

Формирование вычислительных навыков.

Рациональные способы вычислений.

Автор: Карпенко Л.П.,
учитель школы 175
г.Зеленогорск

• 9.01.2009г.



то мы знаем о способах



СПОСОБЫ

позволяют
решать

какие

где
применять

быстрее

проще

легче

--

--

при
решении
примеров

при
решении
уравнений

при
устном
счете

Одной из важнейших задач обучения математике младших школьников является формирование у них вычислительных навыков, основу которых составляет осознанное и прочное усвоение приёмов устных и письменных вычислений.

- Вычислительная культура является тем запасом знаний и умений, который находит повсеместное применение, являясь фундаментом изучения математики и других учебных дисциплин. Её основы закладываются в начальной школе.



Остановимся более подробно на таком качестве вычислительного навыка как **рациональность**, которая напрямую связана с вариативностью.

Рациональность вычислений – это выбор тех вычислительных операций из возможных. «выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия».

- Знакомство с рационализацией вычислений развивает вариативность мышления, показывает ценность знаний, которые при этом используются. Применение свойств арифметических действий позволяет учителю воспитывать интерес к математике, вызвать у детей желание научиться вычислять наиболее быстрыми и удобными способами. Такой подход позволит поддерживать стремление к использованию математических знаний в повседневной жизни.
- Остановлюсь на некоторых из способов вычислений, которые используются на уроках и таких, которые, полезны учащимся, но не всегда используются.

Рациональные способы вычислений



1. Сочетательное
св-во умн
 $2x(50x364)=$

2. Сочетательное
св-во сложения
 $14+(16+307)=$

9. св-во вычитания
числа из суммы
 $(658+27)-58=$

8. св-во вычитания
суммы из числа
 $798-(498+16)=$

способы

3,4. Вынесение
общего
множителя за
скобку

«+»
 $2x8+2x75$

7. Представление
суммы в виде
произведения
 $47+47+47+47=47x4$

5,6. раскрытие
скобок

«-»
 $axb+axc=ax$
 $(b+c)$

«-»
 $2x498-498x$

«+»
 $(250+25)x4=$

«-»
 $9x(70-2)=$

В основе всех вычислительных приёмов, как устных, так и письменных, лежит *твёрдое знание таблиц сложения и умножения*. Добиться прочного запоминания учащимися таблиц сложения и умножения однозначных чисел – одна из основных задач начального обучения.

Закрепить состав **десятка** помогают простые пособия:
«Числа, бежавшие навстречу друг другу»:

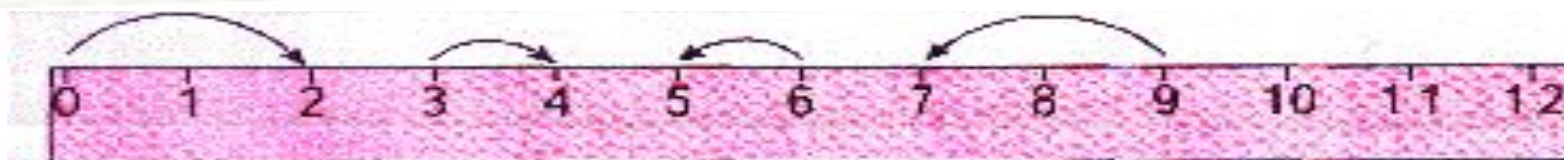
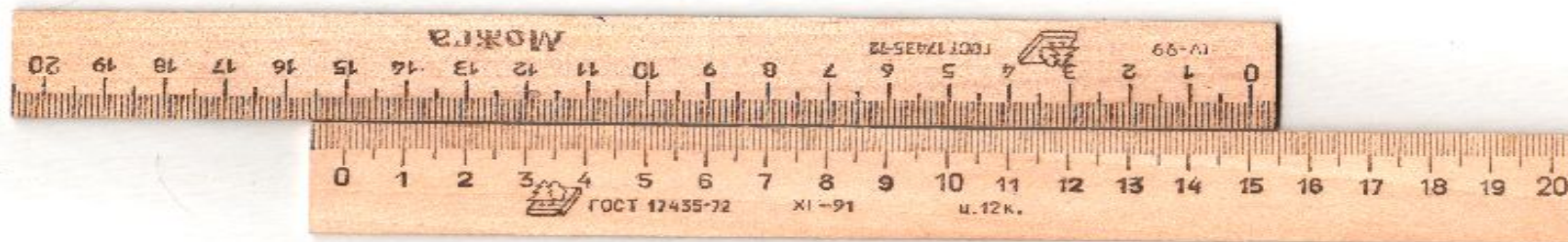


