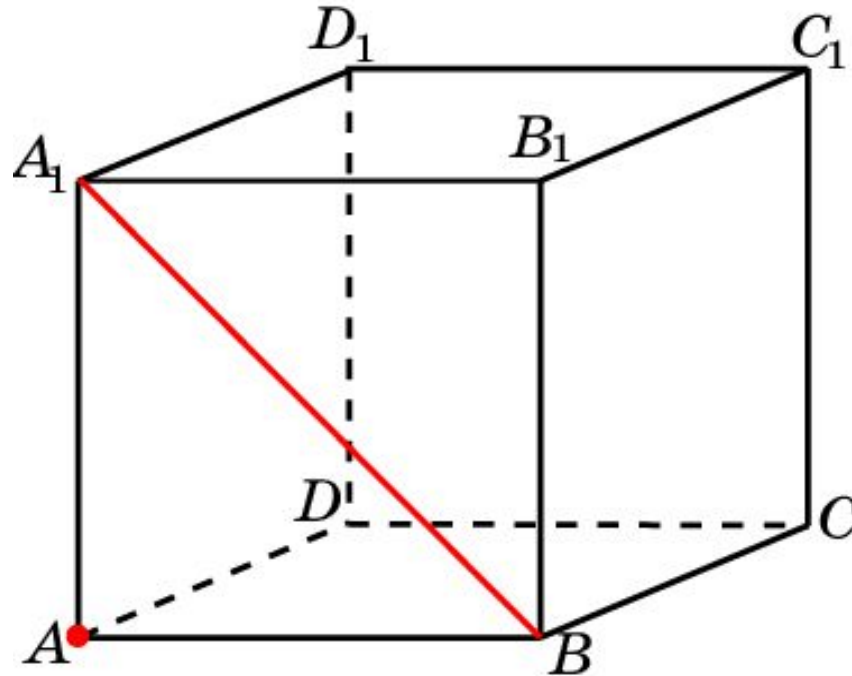
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD .



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Куб 10

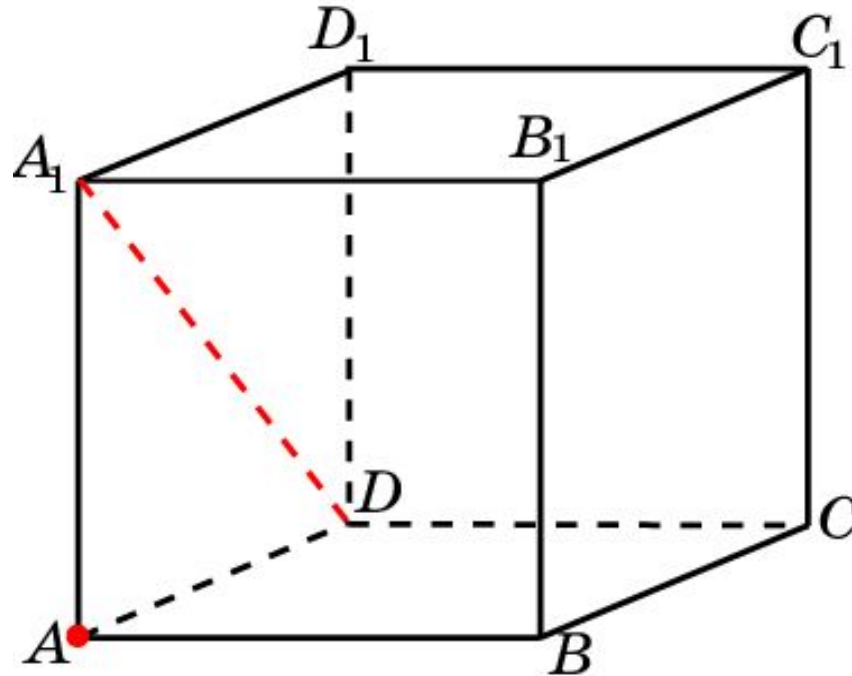
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BA_1 .



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Куб 11

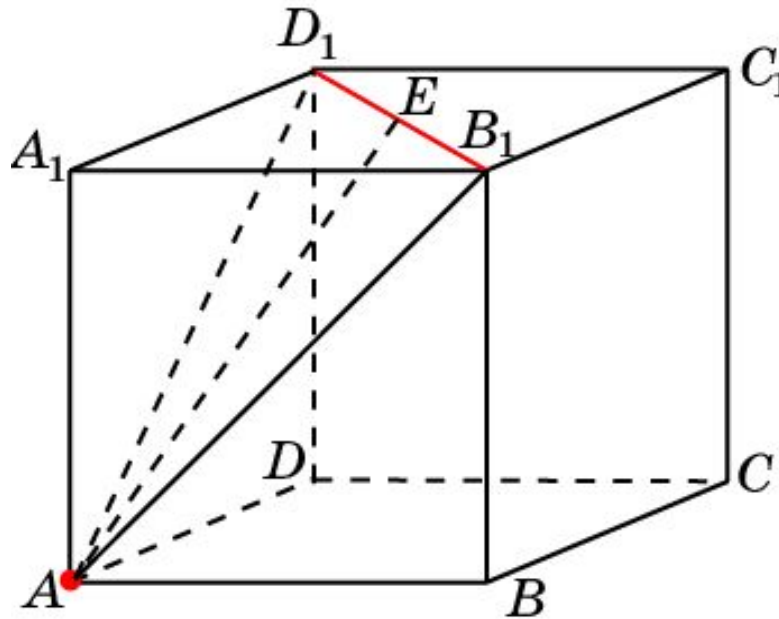
В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой DA_1 .



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Куб 12

В единичном кубе $A\dots D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой B_1D_1 .



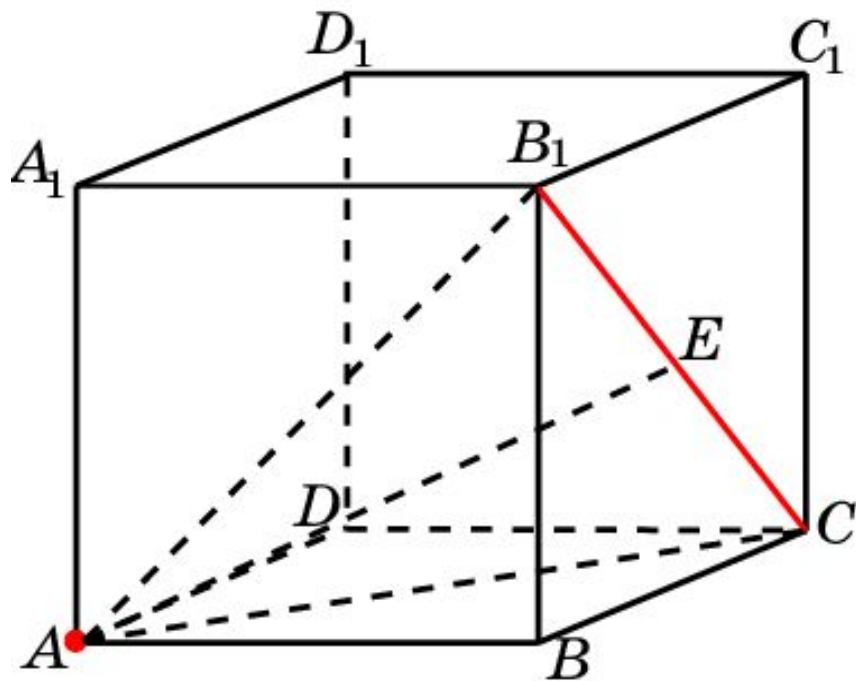
Решение: Искомое расстояние равно высоте AE равностороннего треугольника AB_1D_1 . Имеем, $AB_1 = AD_1 = B_1D_1 = \sqrt{2}$.

Следовательно, $AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Куб 13

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой CB_1 .



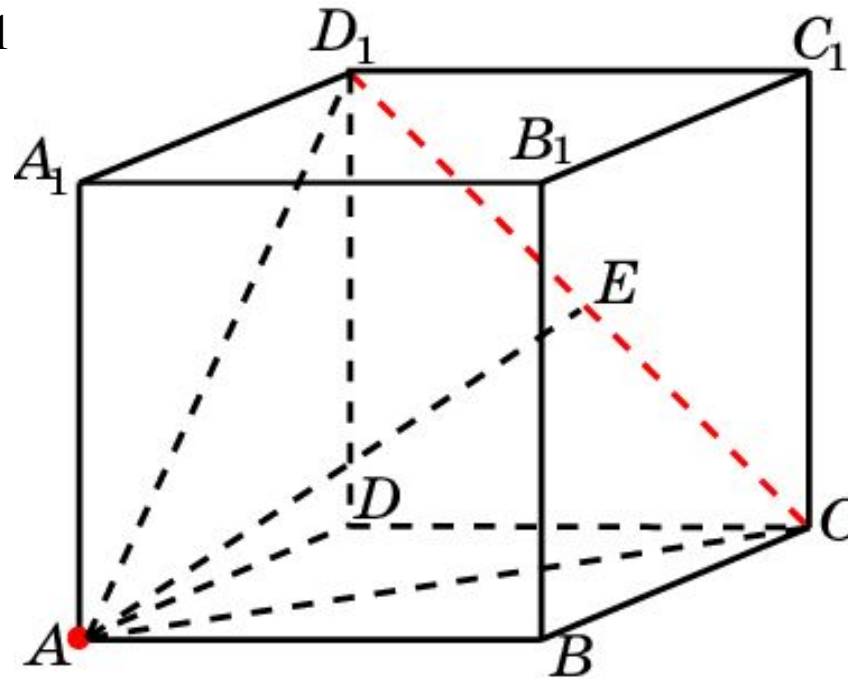
Решение: Искомое расстояние равно высоте AE равностороннего треугольника ACB_1 . Имеем, $AC = AB_1 = CB_1 = \sqrt{2}$.

Следовательно, $AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Куб 14

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой CD_1



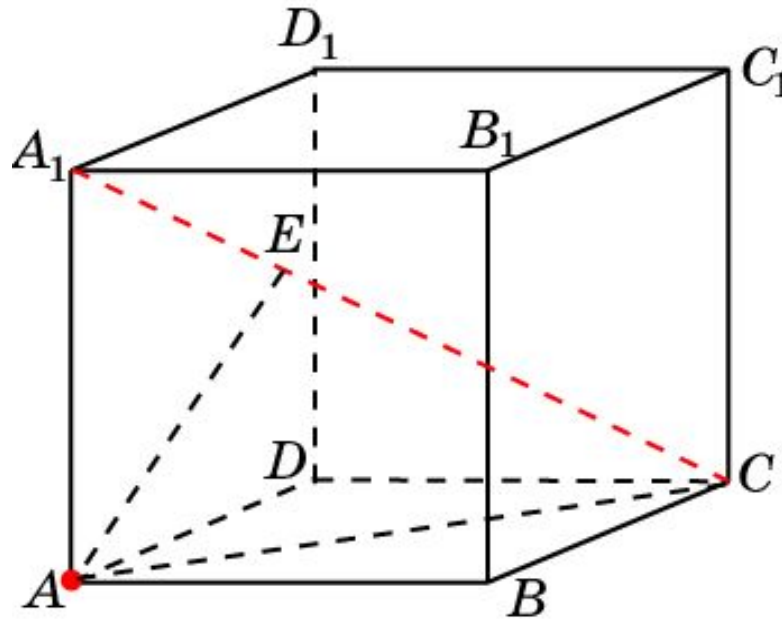
Решение: Искомое расстояние равно высоте AE равностороннего треугольника ACD_1 . Имеем, $AC = AD_1 = CD_1 = \sqrt{2}$.

Следовательно, $AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Куб 15

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой A_1C .



