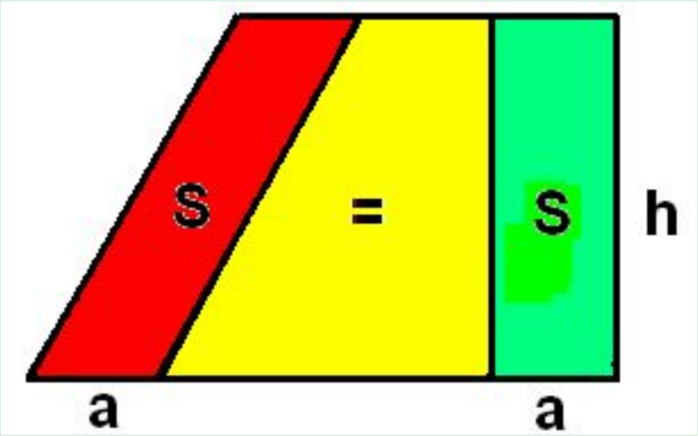
Площадь треугольника
Равновеликие фигуры

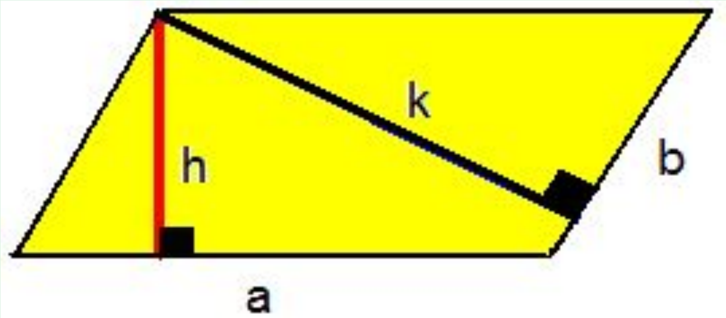
Учитель математики
МОУ «Лицей «Синтон»
Фотина Ия Васильевна

2010 год

Выведите формулу площади параллелограмма.



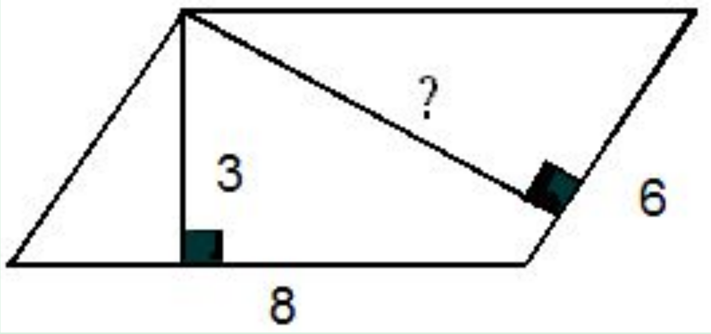
Какова зависимость между сторонами параллелограмма и высотами, опущенными на них?



$$S = a \cdot h_1 = b \cdot h_2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_2}{h_1}$$

