

ст. Вёшенская

МОУ ВСШ
им. М.И. Платова

учитель математики

Калинина Елена Владимировна

2008-2009 уч. год

Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.

У.У. Сойер



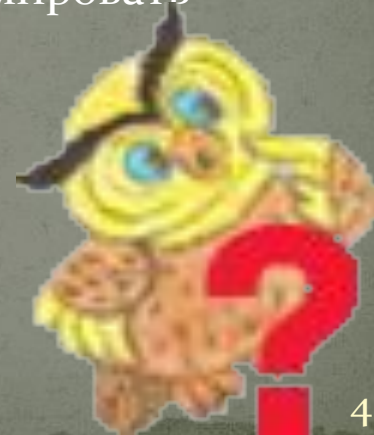
Урок одной задачи

Различные способы
решения
квадратных
уравнений



Цели:

- - систематизировать различные способы решения квадратных уравнений, дать представление учащимся о важных вехах истории развития математики;
- - обучать поискам нескольких способов решения одной задачи и умению выбирать из них наиболее оригинальный, оптимальный;
- - развивать навыки работы с дополнительной литературой, историческим материалом, формировать интерес к изучению математики



Находки древности



Методы решения квадратных уравнений были известны ещё в давние времена. Их умели решать вавилоняне (около 2 тыс. лет до н.э.). Об этом свидетельствуют найденные клинописные тексты задач с решениями в виде уравнений. Также они излагались в вавилонских рукописях царя Хаммурапи.

Евклид

В трудах древнегреческого математика Евклида и многих математиков древности квадратные уравнения решались геометрическим способом



Для решения квадратных уравнений
поступали следующим образом.

| | |
|-----|----|
| I | II |
| III | IV |

$$x^2 + 10x = 39$$

Пусть $AB = x$, $BC = 5$, (10:2)

$$AC = AB + BC \quad S_1 + S_2 + S_3 = x^2 + 10x = 39$$

Если $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = x^2 + 10x = 39 + 25$

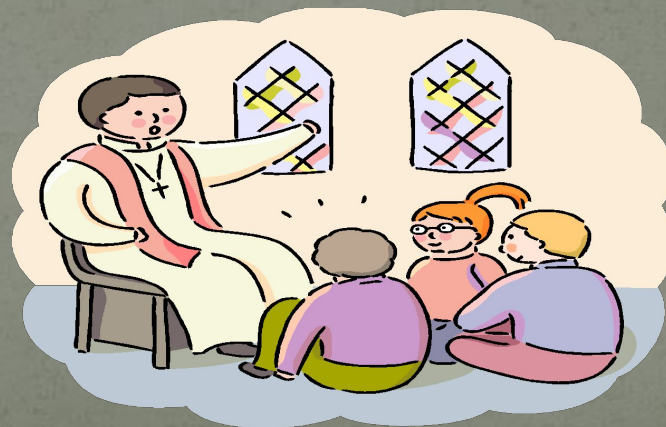
$$(x + 5)^2 = 64 \quad x + 5 = 8, x = 3$$

Число 3 является корнем
уравнения, ведь
отрицательных чисел тогда не
знали

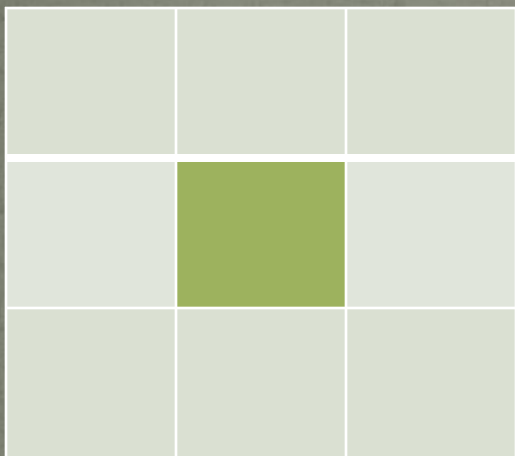


Аль - Хорезми

В трактате «Китаб аль-джебр валь-мукабала» хорезмский математик разъяснил приёмы решения уравнений $ax^2 = vx$, $ax^2 = c$ и т.д. (буквами a , v , c обозначены лишь положительные числа) и отыскивает лишь положительные корни