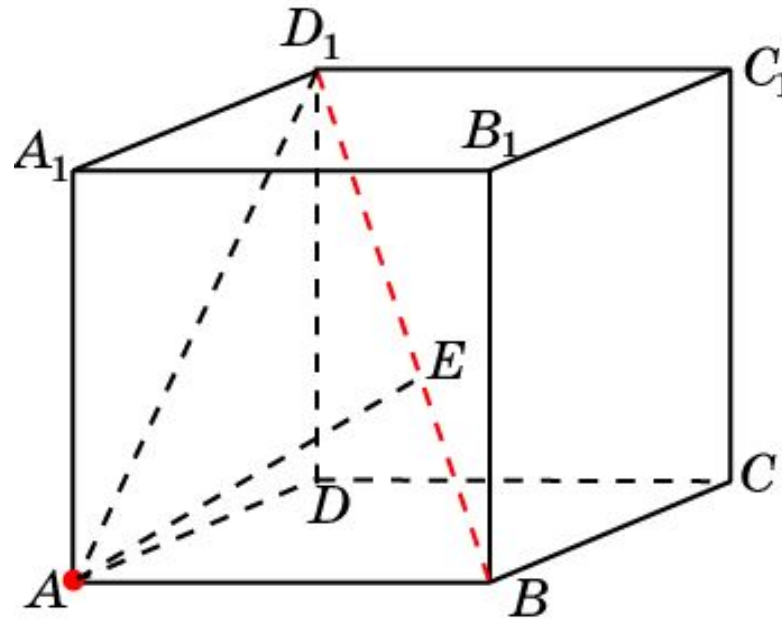
Решение: Искомое расстояние равно высоте AE прямоугольного треугольника ACA_1 . Имеем, $AA_1 = 1$, $AC = \sqrt{2}$, $CA_1 = \sqrt{3}$.

Следовательно, $AE = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Куб 16

В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 .



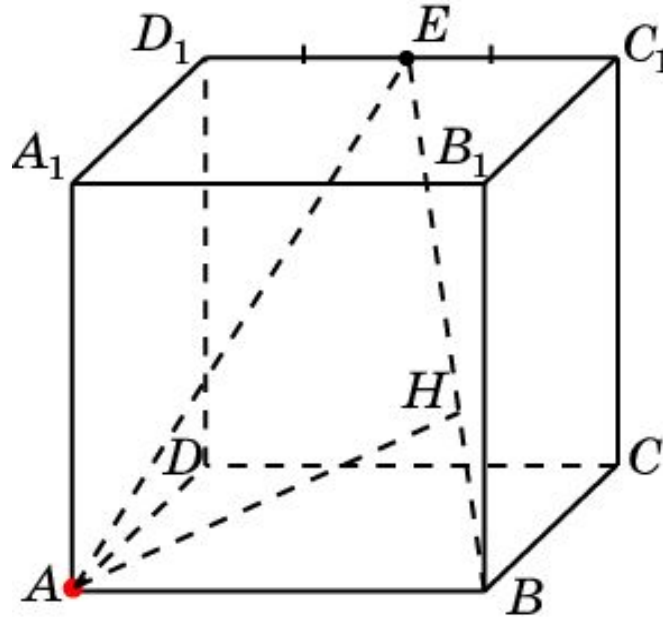
Решение: Искомое расстояние равно высоте AE прямоугольного треугольника ABD_1 . Имеем, $AB = 1$, $AD_1 = \sqrt{2}$, $BD_1 = \sqrt{3}$.

Следовательно, $AE = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Куб 17

В единичном кубе $A\dots D_1$ точка E – середина ребра C_1D_1 .
Найдите расстояние от точки A до прямой BE .



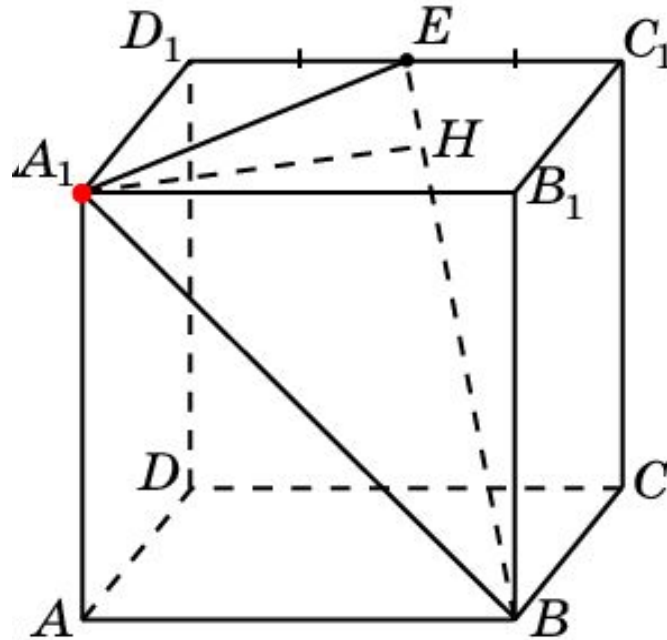
Решение: Искомое расстояние равно высоте AH равнобедренного треугольника ABE . Имеем, $AB = 1$, $AE = BE = 1,5$.

Следовательно, $AH = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Куб 18

В единичном кубе $A\dots D_1$ точка E – середина ребра C_1D_1 .
Найдите расстояние от точки A_1 до прямой BE .

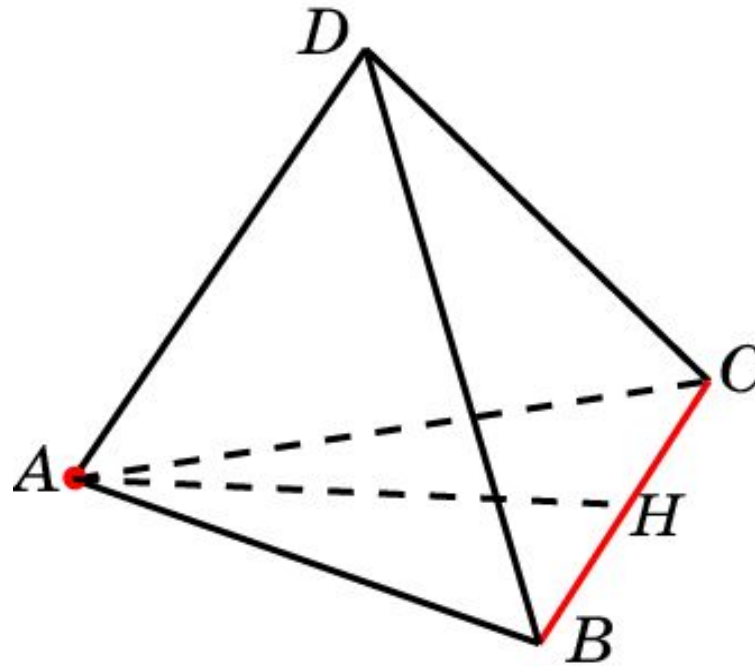


Решение: Искомое расстояние равно высоте A_1H треугольника A_1BE . Имеем, $A_1B = \sqrt{2}$, $A_1E = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $BE = 1,5$.
По теореме косинусов, находим $\cos \angle A_1BE = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, $A_1H = 1$.

Ответ: 1.

Пирамида 1

В правильном единичном тетраэдре $ABCD$ найдите расстояние от вершины A до прямой BC .



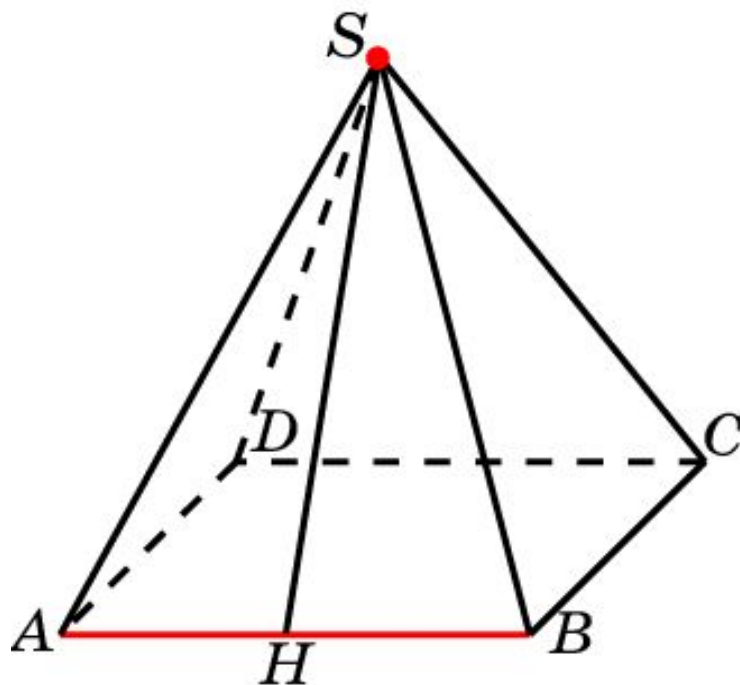
Решение. Искомое расстояние равно высоте AH треугольника

ABC . Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Пирамида 2

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины S до прямой AB .

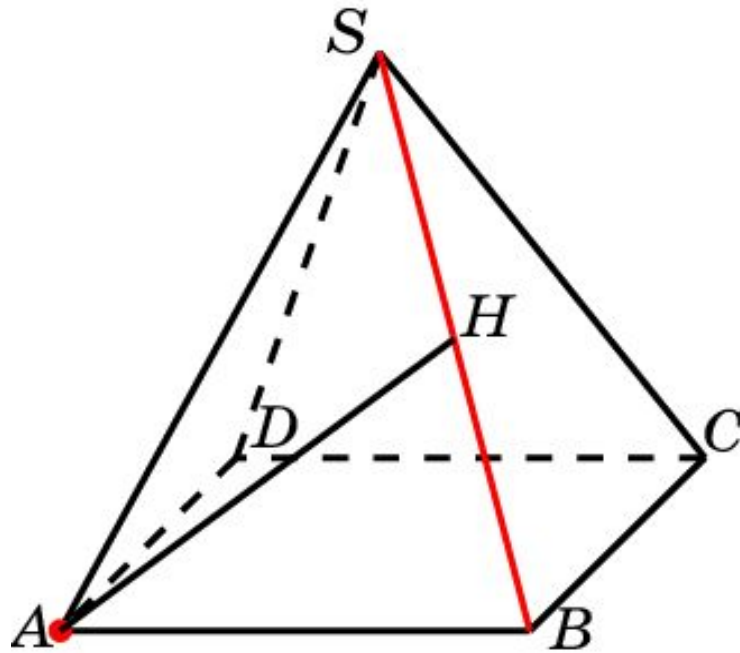


Решение. Искомое расстояние равно высоте SH треугольника SAB . Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Пирамида 3

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины A до прямой SB .

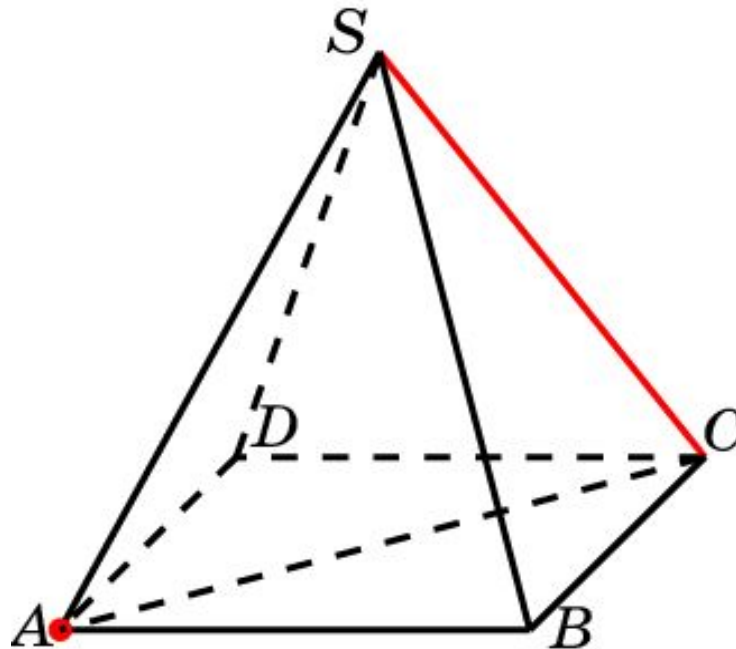


Решение. Искомое расстояние равно высоте AH треугольника SAB . Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Пирамида 4

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины A до прямой SC .