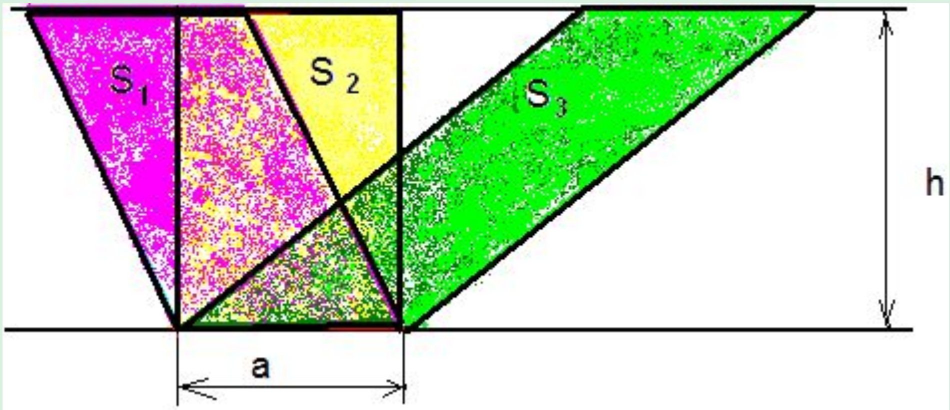
Зависимость обратно пропорциональная

Найти вторую высоту



Сравните площади параллелограммов

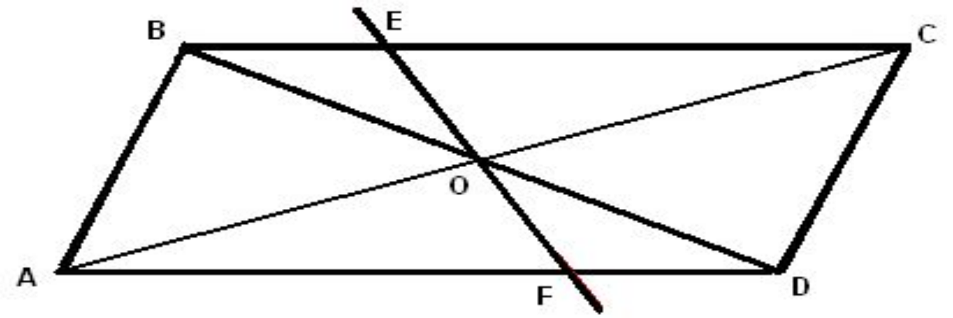
$$S_1, S_2, S_3$$



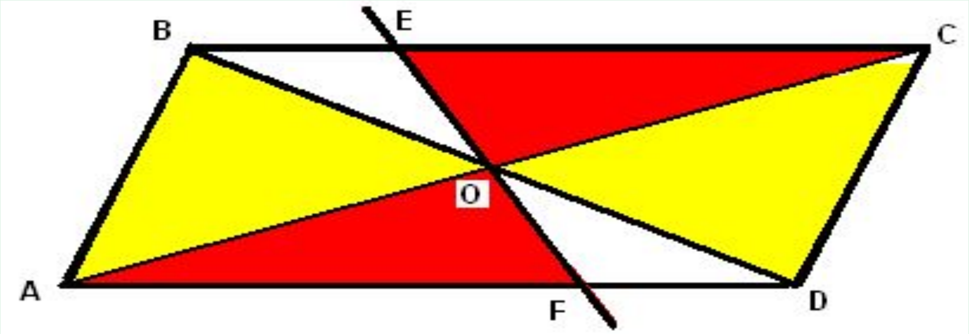
(Они имеют равные площади, у всех основание a и высота h).

<u>Определение:</u> Фигуры, имеющие равные площади, называются равновеликими.

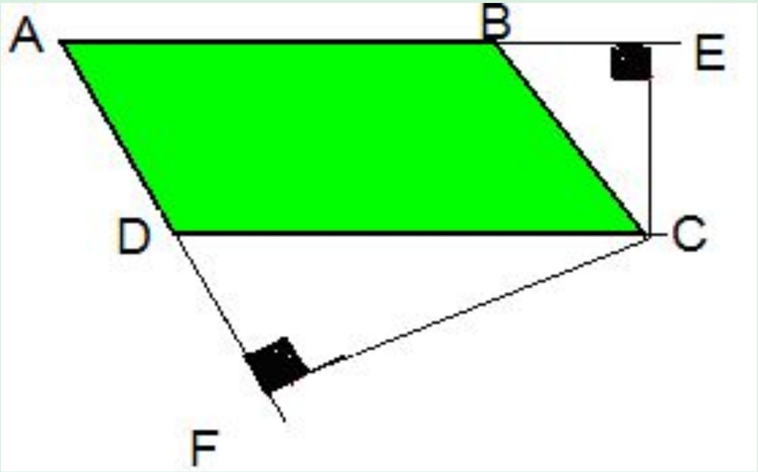
- *Доказать, что всякая прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей, делит его на 2 равновеликие части.*



•*Решение:*

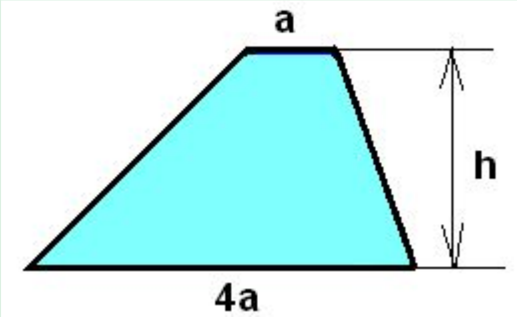


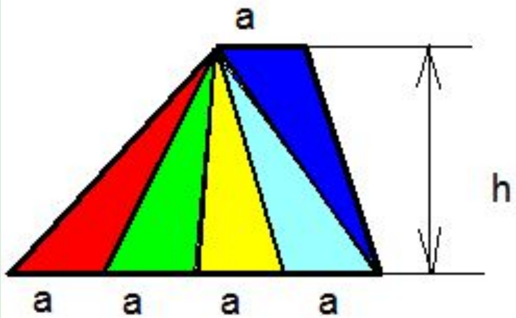
В параллелограмме ABCD CF и CE высоты. Доказать, что AD · CF = AB · CE.



$$\begin{cases} S_{ABCD} = AB \cdot CE \\ S_{ABCD} = AD \cdot CF \end{cases} \Rightarrow AB \cdot CE = AD \cdot CF$$

Дана трапеция с основаниями а и 4а. Можно ли через одну из её вершин провести прямые, разбивающие трапецию на 5 равновеликих треугольников?