Счётное пособие – абак.

A whiteboard with a grid background, hanging from a string. It contains several multiplication problems: $9 \cdot \square = * 3$, $9 \cdot \square = * 7$, $9 \cdot \square = * 2$, $8 \cdot \square = * 4$, $7 \cdot \square = * 1$, $6 \cdot \square = * 0$, and $4 \cdot \square = * 8$. A cartoon teacher with glasses, a red jacket, and a graduation cap is pointing at the board with a stick.

Учись считать с помощью простой линейки или полосок с числами двигая их относительно друг друга.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Таблица

сложения и вычитания.

Таблица

умножения и деления.

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	1								
3	2	1							
4	3	2	1						
5	4	3	2	1					
6	5	4	3	2	1				
7	6	5	4	3	2	1			
8	7	6	5	4	3	2	1		
9	8	7	6	5	4	3	2	1	
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

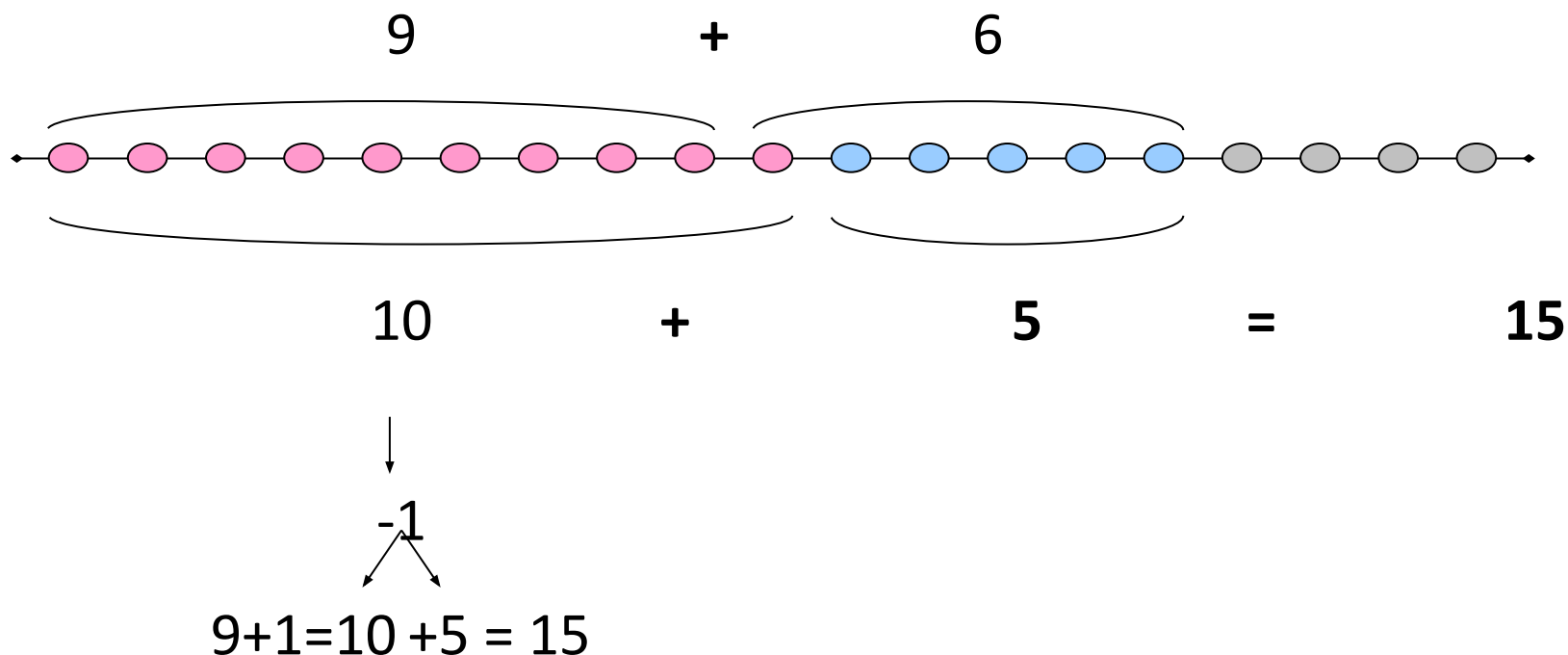
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Табличное деление и