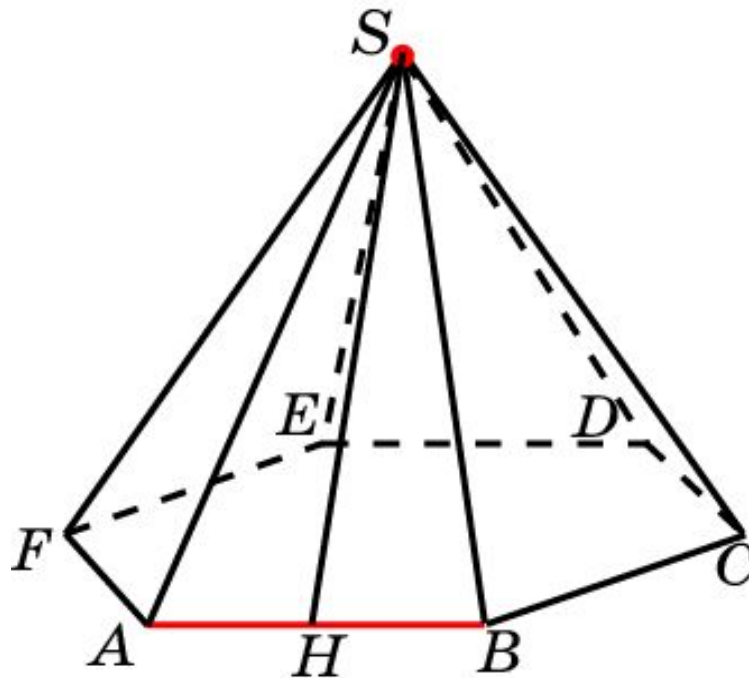


Решение. Треугольник SAC прямоугольный. Искомое расстояние равно катету SA и равно 1.

Ответ: 1.

Пирамида 5

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от вершины S до прямой AB .

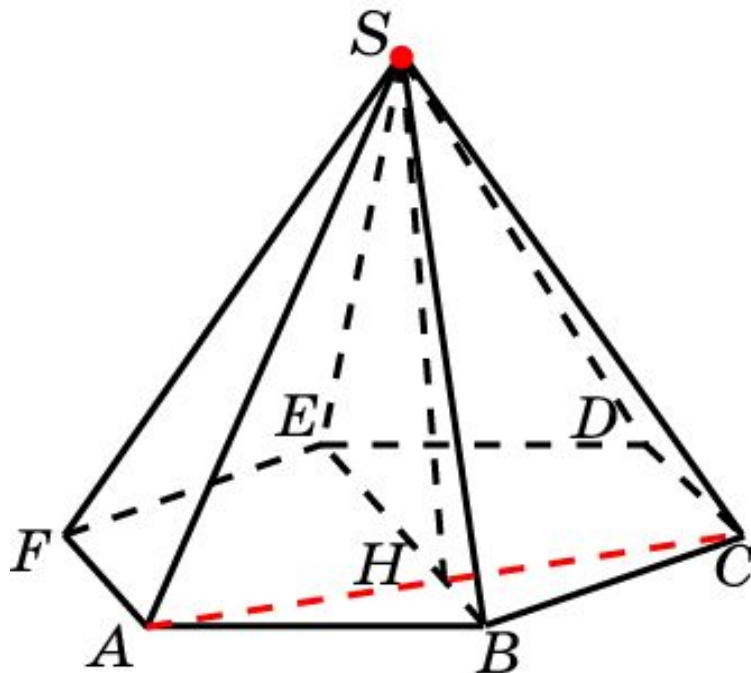


Решение. Искомое расстояние равно высоте SH треугольника SAB . Оно равно $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Пирамида 6

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от вершины S до прямой AC .



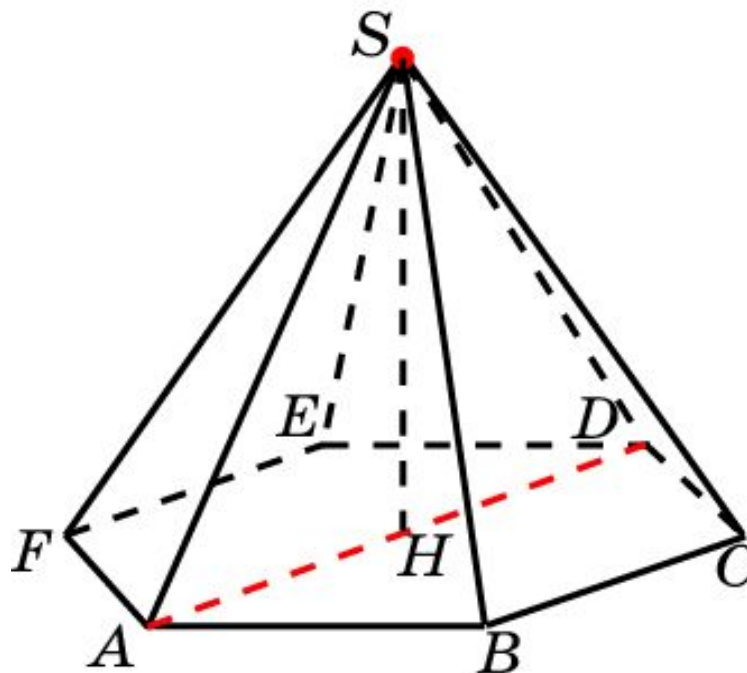
Решение. Искомое расстояние равно высоте SH треугольника

SAC . Оно равно $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Пирамида 7

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от вершины S до прямой AD .

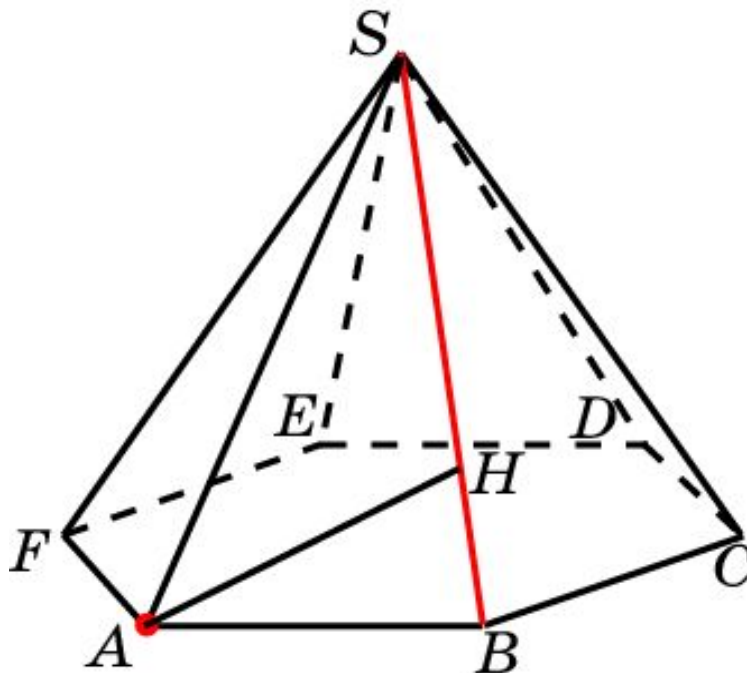


Решение. Искомое расстояние равно высоте SH треугольника SAD . Оно равно $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

Пирамида 8

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки A до прямой SB .



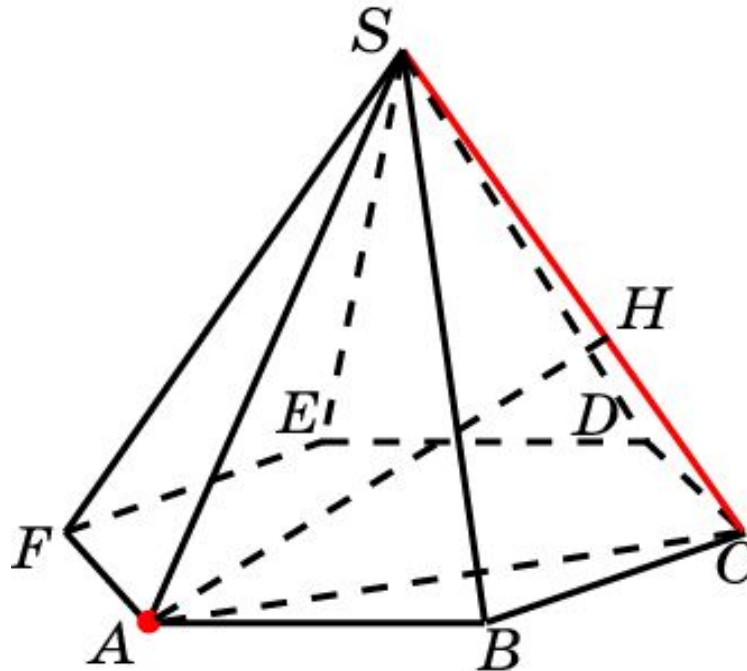
Решение. Искомое расстояние равно высоте AH треугольника

SAB . Оно равно $\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Пирамида 9

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки A до прямой SC .



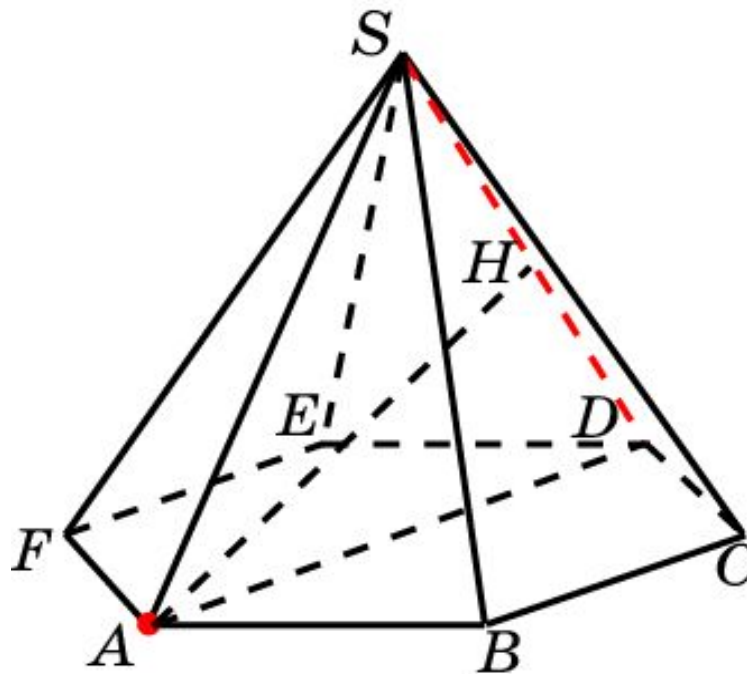
Решение. Искомое расстояние равно высоте AH треугольника

SAC . Оно равно $\frac{\sqrt{39}}{4}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{39}}{4}$.

Пирамида 10

В правильной пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите расстояние от точки A до прямой SD .

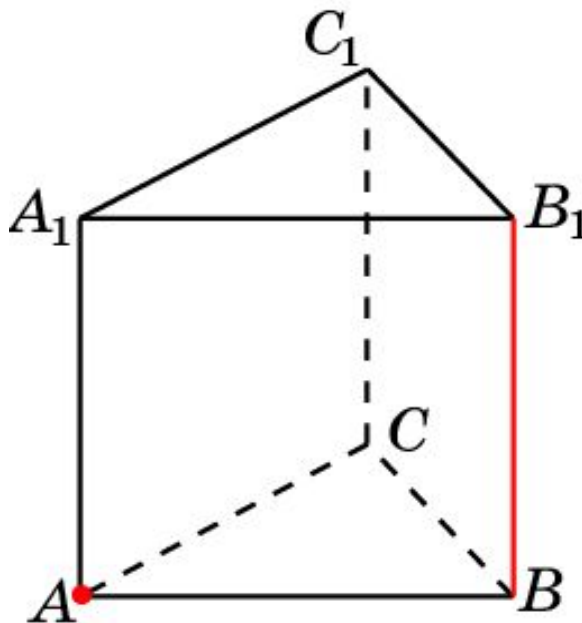


Решение. Искомое расстояние равно высоте AH равностороннего треугольника SAD . Оно равно $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

Призма 1

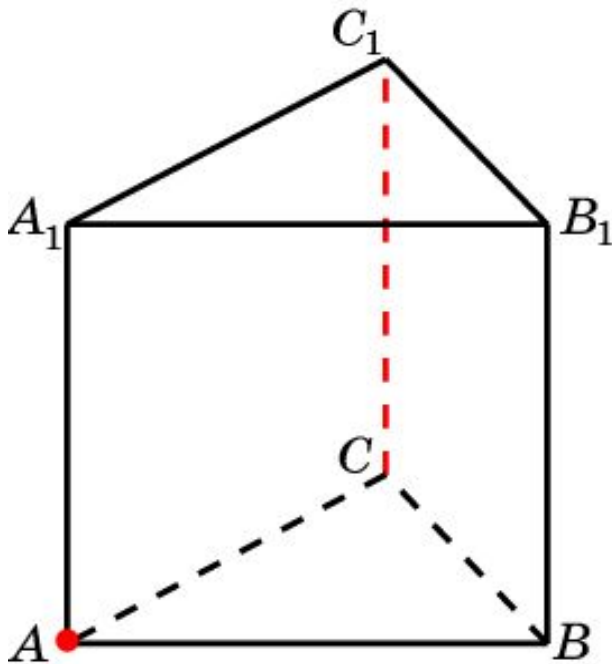
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BB_1 .