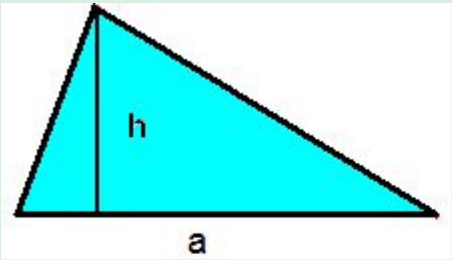




(Можно. Все треугольники равновеликие).

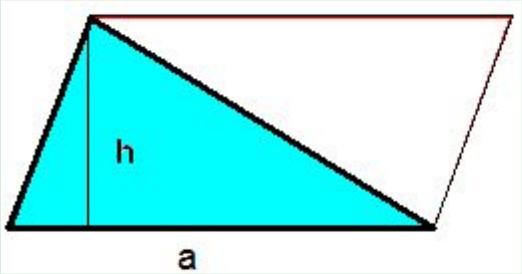
Площадь треугольника

- ***Выведите формулу площади треугольника***



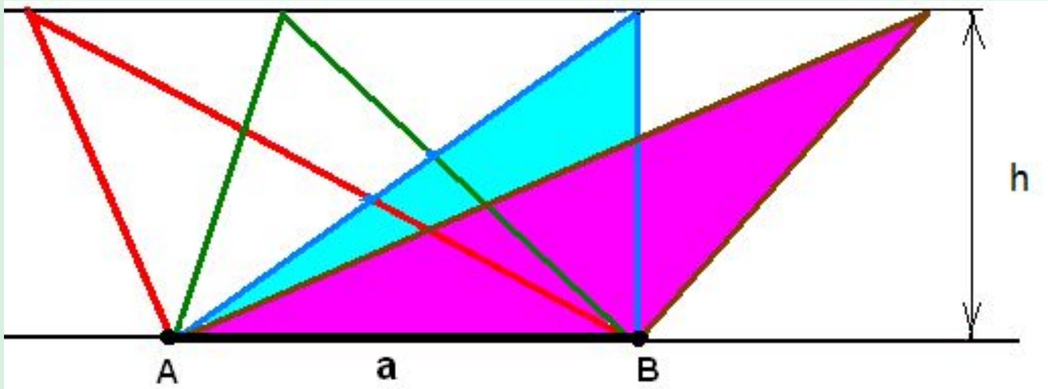
Достроим треугольник до параллелограмма.

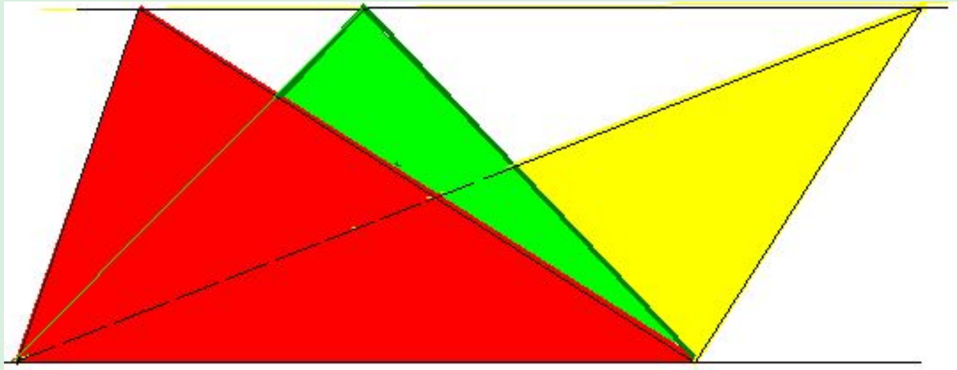
Площадь треугольника равна половине площади параллелограмма.



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

Задание: Начертите равновеликие треугольники.

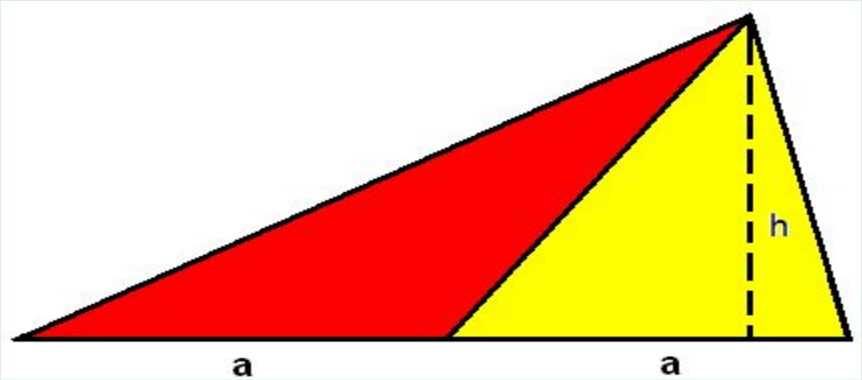




модель *(склеены основания)*

Упражнение №474.

