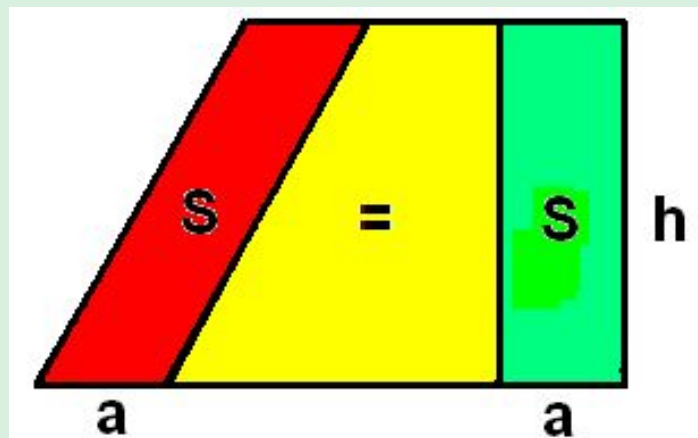


Площадь треугольника Равновеликие фигуры

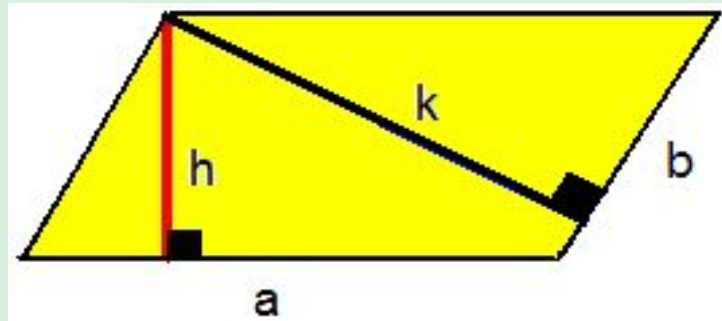
**Учитель математики
МОУ «Лицей «Синтон»
Фотина Ия Васильевна**

2010 год

Выведите формулу площади параллелограмма.



Какова зависимость между сторонами параллелограмма и высотами, опущенными на них?

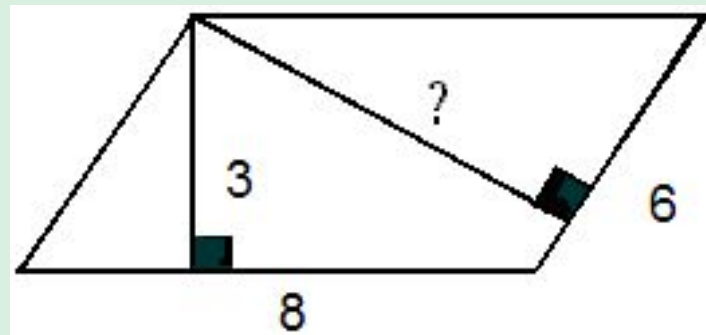


$$S = a \cdot h_1 = b \cdot h_2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_2}{h_1}$$

