

Урок 11

Расстояния между прямыми

Определение.

Углом между прямыми называется меньший из двух углов между лучами, которые этим прямым соответственно параллельны.

Следствия.

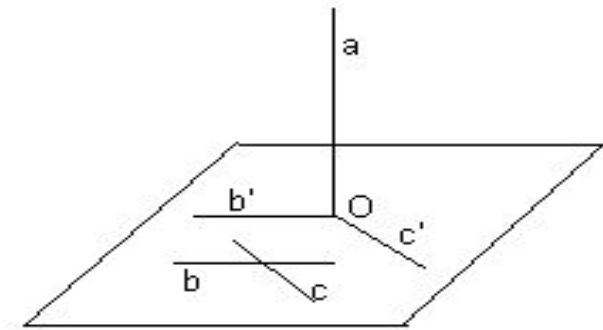
- 1) Если $a \parallel b$, то $\angle(a; b) = 0^\circ$;
- 2) Если $a \square b = O$, то $\angle(a; b)$ – тот из образовавшихся углов с вершиной O , который не тупой.
- 3) Если $a \div b$, то $\angle(a; b) = \angle(a'; b')$, где $a' \parallel a$; $b' \parallel b$; $a' \square b' = O'$.

Таким образом, $0^\circ \leq \angle(a; b) \leq 90^\circ$.

Перпендикулярными будут называться любые две прямые, угол между которыми 90° ,

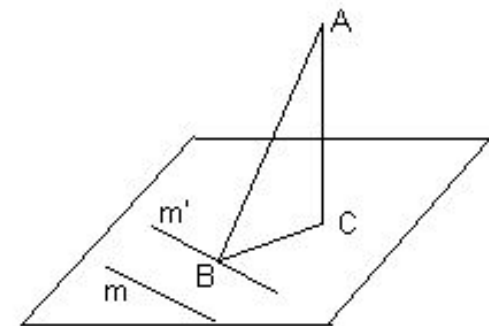
Определение.

Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости



Признак.

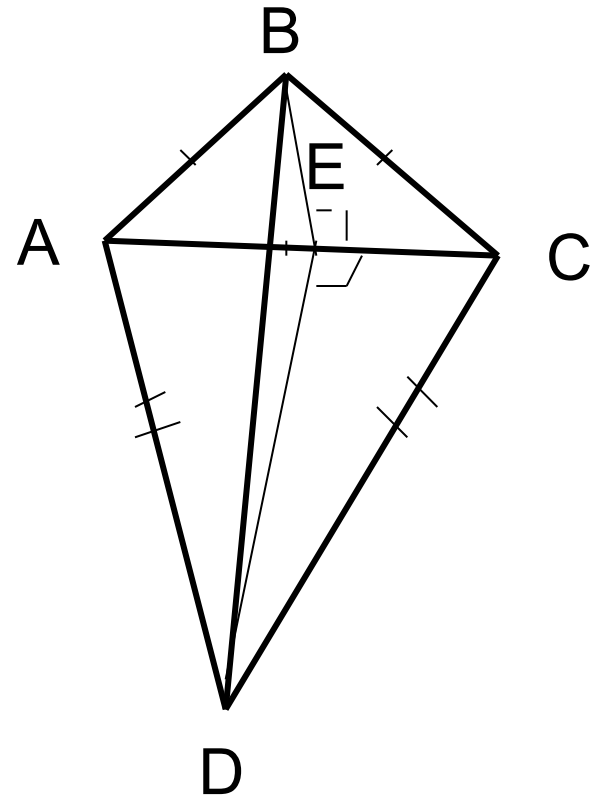
Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых, лежащих в этой плоскости



Теорема о трех перпендикулярах

1) Верно ли, что прямая, перпендикулярная двум сторонам треугольника, перпендикулярна его третьей стороне?

В неплоской замкнутой ломаной $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$.
Докажите, что $(AC) \perp (BD)$.



Точка A не лежит на прямой a .
Какую фигуру образуют все прямые,
проходящие через точку A и перпендикулярные прямой a ?