«Сравните площади двух треугольников, на которые разделяется данный треугольник его медианой».



У треугольников одинаковые основания а и одна и та же высота h.Треугольники имеют одинаковую площадь

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

Вывод: Фигуры, имеющие равные площади, называются равновеликими.

Медиана делит треугольник на 2 равновеликих треугольника

1) Равновелики ли равные фигуры?

2) Сформулируйте обратное утверждение. Верно ли оно?

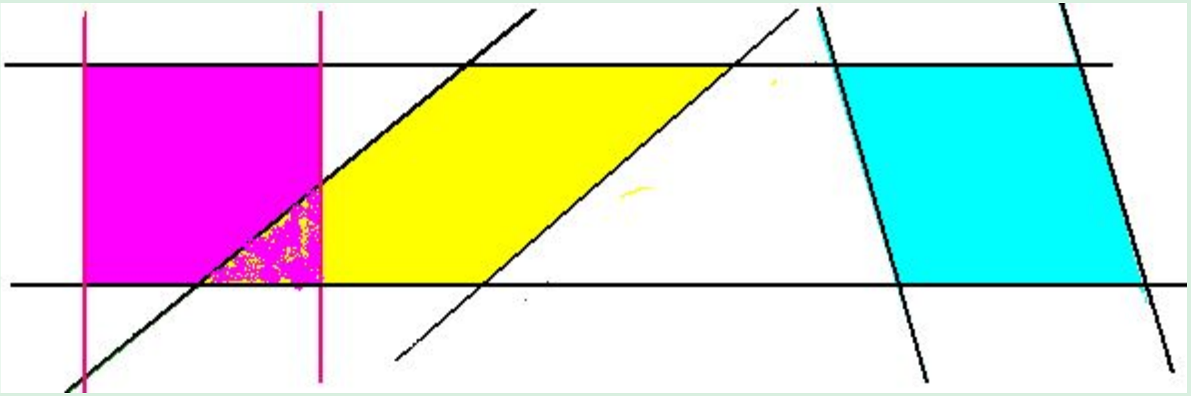
3) Верно ли:

- а) Равносторонние треугольники равновелики?

б) Равносторонние треугольники с равными сторонами равновелики?

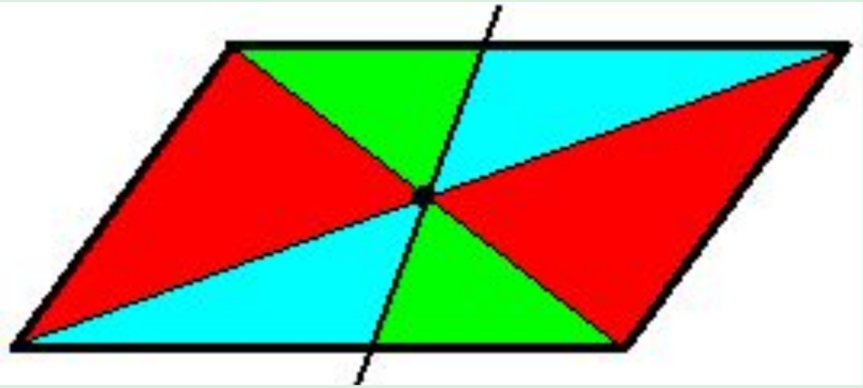
- в) Квадраты с равными сторонами равновелики?

- г) Докажите, что параллелограммы, образованные при пересечении двух полос одинаковой ширины под разными углами наклона друг к другу, равновелики. Найдите параллелограмм наименьшей площади, образующийся при пересечении двух полос одинаковой ширины.

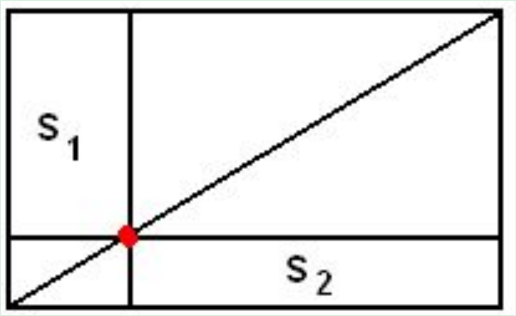


Торт имеет форму параллелограмма. Малыш и Карлсон делят его так: Малыш указывает на поверхности торта точку, а Карлсон по прямой, проходящей через эту точку, разрезает торт на 2 куска и один из кусков забирает себе. Каждый хочет получить кусок побольше. Где Малыш должен поставить точку?