Ответ: 1.

Призма 2

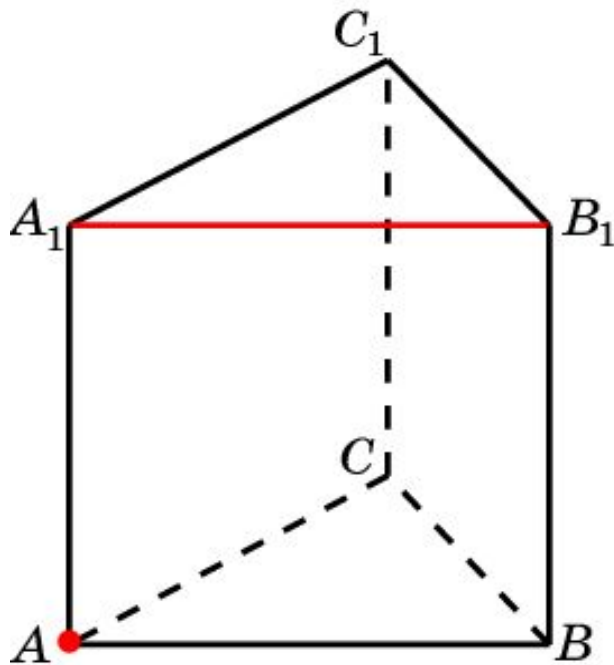
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CC_1 .



Ответ: 1.

Призма 3

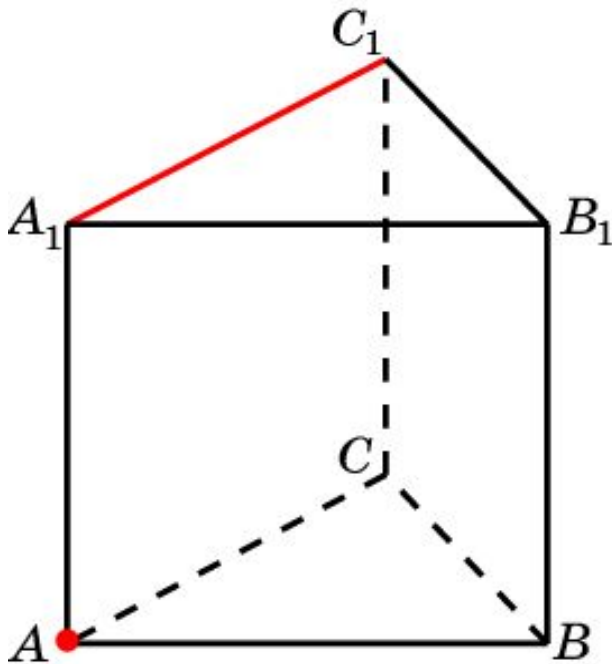
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой A_1B_1 .



Ответ: 1.

Призма 4

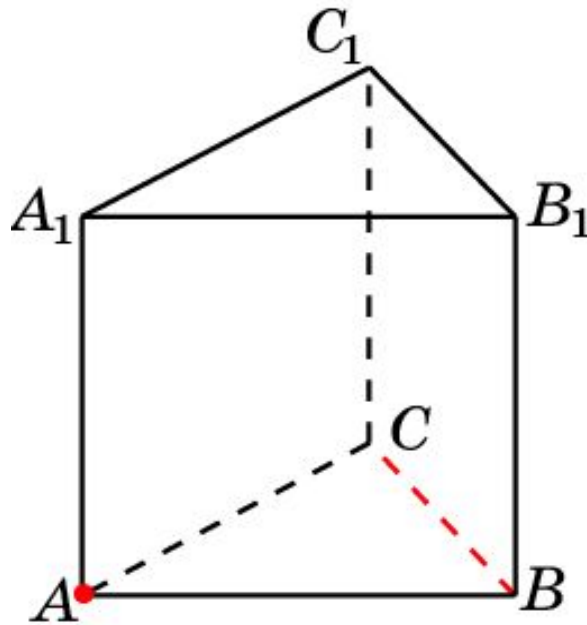
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой A_1C_1 .



Ответ: 1.

Призма 5

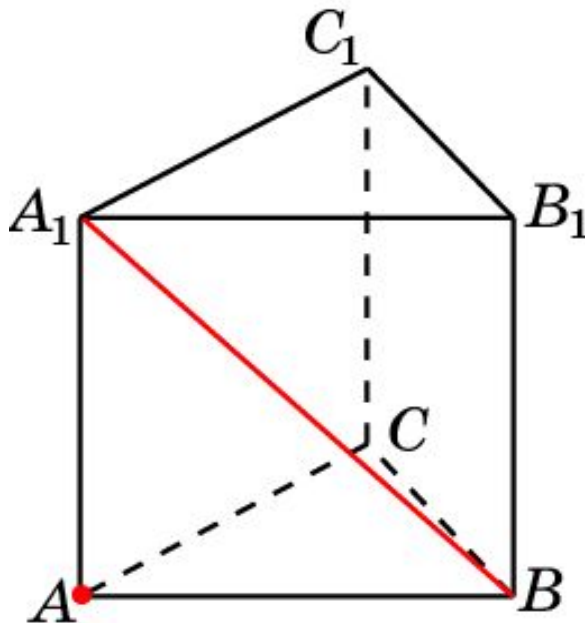
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Призма 6

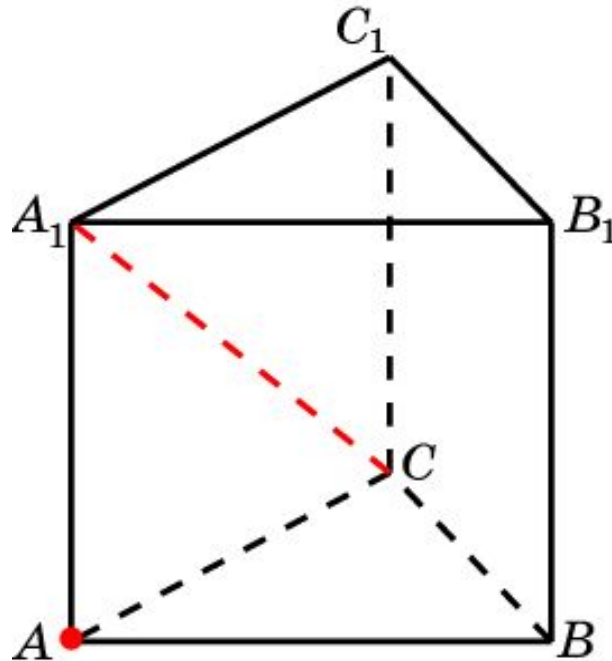
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BA_1 .



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Призма 7

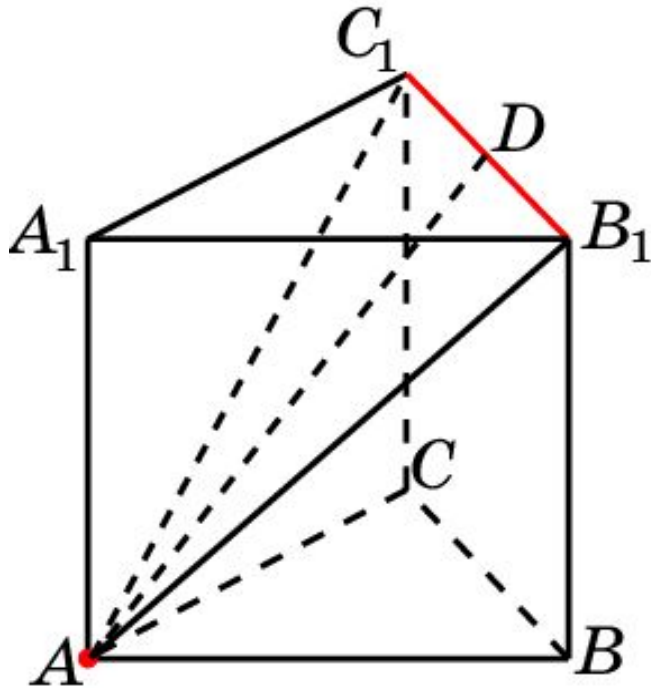
В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CA_1 .



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Призма 8

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой B_1C_1 .



Решение: Искомое расстояние равно высоте AD равнобедренного треугольника AB_1C_1 . Имеем,

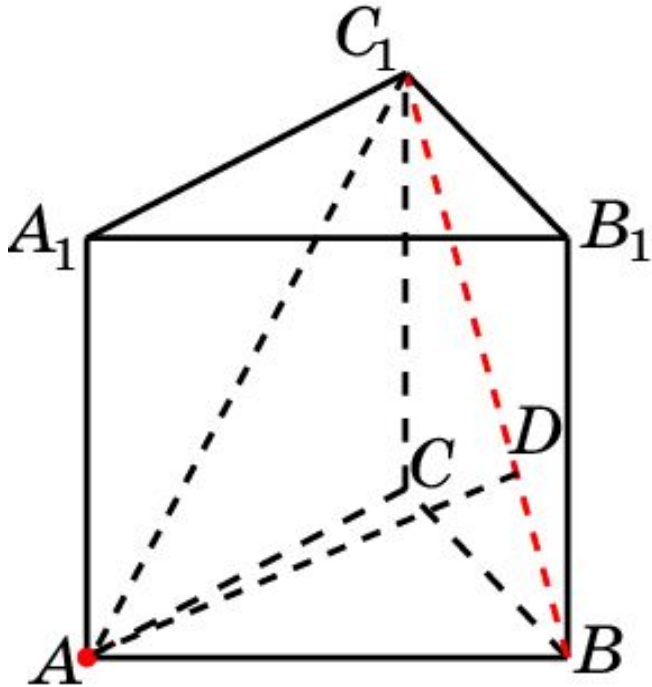
$$B_1C_1 = 1; AB_1 = AC_1 = \sqrt{2}.$$

$$\text{Следовательно, } AD = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Призма 9

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BC_1 .



Решение: Искомое расстояние равно высоте AD равнобедренного треугольника ABC_1 . Имеем,

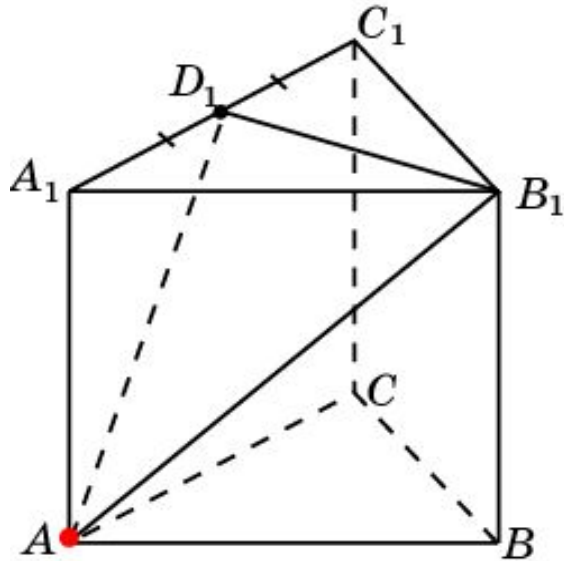
$$AB = 1; AC_1 = BC_1 = \sqrt{2}.$$

$$\text{Следовательно, } AD = \frac{\sqrt{14}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Призма 10

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 , где D_1 – середина ребра A_1C_1 .

