Урок 11

Расстояния между прямыми

Определение.

Углом между прямыми называется меньший из двух углов между лучами, которые этим прямым соответственно параллельны.

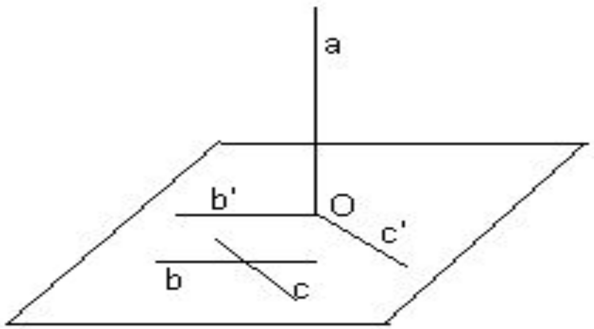
Следствия.

1) Если a || b, то ∠(a; b) = 0°;
2) Если a □ b = O, то ∠(a; b) – тот из образовавшихся углов с вершиной O, который не тупой.
3) Если a ÷ b, то ∠(a; b) = ∠(a’; b’), где a’ || a; b’ || b; a’ □ b’ = O’.

Таким образом, ***0° ≤ ∠(a; b) ≤ 90°***.

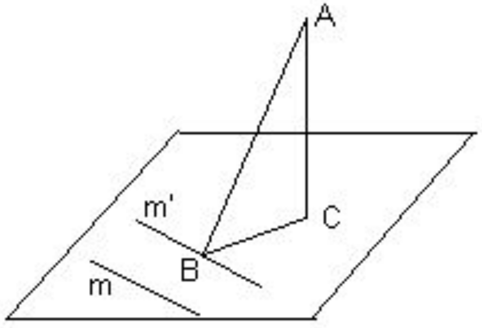
Перпендикулярными будут называться любые две прямые, угол между которыми 90°,

<u>Определение</u>.
Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости



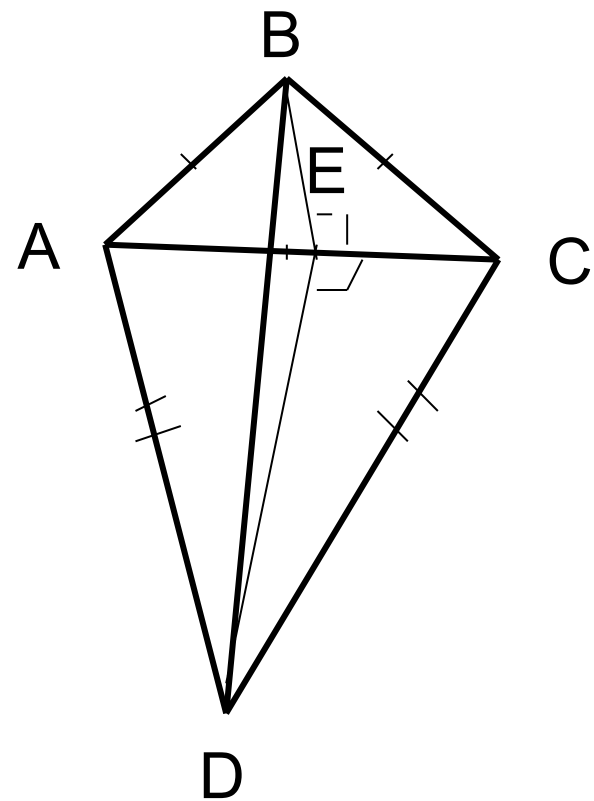
<u>Признак</u>.
Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых, лежащих в этой плоскости

Теорема о трех перпендикулярах



1) Верно ли, что прямая, перпендикулярная двум сторонам треугольника, перпендикулярна его третьей стороне?

В неплоской замкнутой ломаной ABCD AB=BC, AD=CD. Докажите, что (AC) $\perp$ (BD).



Точка A не лежит на прямой a.
Какую фигуру образуют все прямые,
проходящие через точку A и перпендикулярные прямой a?