4	6	8	умножение					
9	10	12	14	16	18			
20	21	24	25	27	28			
30	32	35	36					
40	42	45	48	49				
50	54	56						
60	63	64						
70	72							
80	81							
90								

Совершенствование навыков устных вычислений зависит не только от методики организации урока, но и во многом от того, насколько дети проявляют интерес к предложенным знаниям. Этот интерес можно вызвать и разнообразными учебными пособиями:

На уроках математики, по теме «Сложение однозначных чисел с переходами через десяток», старые счеты превратила в практическое пособие для детей (на толстую проволоку поместила 10 косточек одного цвета и 10 другого. Дети четко видят десяток).



Мы сами составили таблицу таким образом, что включили в неё все случаи, где ответ (сумма) будет *двузначным числом*. Сделали заготовку для ответов (заготовили место для каждой из двух цифр).

$9 + 2 = 1 .$	$8 + 3 = 1 .$	$7 + 4 = 1 .$	$6 + 5 = 1 .$
$9 + 3 = 1 .$	$8 + 4 = 1 .$	$7 + 5 = 1 .$	$6 + 6 = 1 .$
$9 + 4 = 1 .$	$8 + 5 = 1 .$	$7 + 6 = 1 .$	
$9 + 5 = 1 .$	$8 + 6 = 1 .$	$7 + 7 = 1 .$	
$9 + 6 = 1 .$	$8 + 7 = 1 .$		
$9 + 7 = 1 .$	$8 + 8 = 1 .$		
$9 + 8 = 1 .$			
$9 + 9 = 1 .$			

$$9 + 6 \underset{-1}{=} 15 \quad 8 + 6 \underset{-2}{=} 14$$

$$9 + 5 \underset{-1}{=} 14 \quad 8 + 5 \underset{-2}{=} 13$$

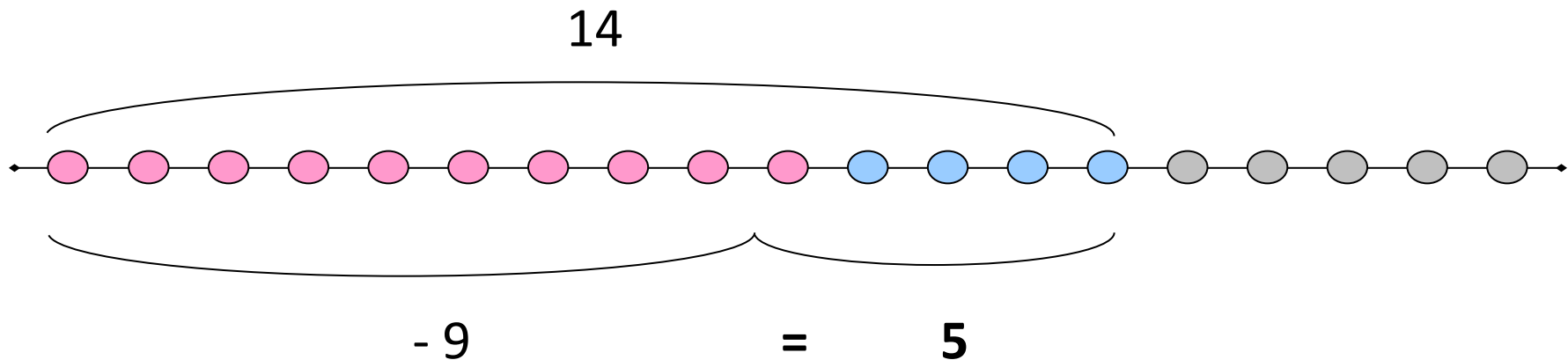
После практической деятельности по прибавлению к 9 любого однозначного числа, дети пришли к выводу: **«Чтобы к 9 прибавить любое однозначное число достаточно от этого числа отнять 1 и к полученному десятку прибавить остаток»...**