Зависимость обратно

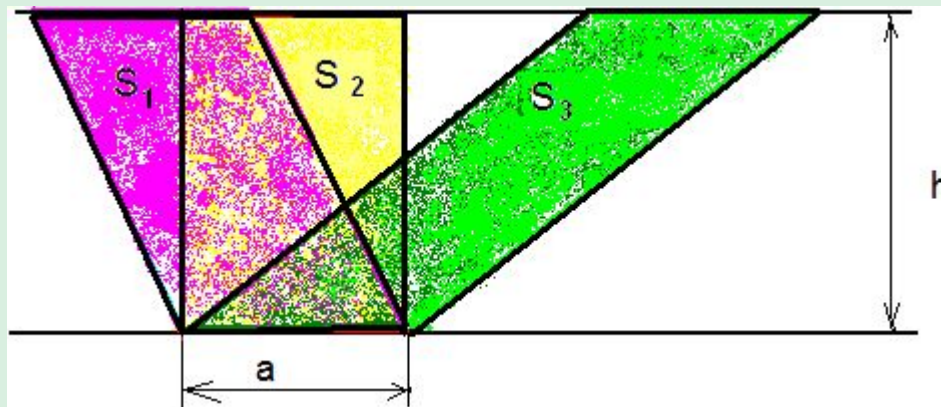
пропорциональная

Найти вторую высоту



Сравните площади параллелограммов

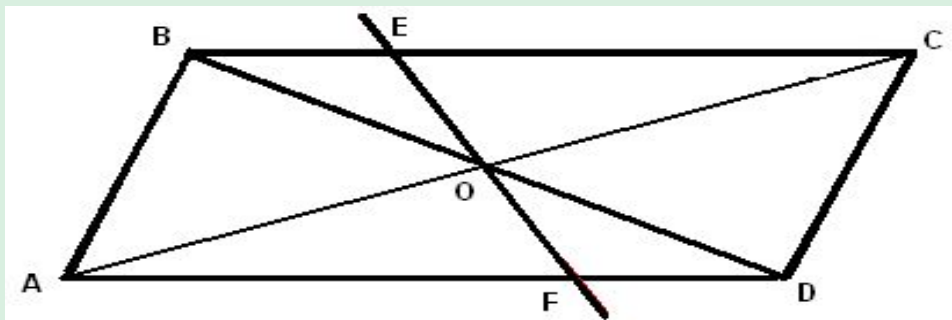
$$S_1, S_2, S_3$$



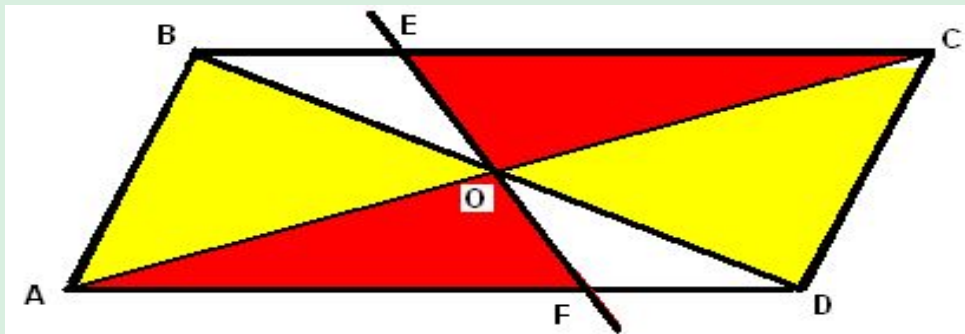
(Они имеют равные площади, у всех основание a и высота h).

Определение: Фигуры, имеющие равные площади, называются равновеликими.

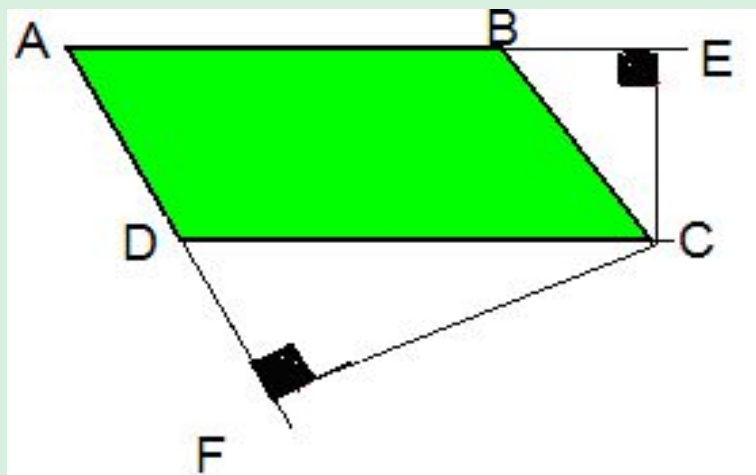
- Доказать, что всякая прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей, делит его на 2 равновеликие части.



•Решение:

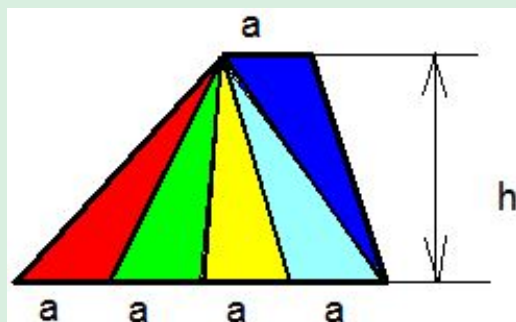
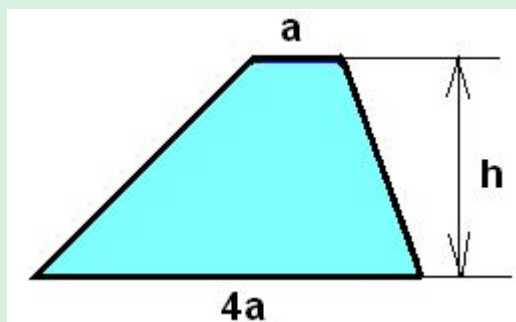


В параллелограмме $ABCD$ CF и CE высоты. Доказать, что $AD \cdot CF = AB \cdot CE$.



$$\begin{cases} S_{ABCD} = AB \cdot CE \\ S_{ABCD} = AD \cdot CF \end{cases} \Rightarrow AB \cdot CE = AD \cdot CF$$

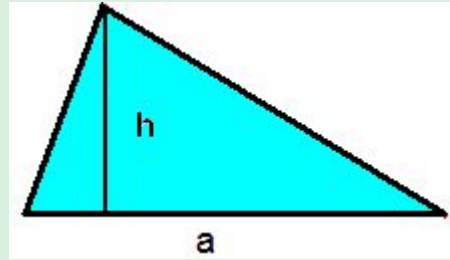
Дана трапеция с основаниями a и $4a$. Можно ли через одну из её вершин провести прямые, разбивающие трапецию на 5 равновеликих треугольников?