Проверьте равносильность утверждений:

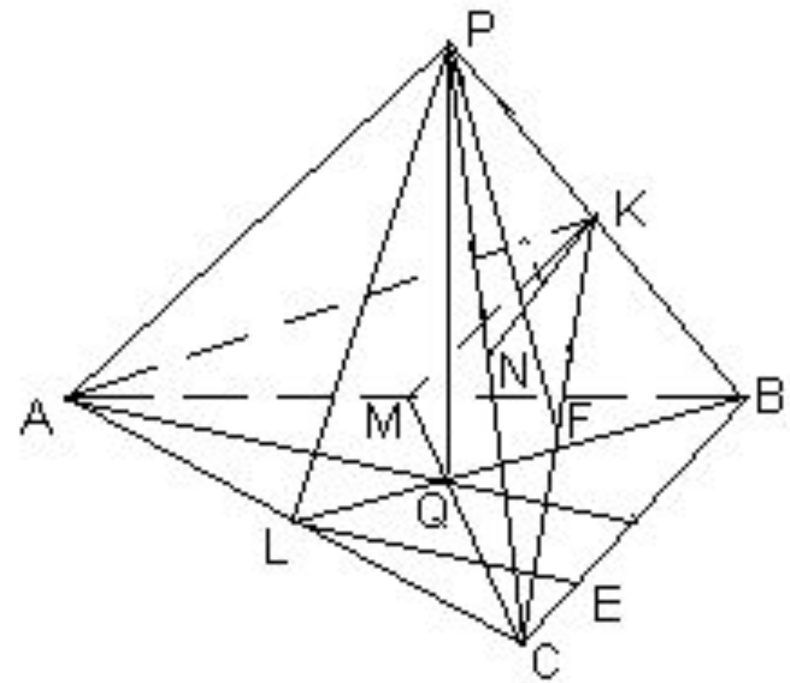
1) Две прямые перпендикулярны
2) Через каждую из них проходит плоскость, перпендикулярная другой прямой

1) $b \perp a$

а) $b \subset \alpha; a \subset \alpha$ б) $b \subset \alpha; a \not\subset \alpha$

2) $\exists \alpha \mid a \subset \alpha$ и $b \perp \alpha \Rightarrow b \perp a$.

2. Пусть PABC – правильный тетраэдр,
точка Q – центр его основания, точка К – середина ребра PB,
точка L – середина ребра АС. Вычислите угол между прямыми:
А) AP и BC;
б)AP и CQ;
в) AP и CЛ;
г) AK и BC;
д) AK и PL;
е) AQ и KL.



а) **$\angle$((AP); (BC)) = 90^0**;

б) **$\angle$((AP); (CQ))** = $\angle$**KMC = arccos** $\frac{\sqrt{3}}{6}$

в) **$\angle$((AP); (CK))** = $\angle$**MKC = arccos** $\frac{\sqrt{3}}{6}$

г) **$\angle$((AK); (BC))** = $\angle$**AKN = arccos** $\frac{\sqrt{3}}{6}$

д) **φ = $\angle$((AK); (PL))** = $\angle$**PLF = arccos** $\frac{2}{3}$; где F – середина [CK].

ΔPLF: $|PF|^2 = \frac{2|PC|^2 + 2|PK|^2 - |CK|^2}{4} = \frac{7}{16}$

ΔPCK: $\cos\varphi = \frac{|PL|^2 + |FL|^2 - |PF|^2}{2|PL| \cdot |FL|} = \frac{2}{3}$

е) **φ = $\angle$((AQ); (KL))** = $\angle$**KLE = arccos** $\frac{\sqrt{6}}{6}$, где E $\in$ [BC] и |CE| **=** $\frac{1}{4}$ |BC|;

ΔBKE: $|KE|^2 = |BK|^2 + |BE|^2 - 2|BK| \cdot |BE| \cdot \cos 60^\circ = \frac{7}{16}$

ΔKLE: $\cos\varphi = \frac{|KL|^2 + |EL|^2 - |KF|^2}{2|KL| \cdot |EL|} = \frac{\sqrt{6}}{6}$