Важно, что ребенок сам осознал, что в ответе число единиц получается на один меньше того числа, которое прибавляешь. Дети испытывают радость открытия, общения друг с другом, радость взаимопонимания.

Новый прием развивает воображение, логическое мышление, умение рассуждать.

Этот же принцип действует при сложении 8,7,6 с любым однозначным числом.

На этом пособии удобно прийти к выводу о вычитании из любого двузначного числа (меньше 20)- 9,8,7,6.



Например: $1\underline{4} - 9$ достаточно к единицам прибавить 1 (4+1). Значит $14 - 9 = 5$

$1\underline{4} - 8$ достаточно к единицам прибавить 2 (4+2). Значит $14 - 8 = 6$.

Так дети легче запоминают таблицу сложения и вычитания.

Чтобы превратить знакомство с таблицей умножения в увлекательное занятие, где ребенок не только исполнитель, но и автор, использую следующий прием. Начинаем с составления подробнейшего анализа таблицы умножения на 9.


1) Определение количества цифр в произведениях от 9×2 до 9×9 .

«Прикидка» - во всех произведениях будет по 2 цифры.

Делается заготовка: $9 \times 2 = \dots \dots$ $9 \times 9 = \dots$

2) Используя несколько способов нахождения произведения: через сумму одинаковых слагаемых, через предыдущее произведение, через представление 9 как $10 - 1$, заполняют заготовленные для цифр места.

3) Дети усматривают связь между произведениями: число десятков от произведения к произведению увеличивается на единицу, в то время как число единиц уменьшается:

-  10
- $9 \times 2 = \begin{array}{|c|} \hline 18 \\ \hline \end{array}$ 
- $9 \times 3 = 27$
- $9 \times 4 = 36$
- $9 \times 5 = 45$
- $9 \times 6 = 54$
- $9 \times 7 = 63$
- $9 \times 8 = 72$
- $9 \times 9 = 81$

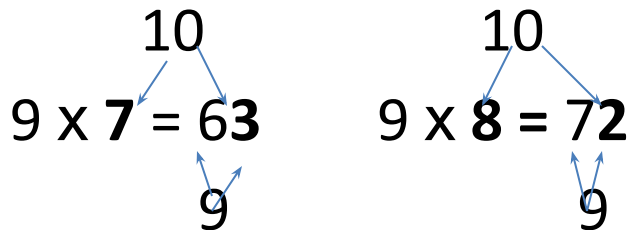
• Обнаруживают, что сумма цифр произведения при этом равна 9, позже это открытие превращается в признак делимости.

На следующем этапе они начинают исследовать связь между *множителем* (отличным от 9) и *цифрой десятков*, а затем *цифрой единиц*.

Замечают следующее: число **десятков всегда на 1 меньше множителя**, т.е. при умножении 9 на 7 в разряде десятков будет 6. $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$

-1 -1

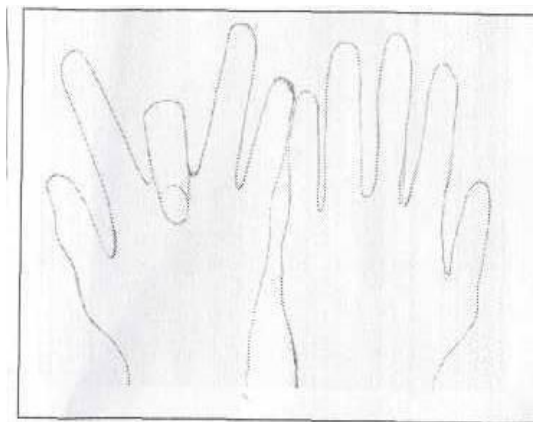
А число в разряде *единиц* *дополняет множитель до 10*



(или *число десятков до девяти*).