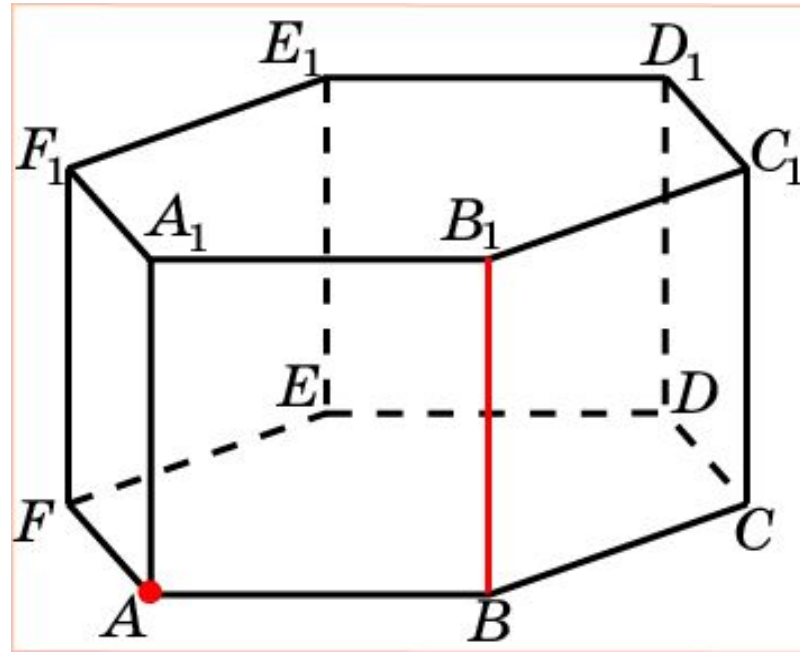


Решение: Искомое расстояние равно высоте AH треугольника AB_1D_1 . Так как прямая B_1D_1 перпендикулярна плоскости ACC_1 , то треугольник AB_1D_1 – прямоугольный (угол AD_1B – прямой). Высота AH совпадает с катетом AD_1 и равна $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Призма 1

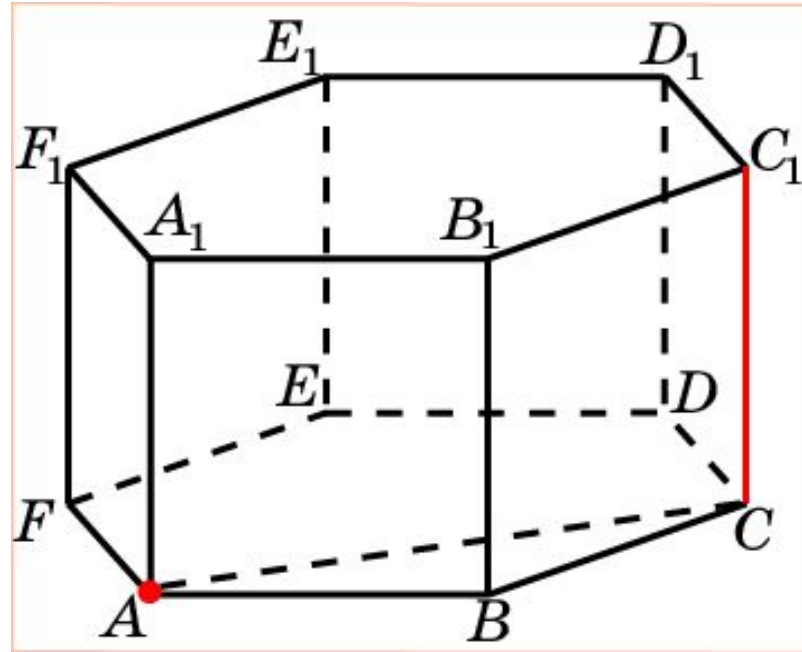
В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BB_1 .



Ответ: 1.

Призма 2

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CC_1 .

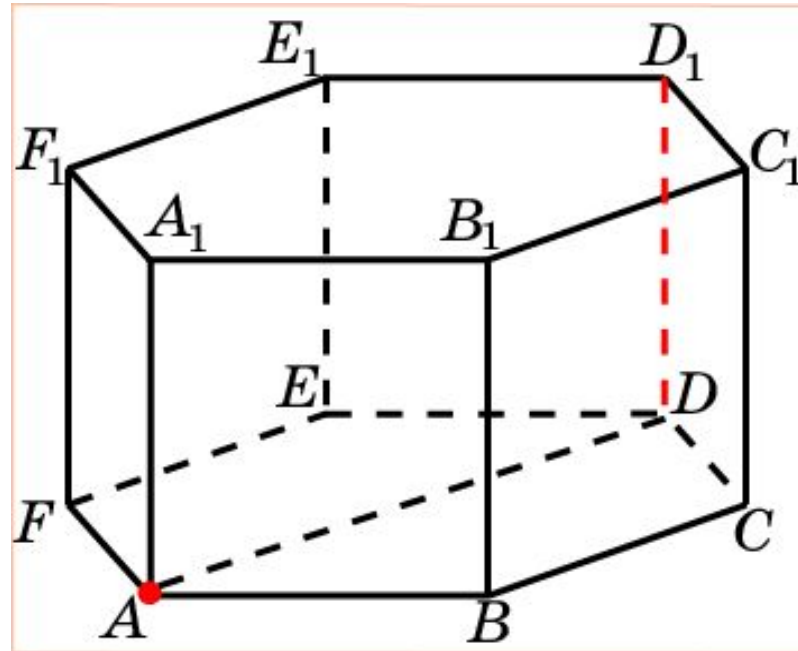


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AC . Она равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

Призма 3

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой DD_1 .

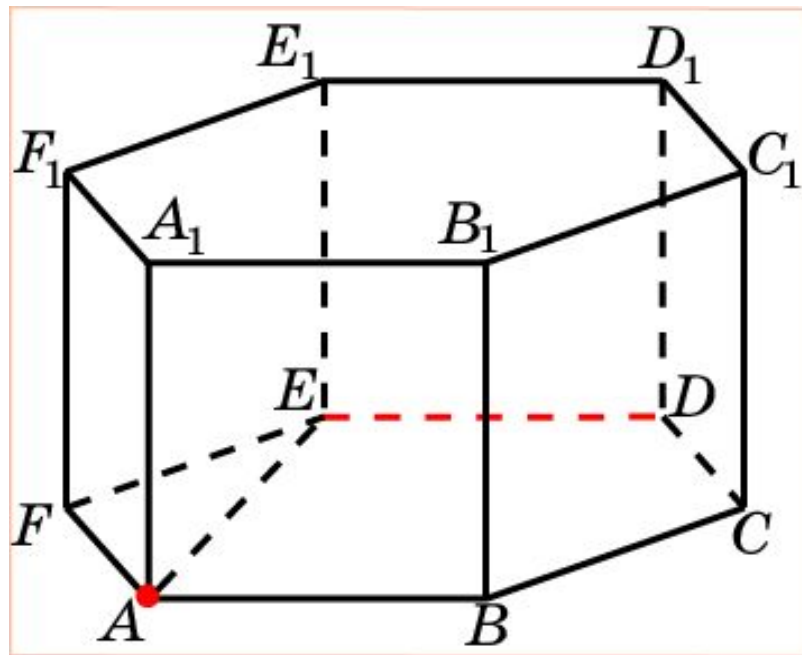


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AD .
Она равна 2.

Ответ: 2.

Призма 4

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой DE .

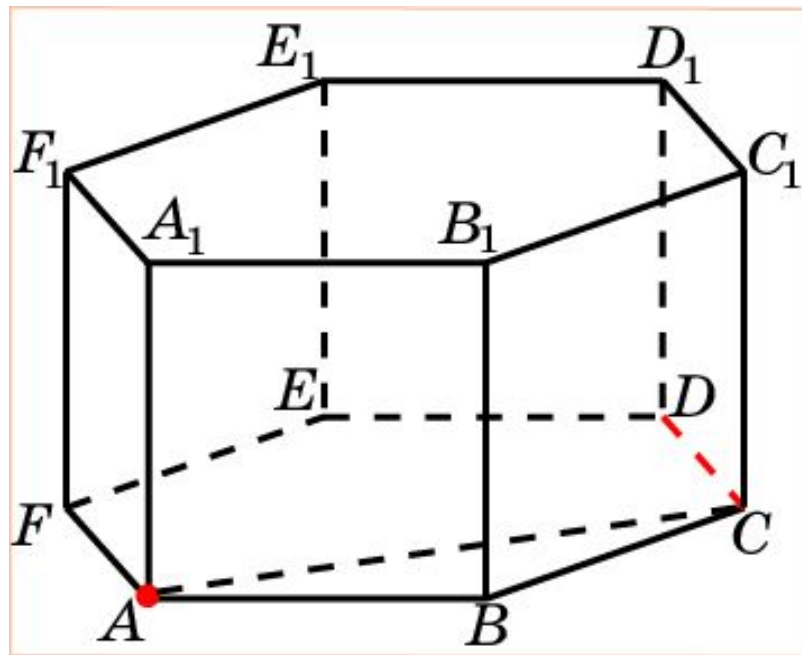


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AE . Она равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

Призма 5

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой DC .

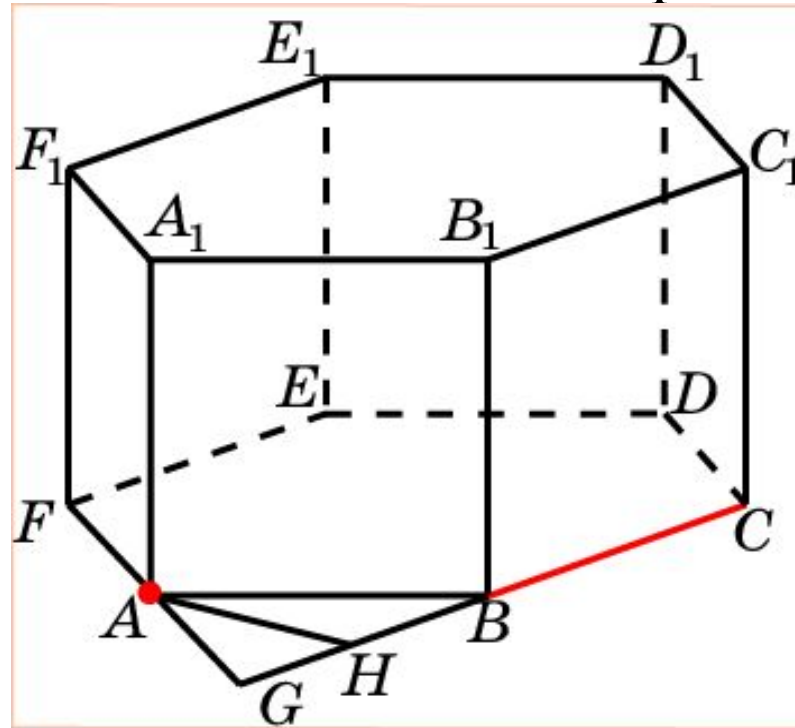


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AC . Она равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

Призма 6

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BC .

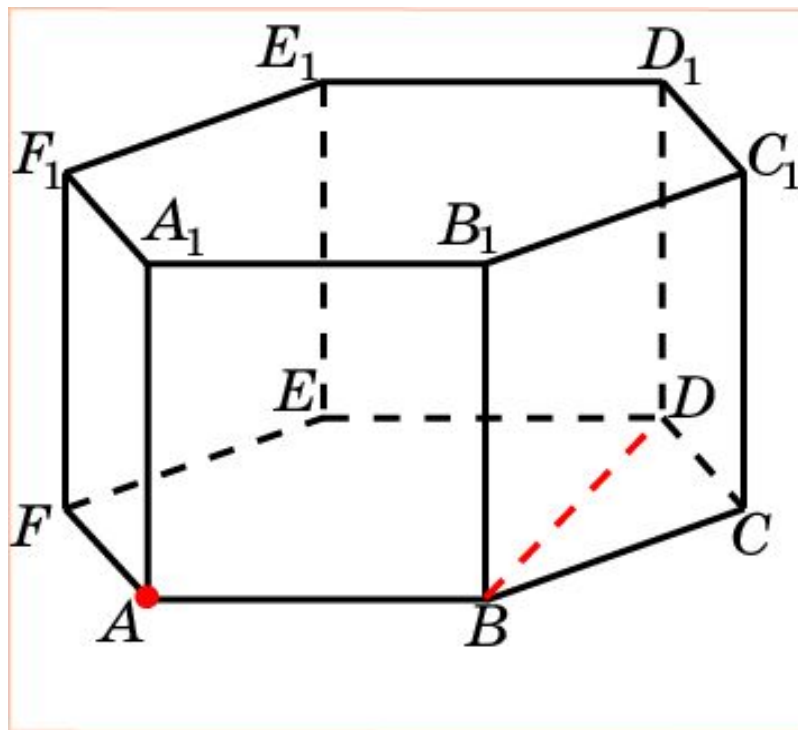


Решение: Продолжим отрезки CB и FA до пересечения в точке G . Треугольник ABG равносторонний. Искомым расстоянием является длина высоты AH треугольника ABG . Она равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Призма 7

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BD .