(Можно. Все треугольники равновеликие).

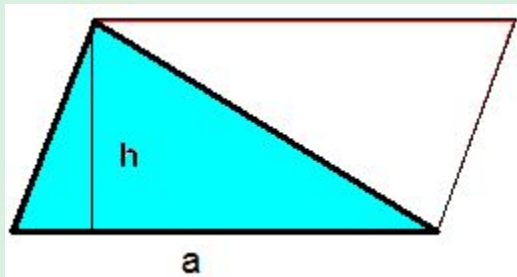
Площадь треугольника

- **Выведите формулу площади треугольника**



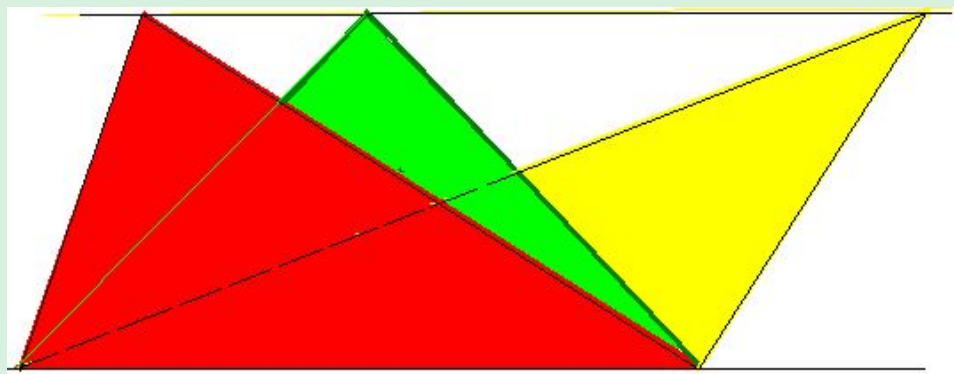
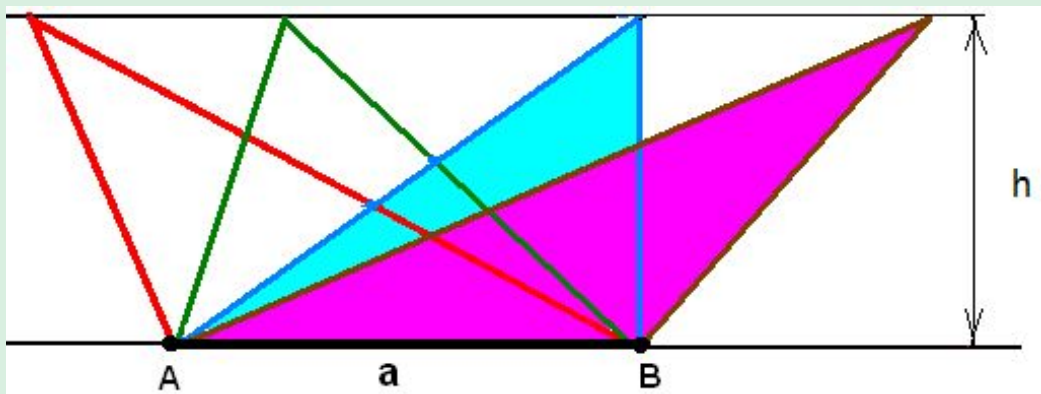
Достроим треугольник до параллелограмма.

Площадь треугольника равна половине площади параллелограмма.



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

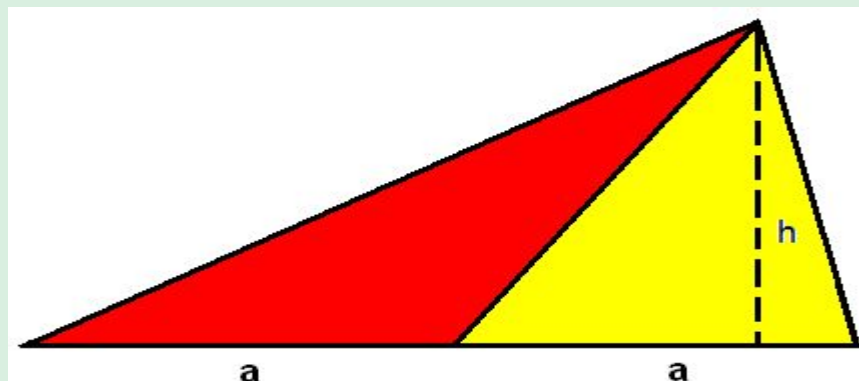
Задание: Начертите равновеликие треугольники.