Вывод: чтобы 9 умножить на однозначное число, достаточно от этого числа отнять один и получить десятки, а от 9 отнять количество десятков- получим единицы.

Знакомлю детей также с пальцевым счетом. Располагаем две руки рядом, ладонями к себе. Например: 9×3 - загибаем третий палец слева, до согнутого пальца 2 - это десятки, 7 - единицы - получили 27.



Устные приёмы умножения.

Чтобы ***любое число умножить на 5***, достаточно разделить его на 2 и умножить на 10 (т.к. 5-половина 10)

$$***124 \times 5 = 124 : 2 \times 10 = 620***$$

Чтобы ***умножить на 50***, достаточно число разделить на 2 и умножить на 100 (т.к 50 –половина 100).

$$***36 \times 50 = 36 : 2 \times 100 = 1800***$$

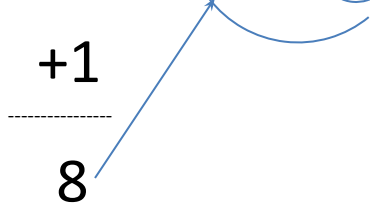
Чтобы ***умножить на 25***, достаточно число разделить на 4 и умножить на 100 (т.к. 25- четвёртая часть от 100) или наоборот. Если в остатке получится 1, то вместо двух нулей поставим 25, если в остатке 2, то – 50, если 3, то – 75.

$$***14 \times 25 = 14 : 4 = 3(ост.2), значит 300 + 50 = 350***$$

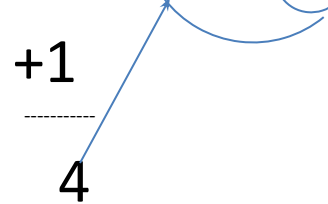
Чтобы ***умножить на 125***, достаточно число разделить на 8 и умножить на 1000(т.к. 125 – восьмая часть от 1000)

Чтобы **перемножить два одинаковых числа, оканчивающихся на 5**, достаточно к первой цифре одного из множителей прибавить 1. Получившееся число умножить на первую цифру второго множителя. Получим число сотен и припишем справа число 25.

• $75 \times 75 = 5625$



$35 \times 35 = 1225$



Чтобы **умножить на 11**, можно умножить на 10 и прибавить это же число.

$23 \times 11 = 23 \times 10 + 23 = 253$

Или: записать последнюю цифру числа в конце произведения, затем сумму последней и предыдущей (и т. д., если цифр в числе несколько), а затем первую цифру числа.

$\underline{23} \times 11 = \underline{2}(2+3)\underline{3} = \underline{253}$

$\underline{243} \times 11 = \underline{2}(2+4)(4+3)\underline{3} = \underline{2673}$

$\underline{2543} \times 11 = \underline{2}(2+5)(5+4)(4+3)\underline{3} = \underline{27973}$

Умножение на 9, 99, 999

Чтобы **умножить число на 9, (99, 999)** достаточно умножить его на 10 (100, 1000) и отнять это же число.

$$57 \times 9 = 57 \times 10 - 57 = 570 - 57 = 513$$

$$68 \times 99 = 68 \times (100 - 1) = 68 \times 100 - 68 = 6800 - 68 = 6732$$

$$47 \times 999 = 47 \times (1000 - 1) = 47 \times 1000 - 47 = 47000 - 47 = 46953$$

Но ещё проще ознакомить детей с правилом – « чтобы умножить число на 9 (99, 999) достаточно вычесть из этого числа число его десятков (сотен, тысяч), увеличенное на единицу, и к полученной разности приписать дополнение его цифры единиц до 10 (дополнение до 100 (1000) числа, образованного двумя (тремя) последними цифрами этого числа):

$$154 \times 9 = (\underline{154} - 16) \times 10 + (10 - 4) = 138 \times 10 + 6 = 1380 + 6 = 1386$$