Так решал эту же задачу ал-Хорезми в 825 году



Строим квадрат со стороной x и на его сторонах – 4 прямоугольника высотой $\frac{10}{4}$.
В углах фигуры построим 4 квадрата со стороной $\frac{10}{4}$. Подсчитаем площадь получившегося большого квадрата:

$$x^2 + 4 \frac{10}{4} x + \left(\frac{10}{4}\right)^2 = x^2 + 10x + \left(\frac{10}{4}\right)^2$$

По условию $x^2 + 10x = 39$

$$39 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 * 4 = 39 + 25 = 64$$

Значит его сторона равна 8, тогда $x=3$
(Ал-Хорезми не признавал отрицательных чисел).



Древнегреческий математик Диофант

3 век нашей эры



$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

Пусть сумма двух чисел 20, а произведение 96.
Предположим, что их разность $2z$.
Большее из искомых чисел $(z+10)$, а меньшее $(10-z)$
Таким образом $(10+z)(10-z)=96$

$$z=2$$

Следовательно, большее число равно 12, а меньшее 8



Не каждое уравнение
можно решить
данным методом

М. Штифель (1487-1567)



И. НЬЮТОН (1643-1727)



Общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к виду $x^2 + bx = c$, было сформулировано немецким математиком Штифелем. После трудов Рене Декарта и Исаака Ньютона способ решения квадратных уравнений принял современный вид, как для положительных корней, так и для отрицательных.



Франсуа Виет(1540-1603)

Именно этим французским математиком впервые были введены буквенные обозначения. До этого пользовались громоздкими словесными формулировками.

Например: «Квадрат и число 24 равны одиннадцати корням» или

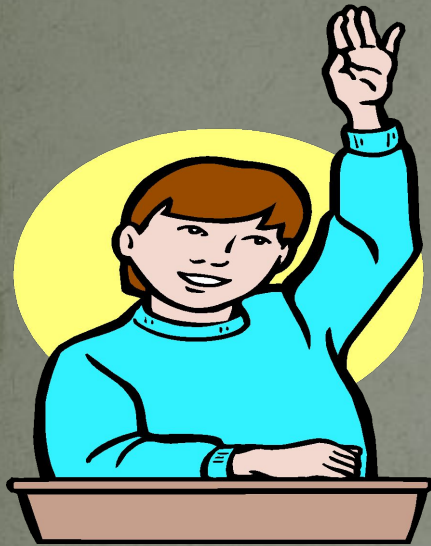
$$x^2 + 24 = 11x$$

Формулы, выражающие зависимость корней от его коэффициентов, были выведены Виетом в 1591г.