модель (склеены основания)

Упражнение №474.

«Сравните площади двух треугольников, на которые разделяется данный треугольник его медианой».



У треугольников одинаковые основания a и одна и та же высота h . Треугольники имеют одинаковую площадь

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

Вывод: Фигуры, имеющие ² равные площади, называются равновеликими.

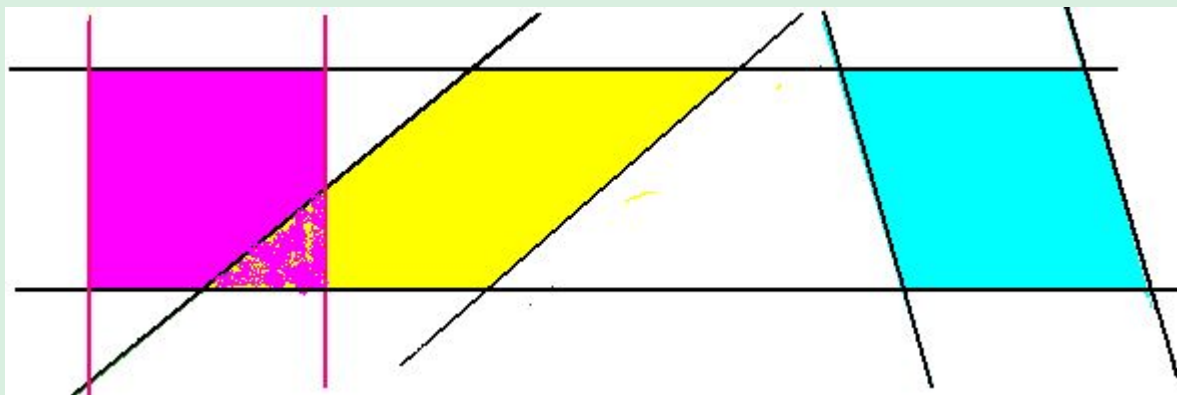
Медиана делит треугольник на 2 равновеликих треугольника

1) **Равновелики ли равные фигуры?**

2) **Сформулируйте обратное утверждение. Верно ли оно?**

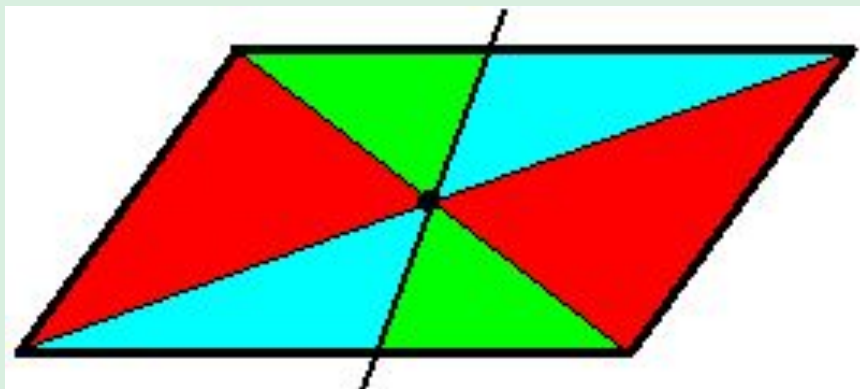
3) **Верно ли:**

- **а) Равносторонние треугольники равновелики?**
- **б) Равносторонние треугольники с равными сторонами равновелики?**
- **в) Квадраты с равными сторонами равновелики?**
- **г) Докажите, что параллелограммы, образованные при пересечении двух полос одинаковой ширины под разными углами наклона друг к другу, равновелики. Найдите параллелограмм наименьшей площади, образующийся при пересечении двух полос одинаковой ширины.**

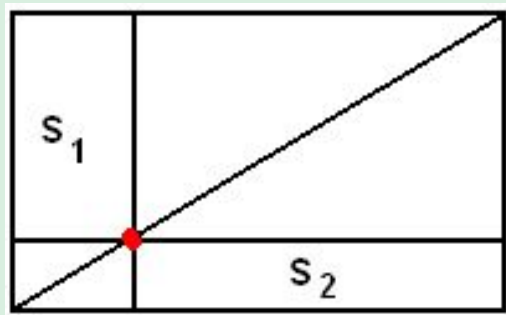


Торт имеет форму параллелограмма. Малыш и Карлсон делят его так: Малыш указывает на поверхности торта точку, а Карлсон по прямой, проходящей через эту точку, разрезает торт на 2 куска и один из кусков забирает себе. Каждый хочет получить кусок побольше. Где Малыш должен поставить точку?