Умножение на 15, 150

При умножении на 15, если число нечётное, умножают его на 10 и прибавляют половину полученного произведения:

$$**23 \times 15 = 23 \times (10 + 5) = 230 + 115 = 345;**$$

Если же число чётное, то поступаем ещё проще – к числу прибавляем его половину и результат умножаем на 10:

$$**18 \times 15 = (18 + 9) \times 10 = 27 \times 10 = 270**$$

При умножении числа на 150 пользуемся тем же приёмом и умножаем результат на 10, т.к. $150 = 15 \times 10$:

$$**24 \times 150 = ((24 + 12) \times 10) \times 10 = (36 \times 10) \times 10 = 3600**$$

Интересно, что $7 \times 11 \times 13 = 1001$ (число Шехерезады)

$$**7 \times 143 = 1001**$$

$$**11 \times 91 = 1001**$$

$$**77 \times 13 = 1001**$$

Признаки делимости.

- : на 2** – чётные числа, круглые.
- : на 3** – сумма цифр которых делится на 3.
- : на 4** – две последние цифры составляют число, которое делится на 4 и числа, у которых два нуля на конце.
- : на 5** числа, у которых на конце 5 или 0.
- : на 6** числа, которые делятся и на 2 и на 3.
- : на 8** числа, в записи которых три последние цифры образуют число ,делящееся на 8.
- : на 9** числа, сумма цифр которых делится на 9.
- : на 10** числа, которые оканчиваются на 0.
- : на 11 числа**, если из суммы цифр, стоящих на нечётных местах вычесть сумму цифр на чётных местах получится 0 или число кратное 11. **87635064**
 $8+6+5+6=25$

$$**$7+3+0+4=14 \quad 25-14=11,$**$$

значит всё число делится.

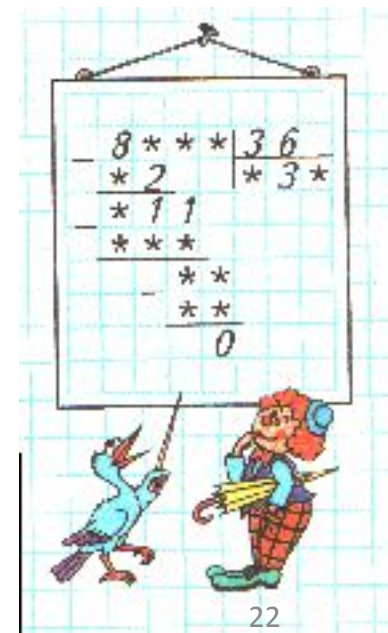
Для малых чисел: число справа налево делят по 2 цифры и складывают. Если сумма делится на 11, то всё число делится.

528 $5 + 28 = 33$, значит делится.

: **на 12** числа, которые делятся и на 4, и на 3.

: **на 14** числа, которые делятся и на 7, и на 2.

: **на 15** числа, которые делятся и на 3, и на 5.



Рационализация вычислений:

1) за счёт тождественного преобразования:

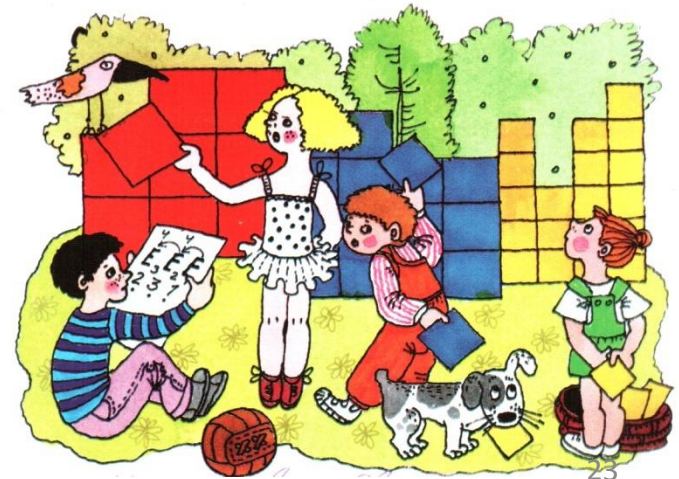
- $7584 : \underline{6} - 1584 : \underline{6} = (7584 - 1584) : \underline{6}$
- $1476 + 6\underline{5} + 24 + 3\underline{5} = (1476 + 24) + (6\underline{5} + 3\underline{5}) =$