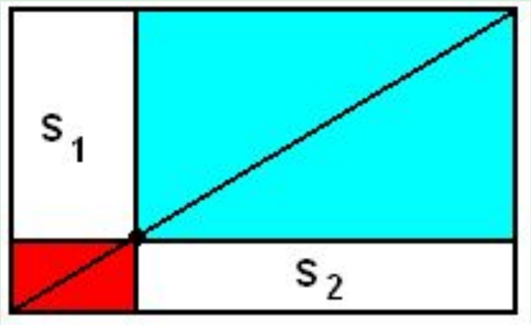
***Решение: В точке пересечения диагоналей*.**



На диагонали прямоугольника выбрали точку и провели через неё прямые, параллельные сторонам прямоугольника. По разные стороны образовались 2 прямоугольника. Сравните их площади.

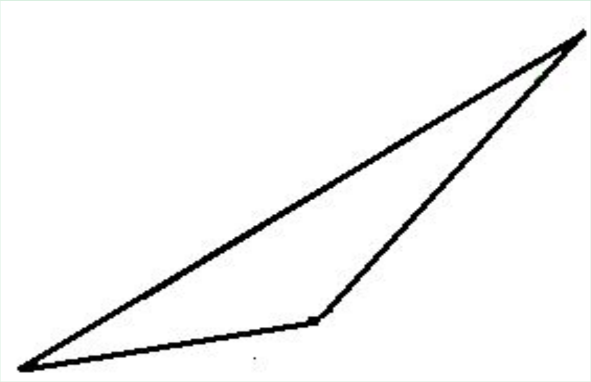


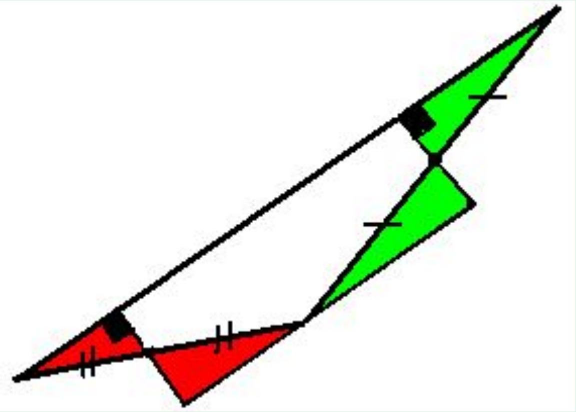
Решение:



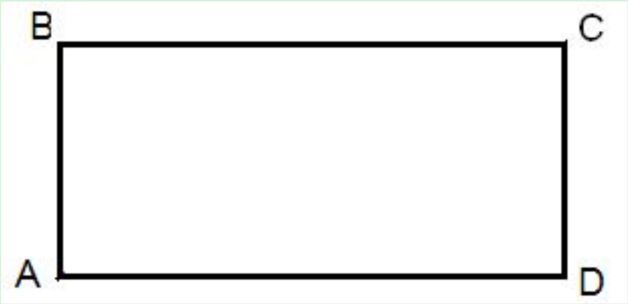
Шаг вперёд!

«Разрежьте треугольник двумя прямыми линиями так, чтобы можно было из частей сложить прямоугольник».

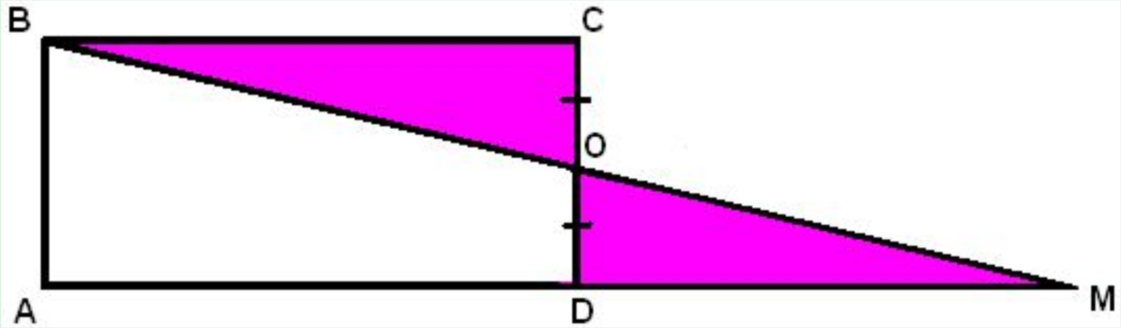




«Разрежьте прямоугольник по прямой линии на 2 части, из которых можно сложить прямоугольный треугольник».