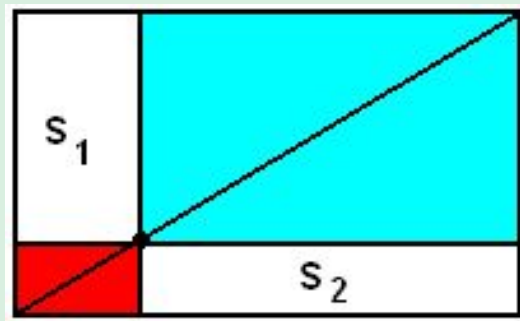
Решение: В точке пересечения диагоналей.



На диагонали прямоугольника выбрали точку и провели через неё прямые, параллельные сторонам прямоугольника. По разные стороны образовались 2 прямоугольника. Сравните их площади.

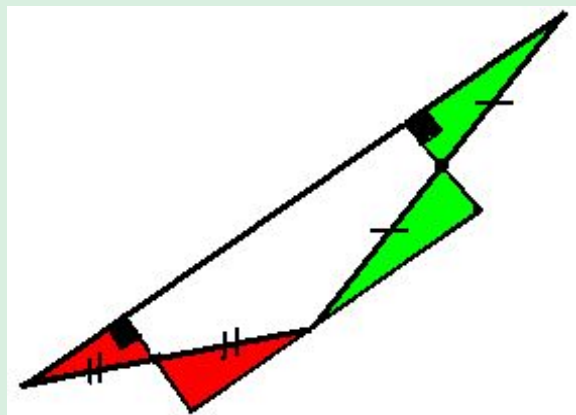
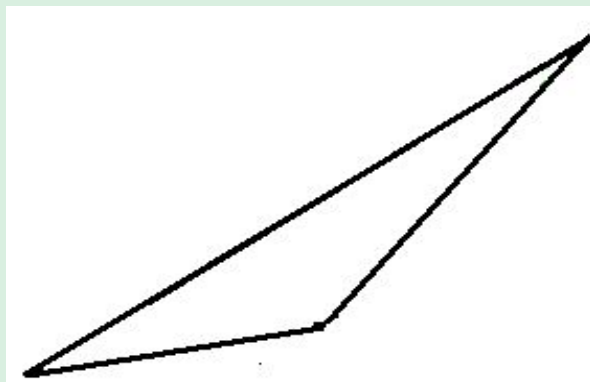


Решение:



Шаг вперёд!

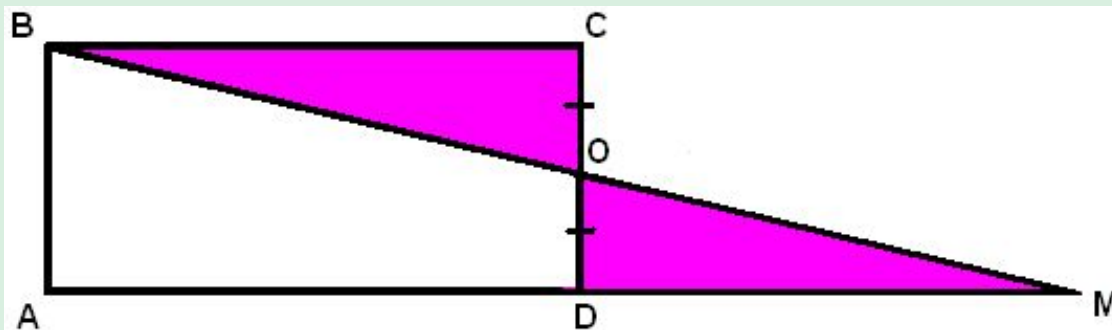
«Разрежьте треугольник двумя прямыми линиями так, чтобы можно было из частей сложить прямоугольник».



«Разрежьте прямоугольник по прямой линии на 2 части, из которых можно сложить прямоугольный треугольник».