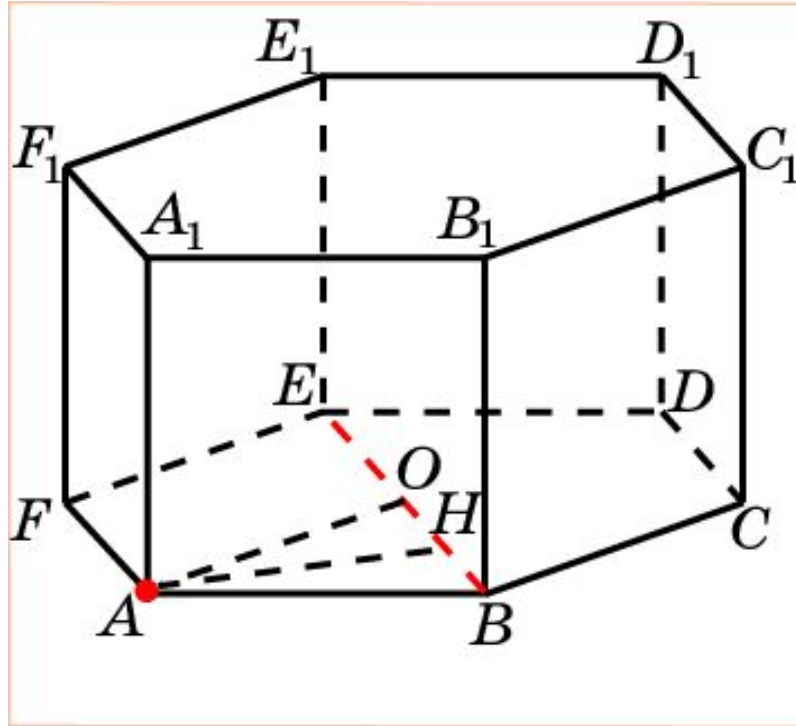


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AB . Она равна 1.

Ответ: 1.

Призма 8

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BE .

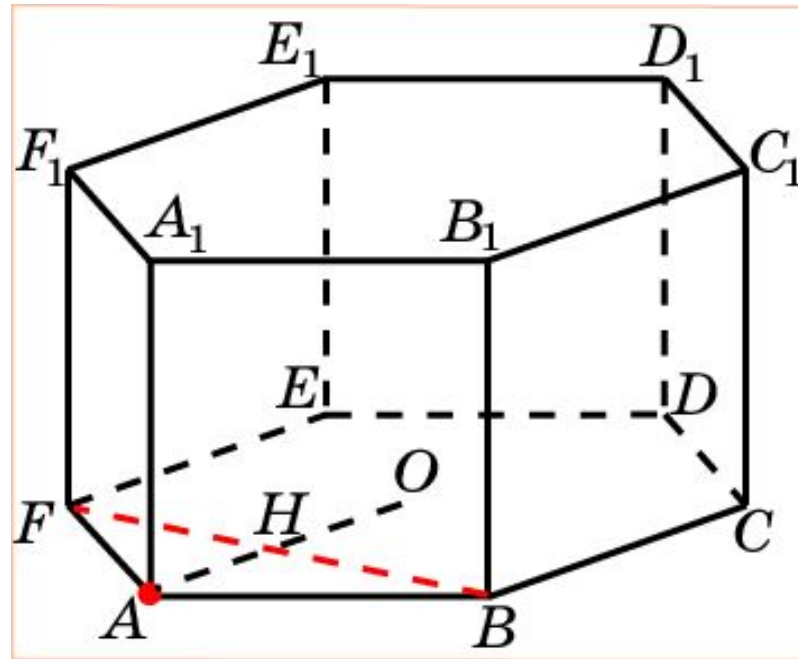


Решение: Пусть O – центр нижнего основания. Треугольник ABO – равносторонний. Искомое расстояние равно высоте AH этого треугольника. Она равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Призма 9

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BF .

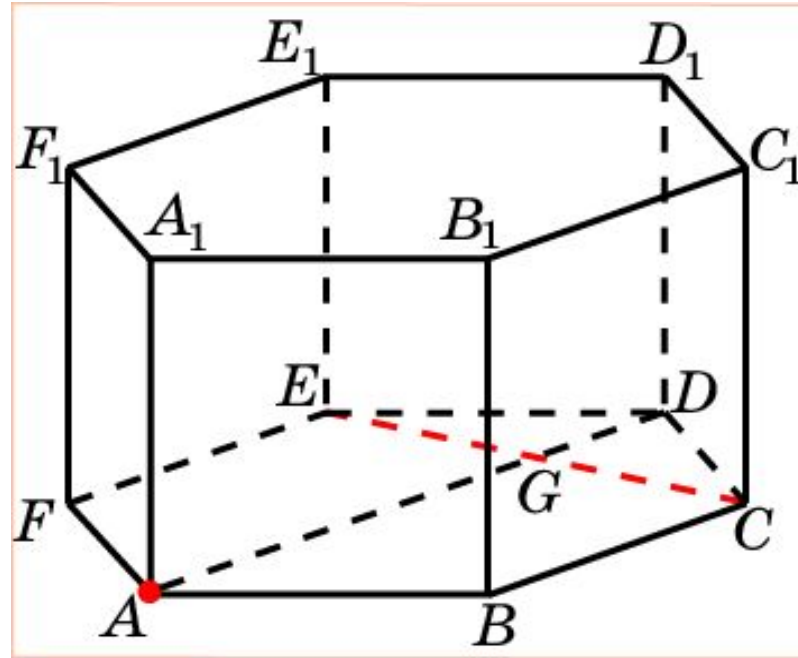


Решение: Пусть O – центр нижнего основания, H – точка пересечения AO и BF . Тогда AH – искомое расстояние. Оно равно $\frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Призма 10

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CE .

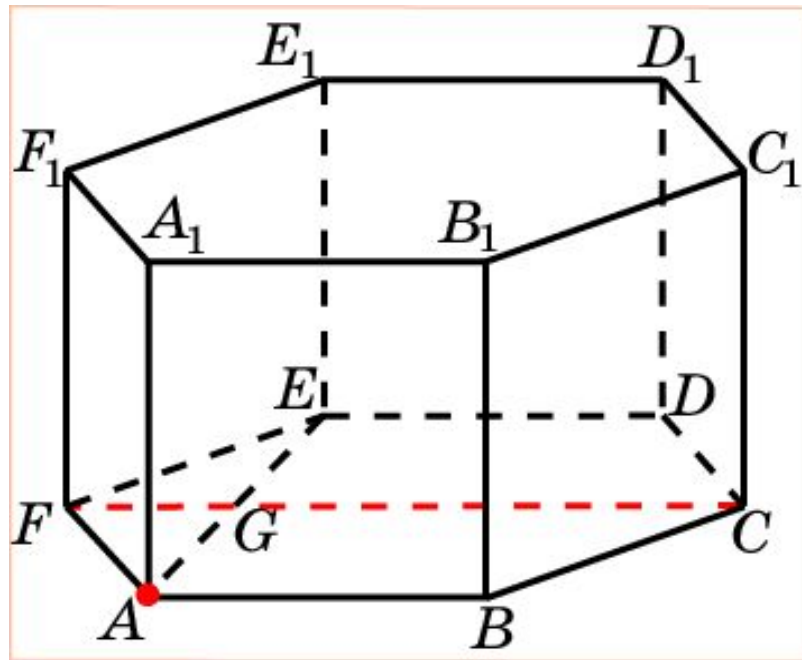


Решение: Проведем диагональ AD . Обозначим G – ее точку пересечения с CE . AG – искомое расстояние. Оно равно $\frac{3}{2}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$.

Призма 11

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CF .

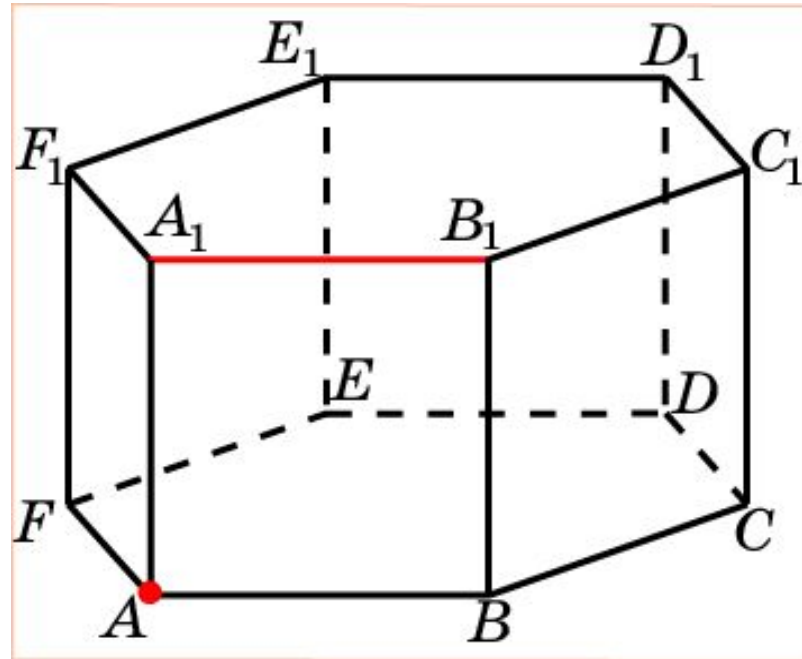


Решение: Проведем отрезок AE . Обозначим G – его точку пересечения с CA . AG – искомое расстояние. Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Призма 12

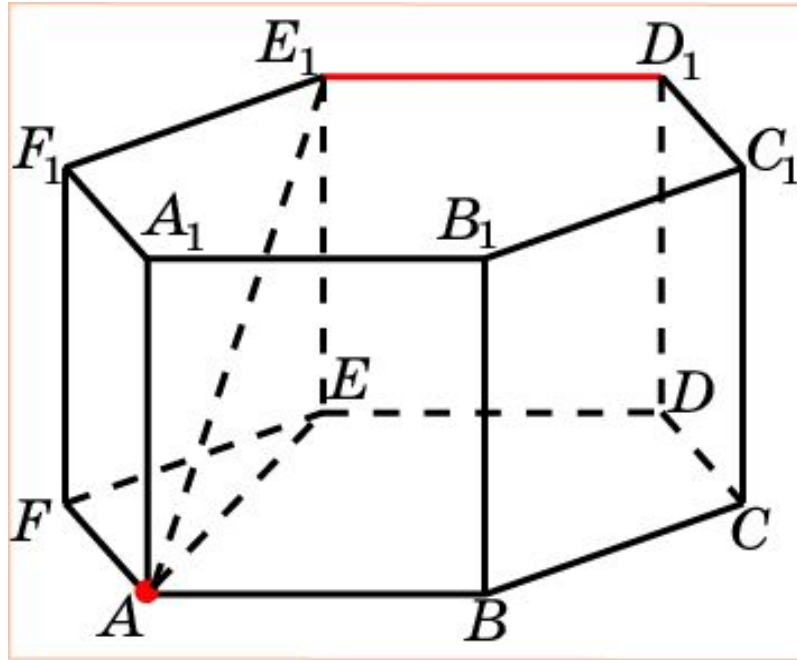
В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой A_1B_1 .



Ответ: 1.

Призма 13

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой D_1E_1 .