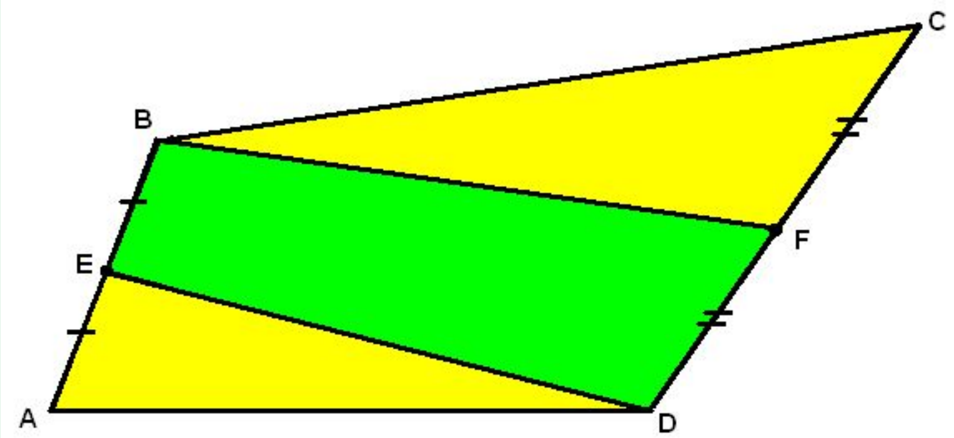


Решение:

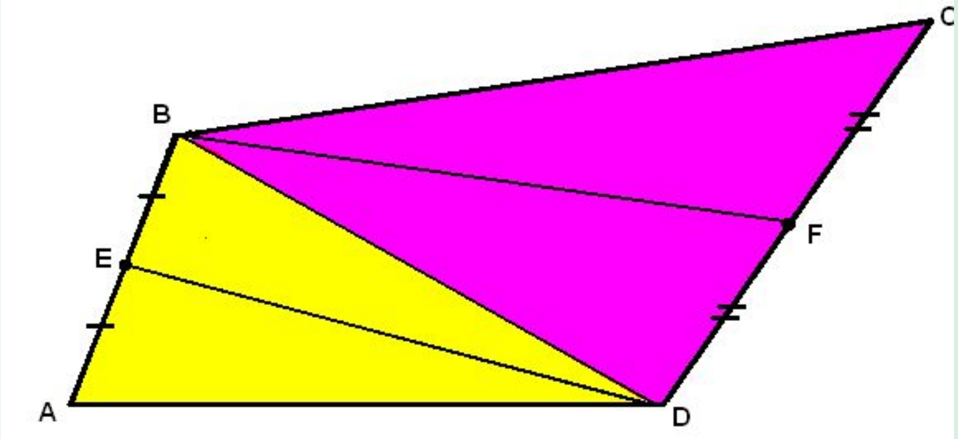


Из олимпиадных задач:

«В четырёхугольнике ABCD точка E - середина AB, соединена с вершиной D, а F – середина CD, с вершиной B. Доказать, что площадь четырёхугольника EBFD в 2 раза меньше площади четырёхугольника ABCD.

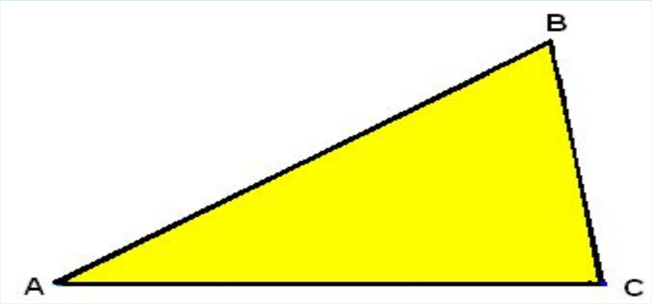


Решение: Проведём диагональ BD.

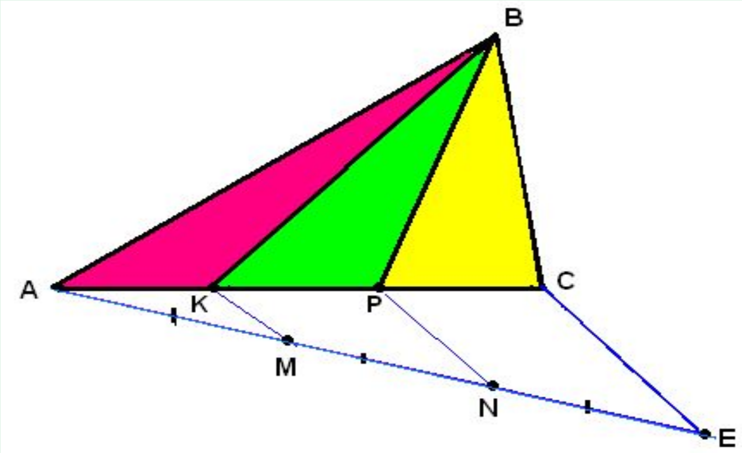


№475

- *«Начертите треугольник АВС. Через вершину В проведите 2 прямые так, чтобы они разделили этот треугольник на 3 треугольника, имеющие равные площади».*