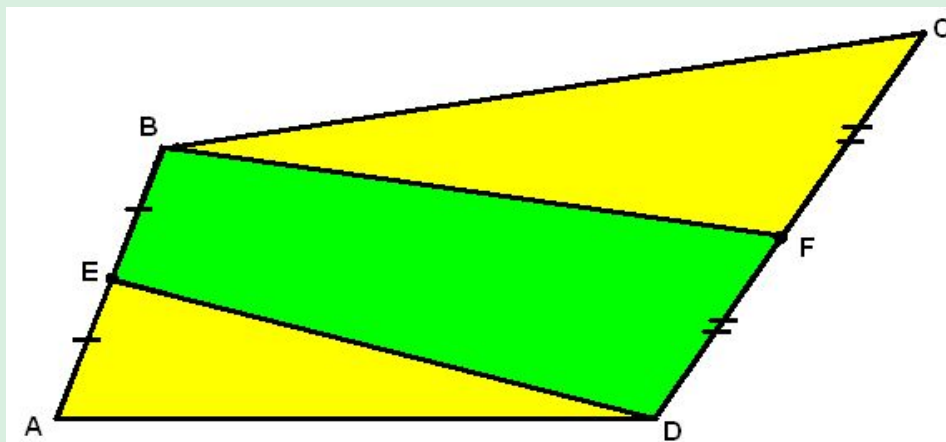


Решение:

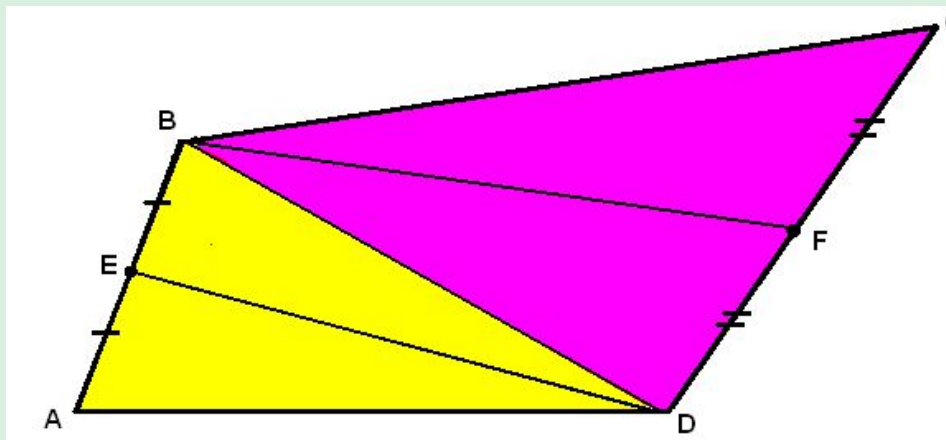


Из олимпиадных задач:

«В четырёхугольнике $ABCD$ точка E - середина AB , соединена с вершиной D , а F – середина CD , с вершиной B . Доказать, что площадь четырёхугольника $EBFD$ в 2 раза меньше площади четырёхугольника $ABCD$.

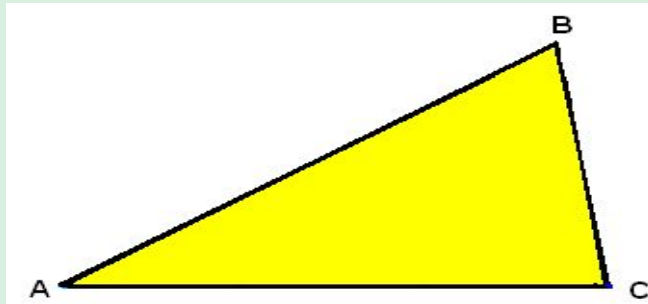


Решение: Проведём диагональ BD .

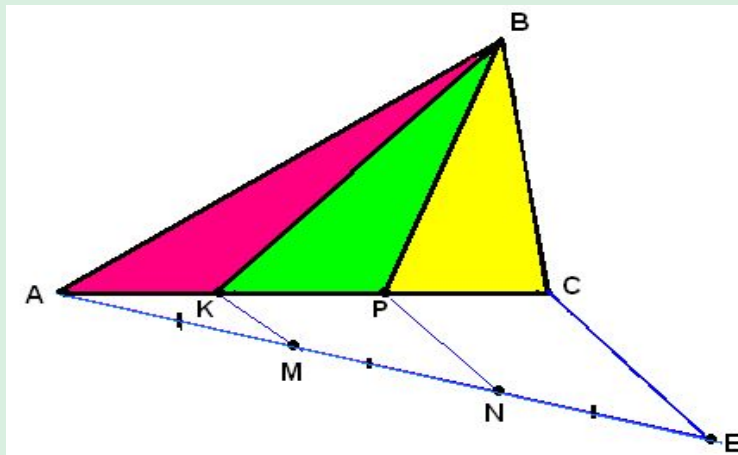


№475

- «Начертите треугольник ABC . Через вершину B проведите 2 прямые так, чтобы они разделили этот треугольник на 3 треугольника, имеющие равные площади».