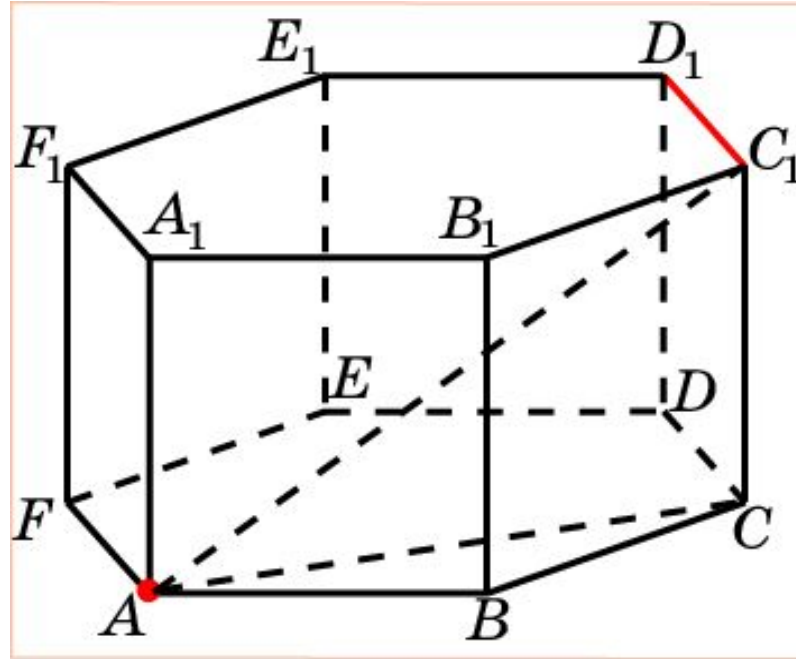


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AE_1 . В прямоугольном треугольнике AE_1E имеем: $EE_1 = 1$, $AE = \sqrt{3}$. Следовательно, $AE_1 = 2$.

Ответ: 2.

Призма 14

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой C_1D_1 .

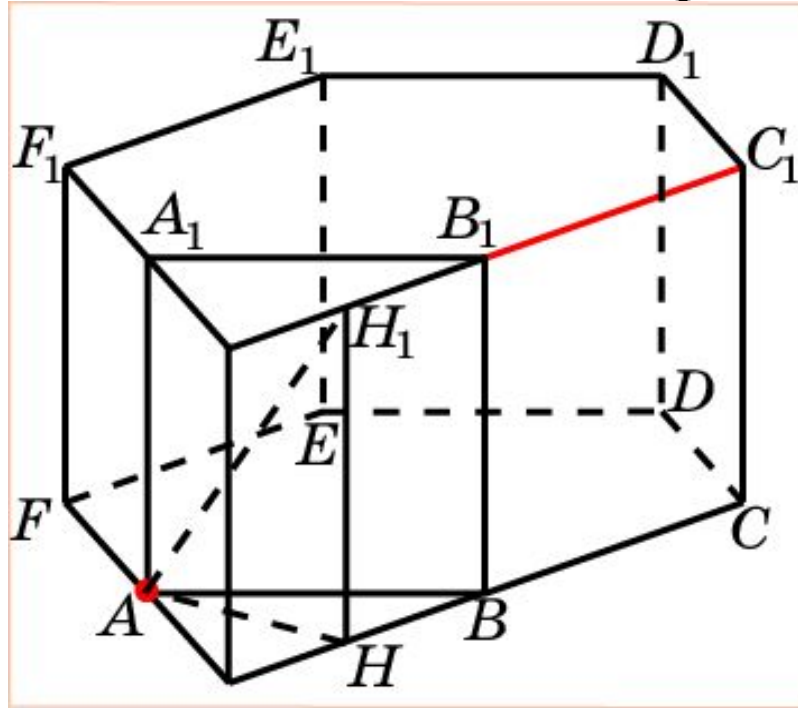


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AC_1 . В прямоугольном треугольнике ACC_1 имеем: $CC_1 = 1$, $AC = \sqrt{3}$. Следовательно, $AC_1 = 2$.

Ответ: 2.

Призма 15

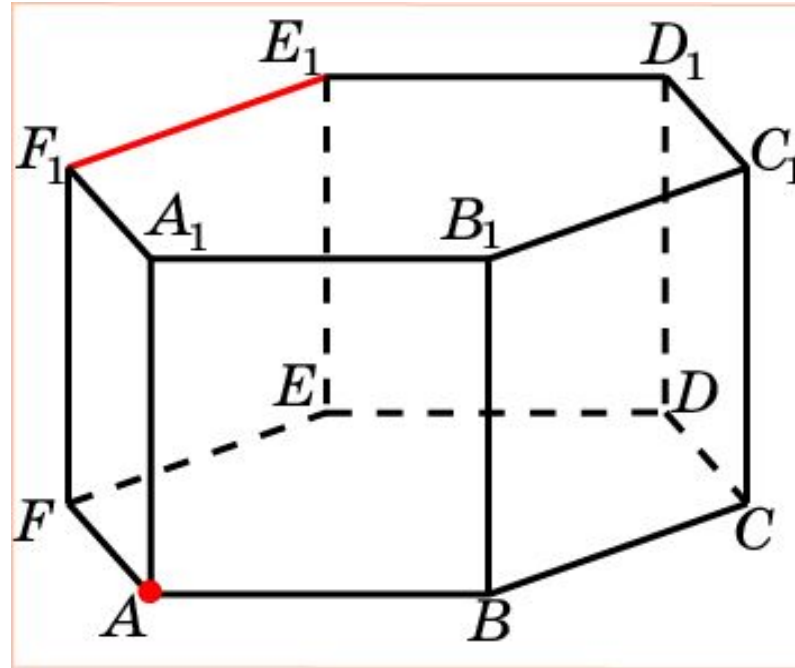
В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой B_1C_1 .



Решение: Достроим призму, присоединив к ней правильную треугольную призму $ABGA_1B_1G_1$. Искомым расстоянием является длина отрезка AH_1 , где H_1 – середина ребра B_1G_1 . В прямоугольном треугольнике AHH_1 имеем: $HH_1 = 1$, $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Следовательно, $AH_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}$. **Ответ:** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Призма 16

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой E_1F_1 .

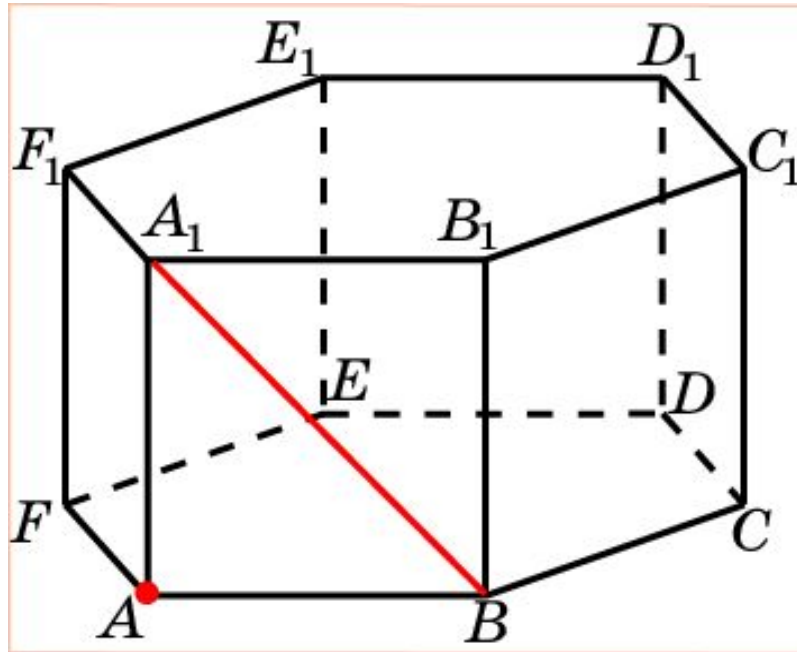


Решение аналогично решению предыдущей задачи.

Ответ: $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Призма 17

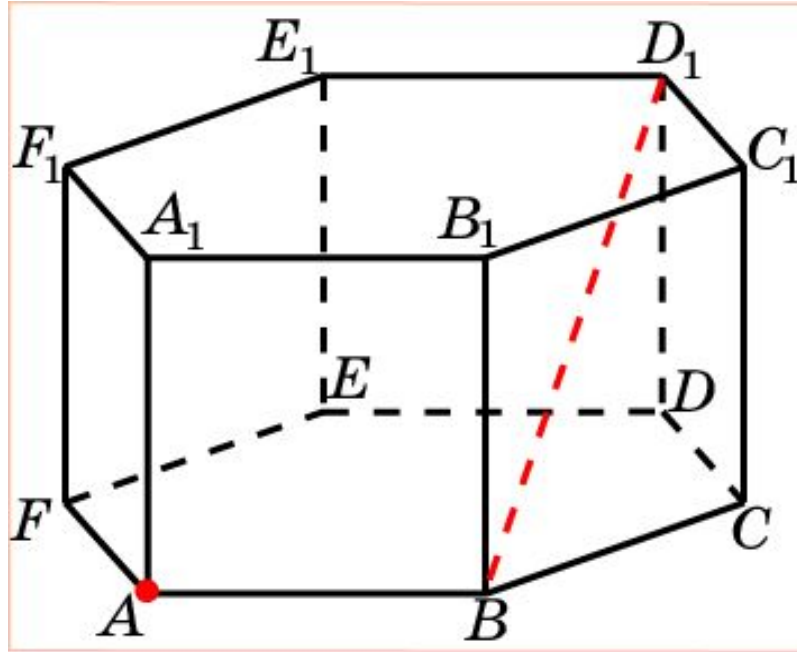
В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BA_1 .



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Призма 18

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 .

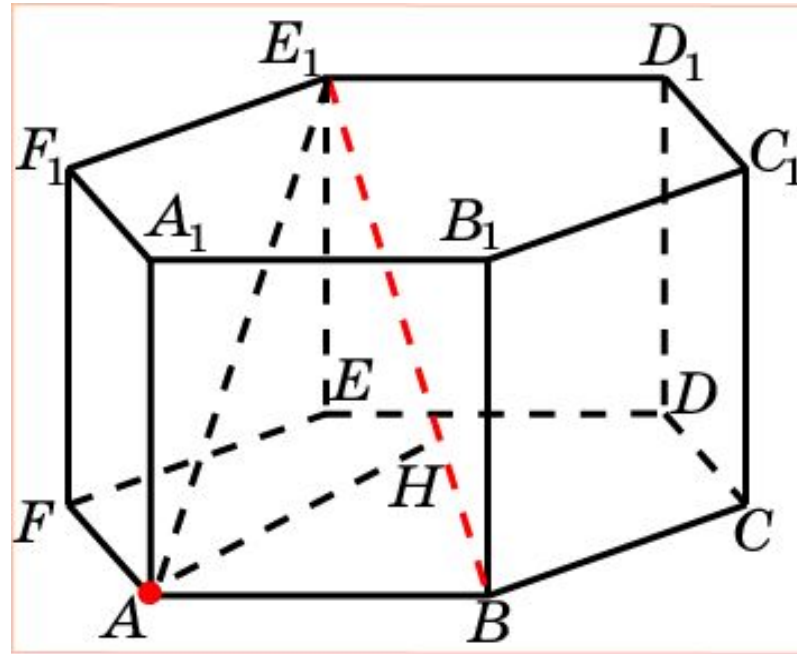


Решение: Искомым расстоянием является длина отрезка AB . Она равна 1.

Ответ: 1.

Призма 19

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BE_1 .