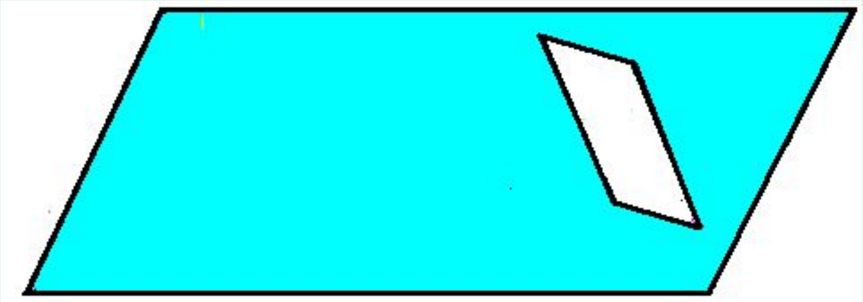


Подсказка: *Используйте теорему Фалеса: (разделите АС на 3 равные части).*

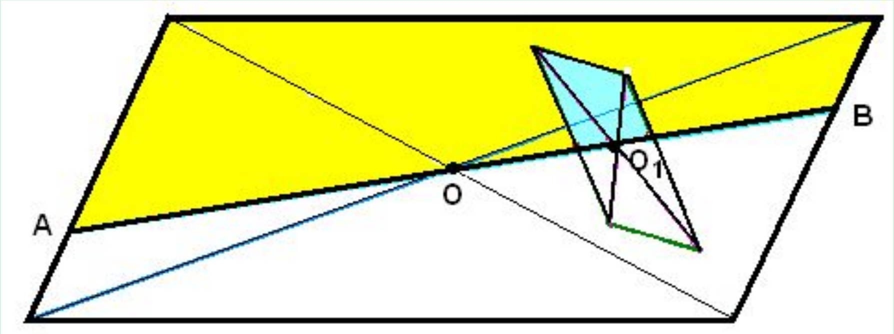


Задача дня.

«В параллелограмме вырезан параллелограмм. Разделите оставшуюся часть на 2 равновеликие фигуры».

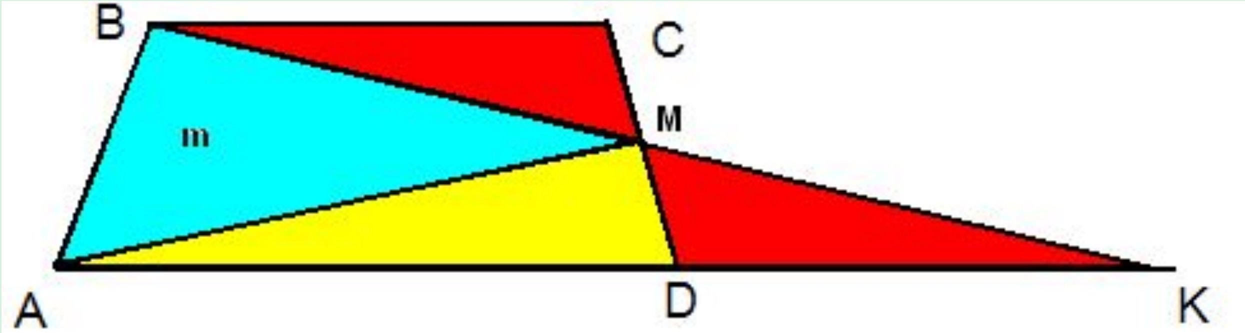


Секущая АВ проходит через точку пересечения диагоналей параллелограммов O и O_1



Дополнительные задачи (из олимпиадных задач):

- ***«В трапеции ABCD (AD || BC) вершины A и B соединены с точкой M – серединой стороны CD. Площадь треугольника ABM равна m. Найти площадь трапеции ABCD».***