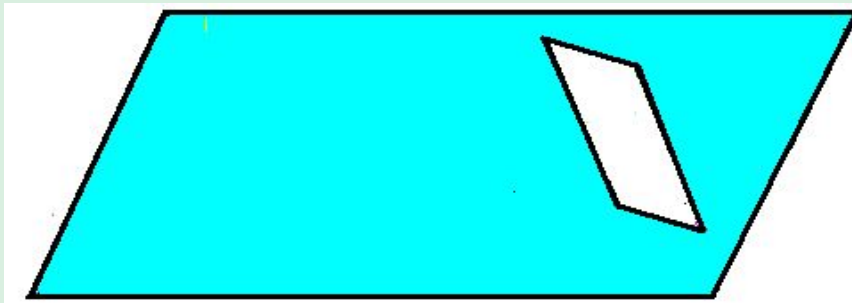


Подсказка: Используйте теорему Фалеса: (разделите AC на 3 равные части).

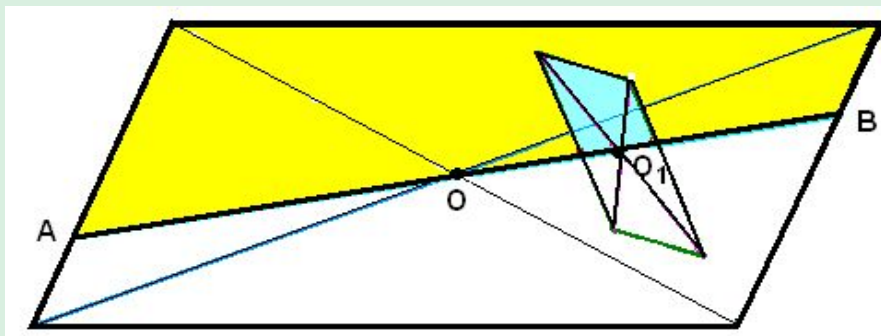


Задача дня.

«В параллелограмме вырезан параллелограмм. Разделите оставшуюся часть на 2 равновеликие фигуры.»

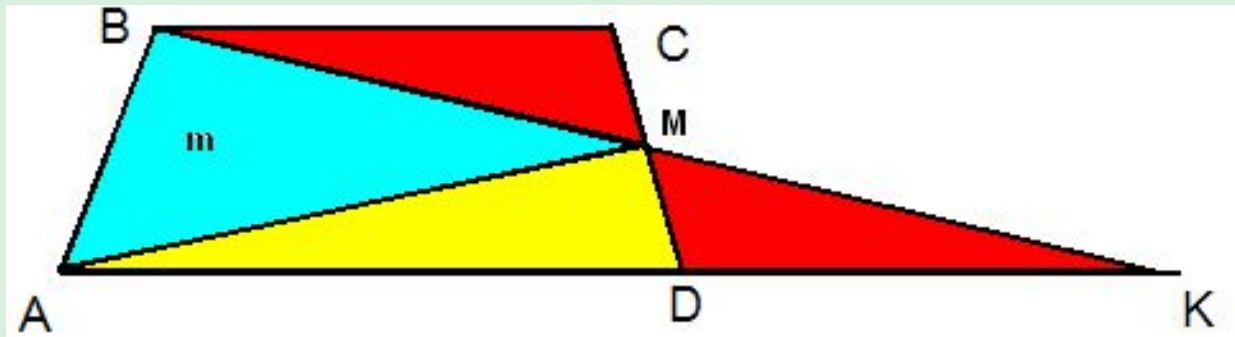


Секущая AB проходит через точку пересечения диагоналей параллелограммов O и O_1



Дополнительные задачи (из олимпиадных задач):

- **«В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) вершины A и B соединены с точкой M – серединой стороны CD . Площадь треугольника ABM равна m . Найти площадь трапеции $ABCD$ ».**