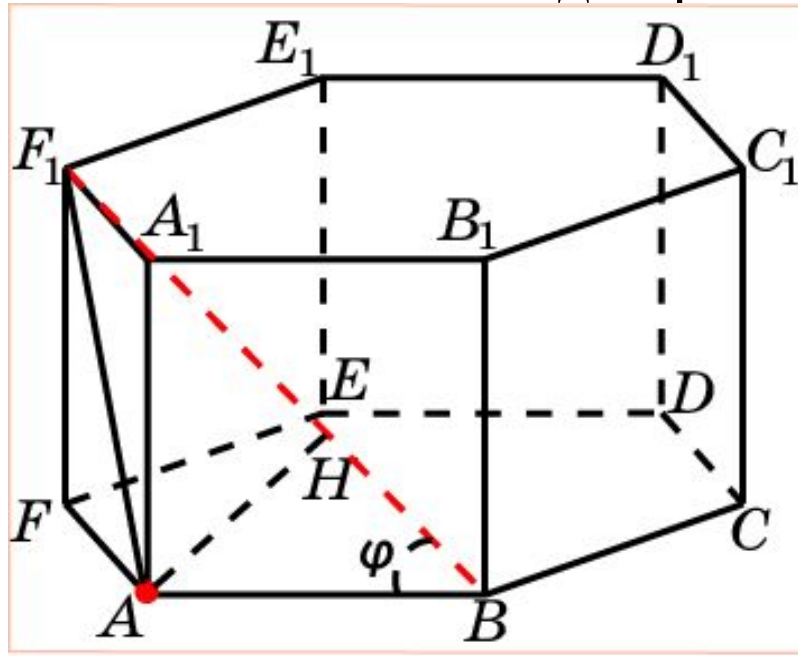
Решение: Искомое расстояние равно высоте AH прямоугольного треугольника ABE_1 , в котором $AB = 1$, $AE_1 = 2$, $BE_1 = \sqrt{5}$.

Из подобия треугольников ABE_1 и BHA находим $AH = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Призма 20

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BF_1 .



Решение: Искомое расстояние равно высоте AH треугольника ABF_1 , в котором $AB = 1$, $AF_1 = \sqrt{2}$, $BF_1 = 2$.

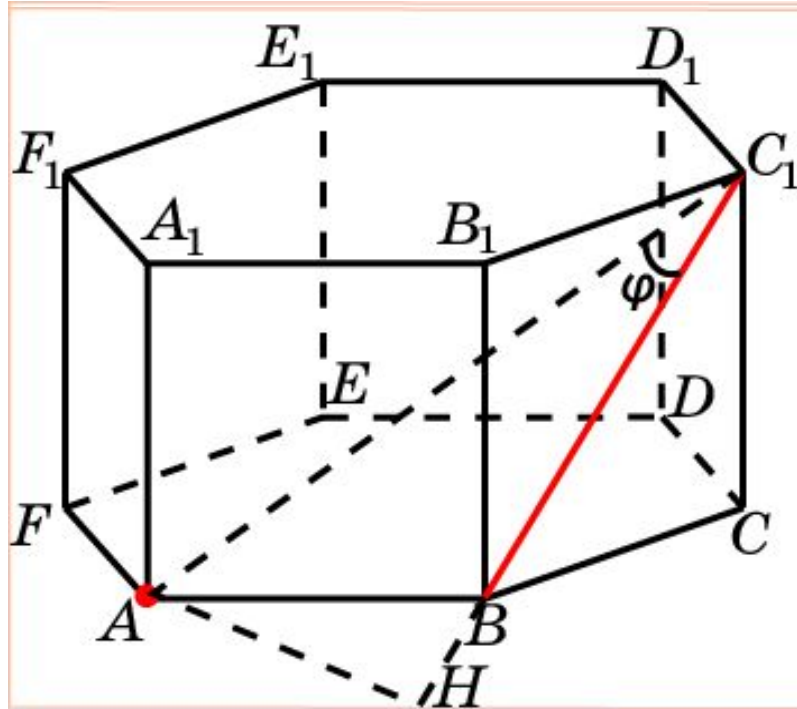
Обозначим φ угол ABF_1 . По теореме косинусов, примененной к

треугольнику ABF_1 , имеем $\cos \varphi = \frac{3}{4}$. Следовательно, $\sin \varphi = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и, значит, $AH = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Призма 21

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой BC_1 .

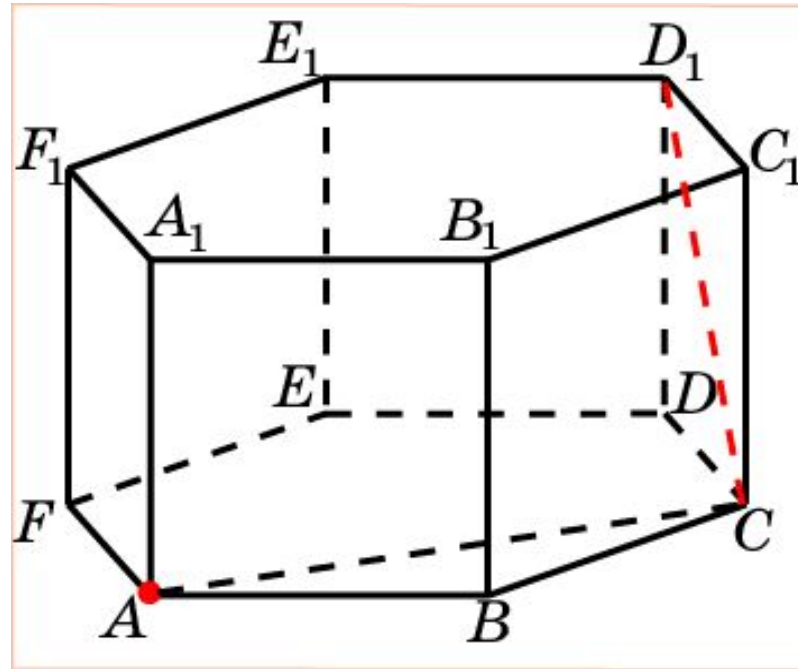


Решение: Искомое расстояние равно высоте AH треугольника ABC_1 , в котором $AB = 1$, $BC_1 = \sqrt{2}$, $AC_1 = 2$.

Обозначим φ угол AC_1B . По теореме косинусов, примененной к треугольнику ABC_1 , имеем $\cos \varphi = \frac{5\sqrt{2}}{8}$. Следовательно, $\sin \varphi = \frac{\sqrt{14}}{8}$ и, значит, $AH = \frac{\sqrt{14}}{4}$. **Ответ:** $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Призма 22

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CD_1 .



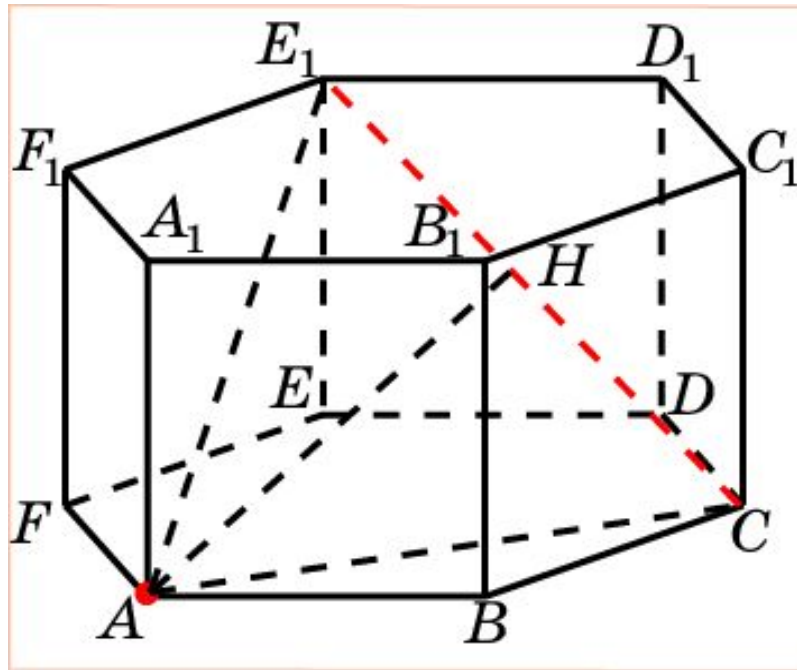
Решение: Искомое расстояние равно длине отрезка AC .

Оно равно $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

Призма 23

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CE_1 .

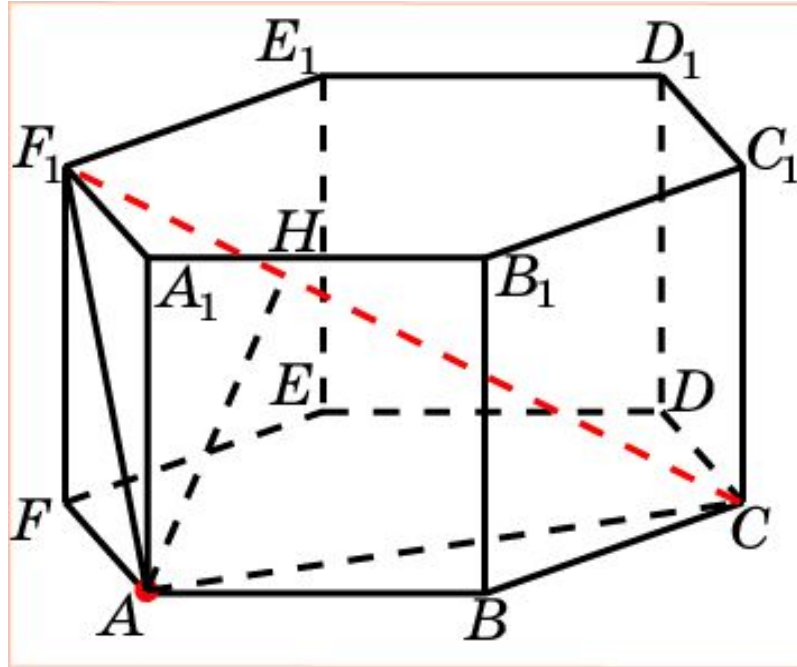


Решение: Искомое расстояние равно высоте AH треугольника ACE_1 , в котором $AC = \sqrt{3}$, $CE_1 = AC_1 = 2$.

$$AH = \frac{\sqrt{39}}{4}. \quad \text{Ответ: } \frac{\sqrt{39}}{4}.$$

Призма 24

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CF_1 .



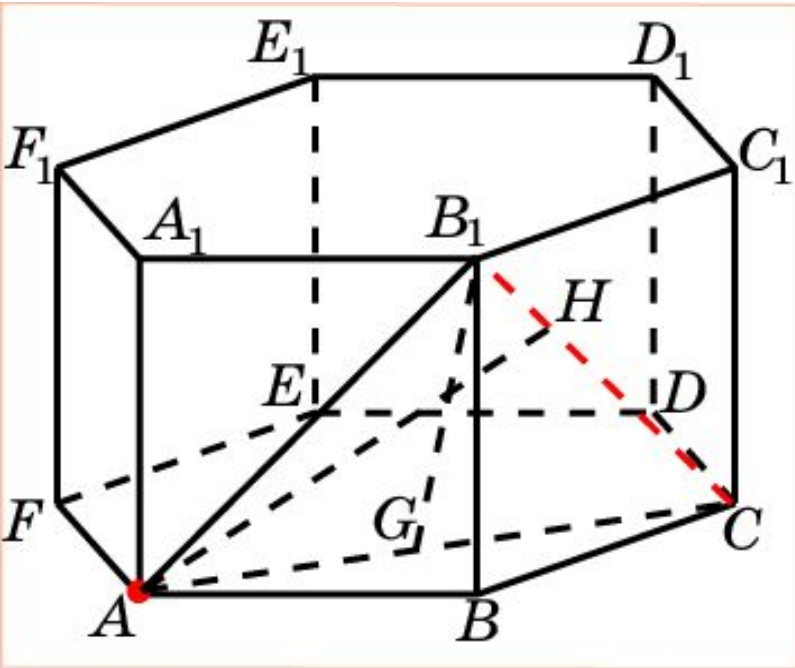
Решение: Искомое расстояние равно высоте AH прямоугольного треугольника ACF_1 , в котором $AC = \sqrt{3}$, $AF_1 = \sqrt{2}$, $CF_1 = \sqrt{5}$.

Из подобия треугольников ACF_1 и NAF_1 находим $AH = \frac{\sqrt{30}}{5}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{30}}{5}$.

Призма 25

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CB_1 .



Решение: Искомое расстояние равно высоте AH треугольника ACA_1 , в котором $AC = \sqrt{3}$, $AB_1 = CB_1 = \sqrt{2}$.

Высота B_1G этого треугольника равна $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Его площадь равна

$$\frac{1}{2} AC \cdot B_1G = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

С другой стороны, эта площадь равна

$$\frac{1}{2} CB_1 \cdot AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot AH.$$

Приравняв площади, получим $AH = \frac{\sqrt{30}}{4}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{30}}{4}$.