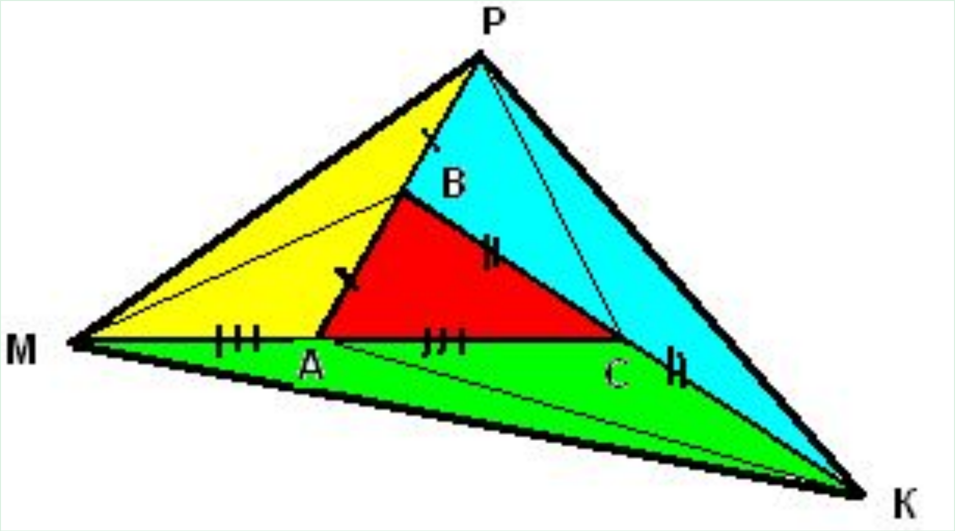
Решение:

Треугольники ABM и AMK – равновеликие фигуры, т.к. AM – медиана.

$$S_{\Delta ABK} = 2m, \quad S_{ABCD} = S_{\Delta ABK} = 2m, \quad S_{ABCD} = S_{\Delta ABK} = 2m$$

Ответ: $S_{ABCD} = 2m$

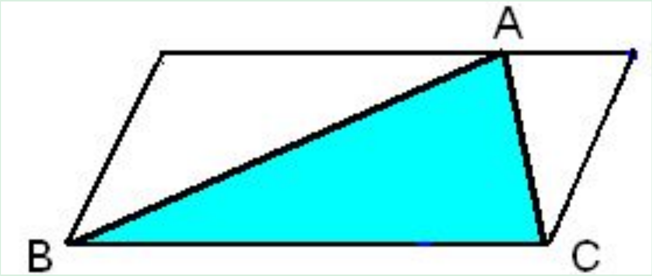
Сторона АВ произвольного треугольника АВС продолжена за вершину В так, что ВР = АВ, сторону АС за вершину А так, что АМ = СА, сторону ВС за вершину С так, что КС = ВС. Во сколько раз площадь треугольника РМК больше площади треугольника АВС?



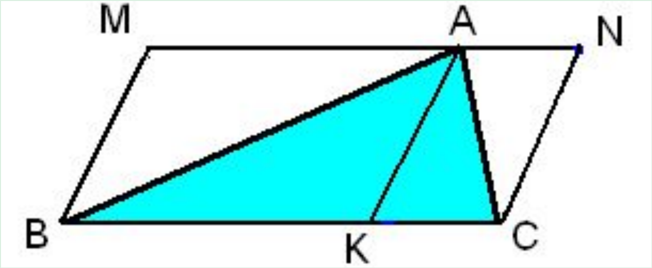
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{7} S_{\Delta MPK}$$

Ответ: Площадь треугольника МРК в 7 раз больше площади треугольника АВС.

Доказать, что если на стороне параллелограмма взять точку А и соединить её с вершинами, то площадь получившегося треугольника АВС равна половине площади параллелограмма.

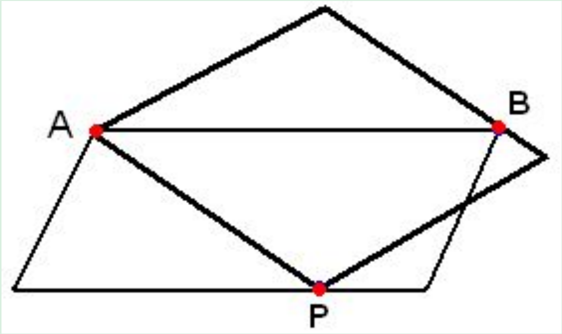


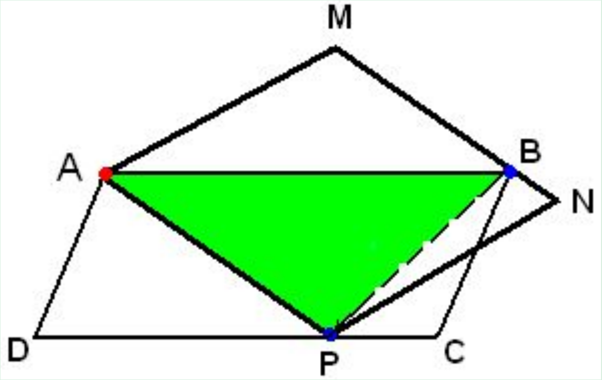
Решение:



- Сцепленные параллелограммы.

2 параллелограмма расположены так, как показано на рисунке: они имеют общую вершину и ещё по одной вершине у каждого из параллелограммов лежит на сторонах другого параллелограмма. Доказать, что площади параллелограммов равны.





$$S_{\Delta ABP} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{AMNP}$$