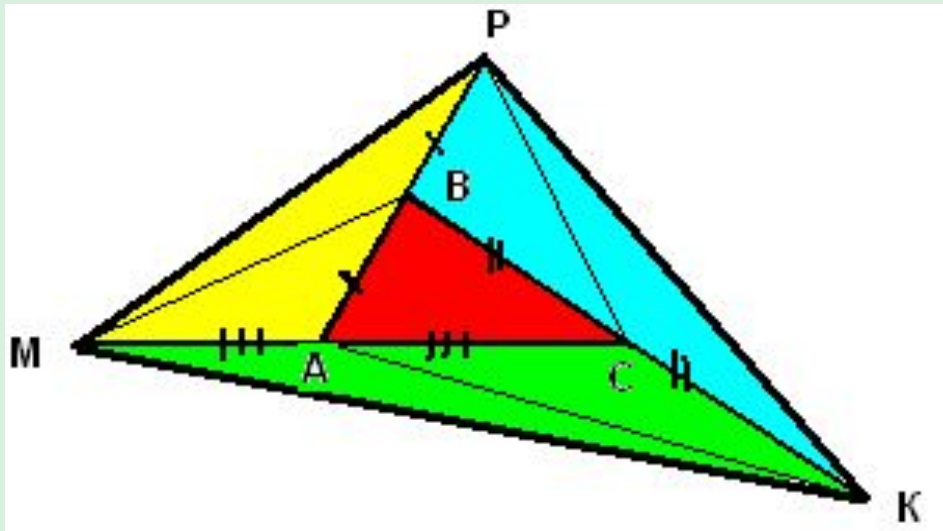
Решение:

**Треугольники ABM и AMK – равновеликие фигуры,
т.к. AM – медиана.**

$$S_{\triangle ABK} = 2m, \quad S_{ABCD} = S_{\triangle ABK} = 2m, \quad S_{ABCD} = S_{\triangle ABK} = 2m$$

Ответ: $S_{ABCD} = 2m$

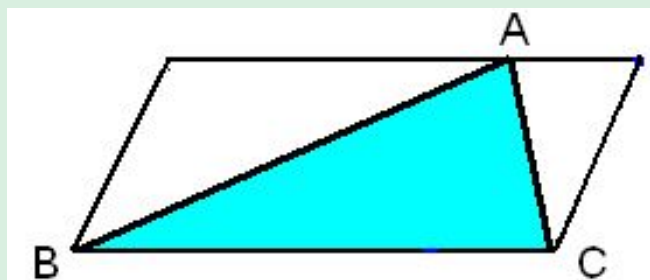
Сторона AB произвольного треугольника ABC продолжена за вершину B так, что $BP = AB$, сторону AC за вершину A так, что $AM = CA$, сторону BC за вершину C так, что $KC = BC$. Во сколько раз площадь треугольника PMK больше площади треугольника ABC ?



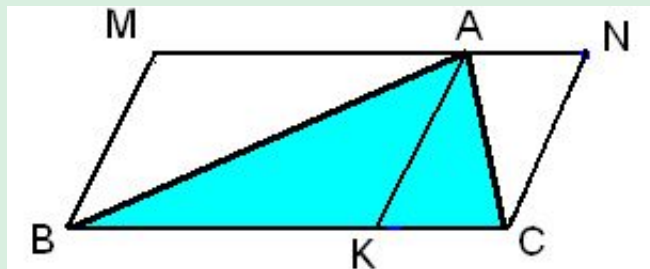
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{7} S_{\triangle MPK}$$

Ответ: Площадь треугольника MPK в 7 раз больше площади треугольника ABC .

Доказать, что если на стороне параллелограмма взять точку A и соединить её с вершинами, то площадь получившегося треугольника ABC равна половине площади параллелограмма.

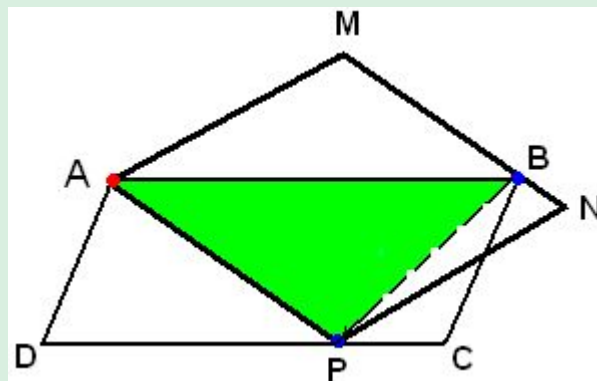
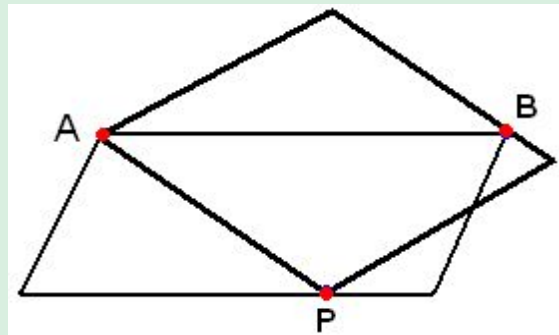


Решение:



- **Сцепленные параллелограммы.**

2 параллелограмма расположены так, как показано на рисунке: они имеют общую вершину и ещё по одной вершине у каждого из параллелограммов лежит на сторонах другого параллелограмма. Доказать, что площади параллелограммов равны.



$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{AMNP}$$