2) за счёт возможности не выполнять некоторые арифметические действия:

- $\underline{104482} : \underline{6} - \underline{104482} : \underline{6} = 0$
- $(75840 : \underline{20}) \times \underline{20} = 75840$

Свойства арифметических действий и конкретный смысл умножения

- 1) $120 : (5 \times 3) = 120 : 5 : 3$
- 2) $630 : 2 : 5 = 630 : (2 \times 5)$
- 3) $\underline{57} \times 9 + \underline{57} = 57 \times (9 + 1)$
- 4) $4 \times 35 \times 25 \times 2 = (4 \times 25) \times (35 \times 2)$



Возможность: устно вычислить

$$5300 : \underline{2} : \underline{5} = 5300 : (\underline{2} \times \underline{5})$$

Выполнять меньшее количество действий

$$30452 \times \underline{3} \times \underline{2} = 30452 \times (\underline{3} \times \underline{2})$$

$$6532 \times \underline{3} + 3645 \times \underline{3} = (6532 + 3645) \times \underline{3}$$

Проще вычислять

$$70 : \underline{2} + 80 : \underline{2} = (70 + 80) : \underline{2}$$

Связь результатов и компонентов действий

$$(\underline{91010 - 57654}) + \underline{57654} = 91010 \text{ –увеличили и уменьшили на столько же}$$

Конкретный смысл выполнения вычитания и деления над одинаковыми компонентами

$$a - a = 0 \quad a : a = 0$$

$$\underline{(304 + 629)} - \underline{(304 + 629)} = 0 \text{ -одинаковые суммы}$$

Умножение на нуль, случаи умножения и деления 0.

$$a \times 0 = 0 \quad 0 \times a = 0 \quad 0 : a = 0$$

$$283 \times \underline{(4704 - 676)} \times 0 = 0$$

Представление некоторых одинаковых чисел одинаковыми выражениями

$$(12004 - \underline{4 \times 19}) + \underline{4 \times 19} = 12004$$

Представление нуля или одного из одинаковых чисел выражением:

$$(12004 - 4 \times 19) + 17 = (12004 - 76) + 76 = 12004$$

$$(100 - 99 - 1) \times (1723 - 23 \times 13) = 0 \times (1723 - 23 \times 17) = 0$$

Возможность применения знаний не ко всему выражению, а к его части:

$$2380 + 2527 : 7 + 273 : 7 = 2380 + (2527 + 273) : 7 = 2380 + 2800 : 7 = \\ = 2380 + 400 = 2780$$

Возможность применять одновременно несколько знаний к разным частям выражения:

$$5 \times 23 \times 2 + 98 + 102 = (5 \times 2) \times 23 + (98 + 102) = 230 + 200 = 430$$

$$783 \times 4 + 783 \times 6 - 703 \times 8 \times 0 = 783 \times (4 + 6) - 0 = 7830$$

Возможность применения к одному выражению нескольких знаний – одного после другого.

$$5 \times (300 + 65) - 5 \times 65 = 5 \times 300 + \underline{5 \times 65} - \underline{5 \times 65} = 5 \times 300 = 1500$$

$$65277 : 3 : 3 - 65277 : 9 = 65277 : (3 \times 3) - 65277 : 9 = 65277 : 9 - 65277 : 9 = 0$$