Проверьте равносильность утверждений:

- 1) Две прямые перпендикулярны
- 2) Через каждую из них проходит плоскость, перпендикулярная другой прямой

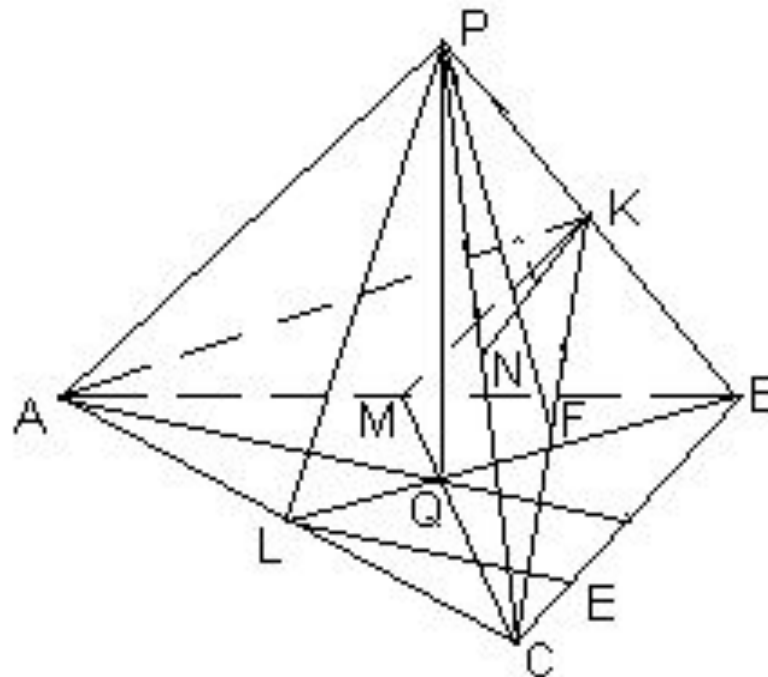
1) $b \perp$

а) $b \subset \alpha; a \subset \alpha$ б) $b \subset \alpha; a \not\subset \alpha$

а) $\exists \alpha \mid a \subset \alpha \text{ и } b \perp \alpha \Rightarrow$
 $b \perp a.$

2. Пусть $PABC$ – правильный тетраэдр, точка Q – центр его основания, точка K – середина ребра PB , точка L – середина ребра AC . Вычислите угол между прямыми:

- а) AP и BC ;
- б) AP и CQ ;
- в) AP и CL ;
- г) AK и BC ;
- д) AK и PL ;
- е) AQ и KL .



a) $\angle((AP); (BC)) =$

б) $\angle((AP); (CQ)) = \angle KMC =$

в) $\angle((AP); (CK)) = \angle MKC =$

г) $\angle((AK); (BC)) = \angle AKN =$

д) $\phi = \angle((AK); (PL)) = \angle PLF =$

\arccos где F – середина [CK].

$\Delta PLF \quad |PF|^2 = \frac{2|PC|^2 + 2|PK|^2 - |CK|^2}{4} = \frac{7}{16}$

$\Delta PCK \quad \cos\phi = \frac{|PL|^2 + |FL|^2 - |PF|^2}{2|PL| \cdot |FL|} = \frac{2}{3}$

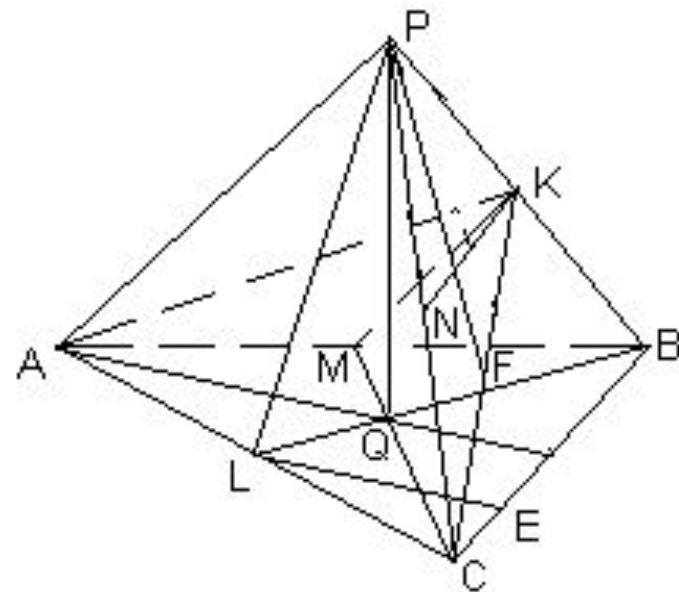
е) $\phi = \angle((AQ); (KL)) = \angle KLE =$

\arccos где $E \in [BC]$ и $|CE| = \frac{1}{4}|BC|$;

$\Delta BKE \quad |KE|^2 = |BK|^2 + |BE|^2 - 2|BK| \cdot |BE| \cdot \cos 60^\circ = \frac{7}{16}$

$\Delta KLE \quad \cos\phi = \frac{|KL|^2 + |EL|^2 - |KE|^2}{2|KL| \cdot |EL|} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{6}$
 $\frac{\sqrt{3^6}}{6}$
 $\frac{\sqrt{3^6}}{6}$
 $\frac{2}{3}$



$\frac{\sqrt{6}}{6}$