Приём замены множителя разностью

Приём замены второго множителя, если этот множитель на 1-2 единицы меньше двузначного или трёхзначного разрядного числа:

$$\underline{68} \times 5 = (\underline{70} - 2) \times 5 = 70 \times 5 - 2 \times 5 = 350 - 10 = 340$$

$$\underline{599} \times 8 = (\underline{600} - 1) \times 8 = 600 \times 8 - 8 = 4800 - 8 = 4792$$

Приём замены множителя произведением:

$$35 \times \underline{6} = 35 \times (\underline{2 \times 3}) = (35 \times 2) \times 3 = 70 \times 3 = 210$$

$$125 \times \underline{48} = 125 \times (\underline{8 \times 6}) = (125 \times 8) \times 6 = 1000 \times 6 = 6000$$

Умножение двузначных чисел.

- Основой умножения двузначных чисел является правило **умножения суммы на число**. 18×16 . Сначала число 18 представим в виде «суммы удобных (разрядных) слагаемых», затем используем распределительный закон умножения относительно сложения:
 - $\underline{18} \times \underline{16} = (\underline{10} + 8) \times 16 = 10 \times 16 + 8 \times 16 = 160 + 128 = 288$
- Устно можно проще: к одному из чисел надо прибавить количество единиц другого, эту сумму умножить на 10 и прибавить к ней произведение единиц данных чисел:
 - $\underline{18} \times \underline{16} = (\underline{18} + 6) \times 10 + 8 \times 6 = 240 + 48 = 288$
- *Таким способом можно умножать двузначные числа, меньше 20, а также числа, в которых одинаковое количество десятков:*
 - $\underline{23} \times \underline{24} = (23 + 4) \times 20 + 4 \times 3 = 27 \times 20 + 12 = 540 + 12 = 562$

Приём округления, основанный на изменении результата вычисления при изменении одного или нескольких компонентов.

- **1. Сложение.** Для нахождения значения суммы используется приём округления одного или нескольких слагаемых.
- При увеличении (уменьшении) слагаемого на несколько единиц, сумму уменьшаем (увеличиваем) соответственно на столько же единиц:
- $324 + 48 = 324 + (48 + 2) - 2 = (324 + 50) - 2 = 374 - 2 = 372$ или
- $324 + 48 = (320 + 50) + 4 - 2 = 370 + 4 - 2 = 372$
- **2. Вычитание.**
- 1) при увеличении (уменьшении) уменьшаемого на несколько единиц разность уменьшаем (увеличиваем) на столько же единиц:
- $497 - 36 = (500 - 36) - 3 = 464 - 3 = 461;$
- 2) при увеличении (уменьшении) вычитаемого на несколько единиц разность увеличиваем (уменьшаем) на столько же единиц:
- $534 - 98 = (534 - 100) + 2 = 434 + 2 = 436$

3) При увеличении (уменьшении) уменьшаемого и вычитаемого на несколько единиц разность не изменяется:

$$231 - 96 = (231 + \underline{4}) - (96 + \underline{4}) = 235 - 100 = 135$$

- **3. Умножение.**

- *При увеличении (уменьшении) одного из множителей на несколько единиц умножаем полученное целое число и прибавленные (отнятые) единицы на другой множитель и из первого произведения вычитаем второе произведение (полученные произведения складываем).*

- **97 x 6 = (100 - 3) x 6 = 100 x 6 - 3 x 6 = 600 - 18 = 582**

Некоторые способы вычислений могут показаться сложными, но при правильной организации работы на уроке и внеклассных занятиях учащиеся осваивают их и с удовольствием используют в вычислительной деятельности. Привычка выполнять подобные вычисления устно формирует устойчивый навык, который не раз сыграет добрую службу при изучении более сложного материала.

- *Вариативность вычислительных навыков учащихся формирует интерес, положительную мотивацию к вычислительной деятельности, даёт возможность знакомить школьников с известными вычислительными секретами, показать практическую значимость математики, тогда перед детьми откроется совсем другая математика – живая, полезная и понятная.*

Ведь уроки математики должны учить считать, тренировать мышление, разум, волю. И тогда наши ученики будут способными, уверенными и культурными. Ведь своя голова надёжней, чем

- самые современные вычислительные средства.**