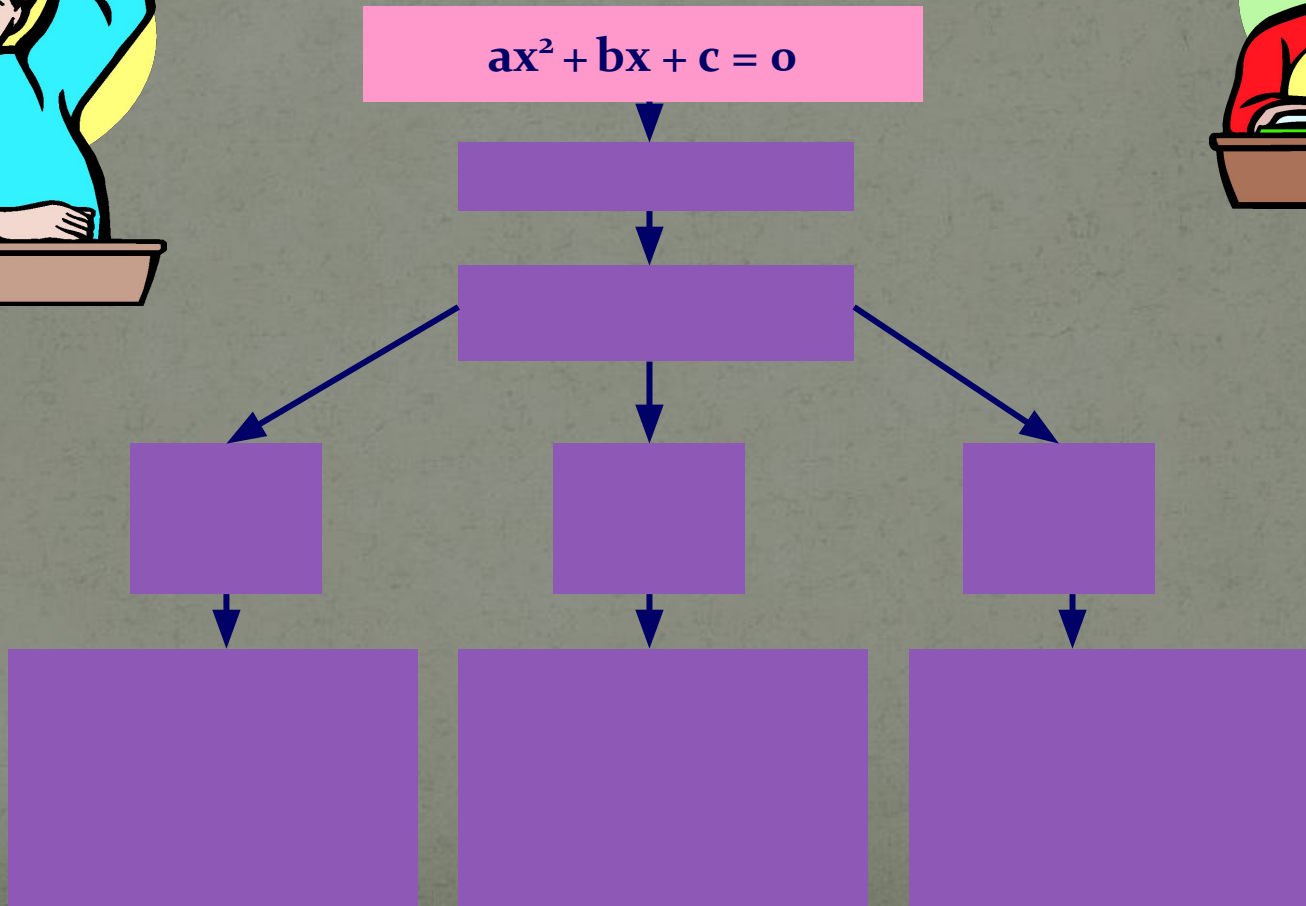


С 1591 г. мы пользуемся формулами при решении квадратных уравнений

Вспомни алгебраический способ решения квадратных уравнений.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

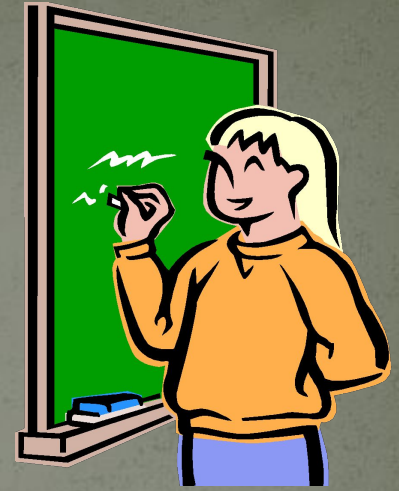




$$ax^2 + bx + c = 0$$

Выпишите коэффициенты a, b, c

Дискриминант
 $D = b^2 - 4ac$



$$D > 0$$

$$D = 0$$

$$D < 0$$

Два корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Один корень

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Уравнение
не имеет
действительных
корней

Формулировка т. Виета. Обратная т. Виета. Зависимость знаков корней квадратного уравнения, от коэффициентов.



Т: Если x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$,
то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Т: Если $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$,

то числа x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Т: Пусть дано уравнение $ax^2 + bx + c = 0$

с двумя различными действительными корнями. Тогда:

1. Если $ac > 0$ и $ab > 0$, то оба корня отрицательны;
2. Если $ac > 0$ и $ab < 0$, то оба корня положительны;
3. Если $ac < 0$, то корни имеют разные знаки.



Если второй коэффициент уравнения чётный, можно использовать иную формулу – формулу чётных коэффициентов.

$$ax^2 + 2mx + c = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{a}$$



Квадратные уравнения можно решить, используя свойства «суммы коэффициентов»

Если в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$$a + b + c = 0$$

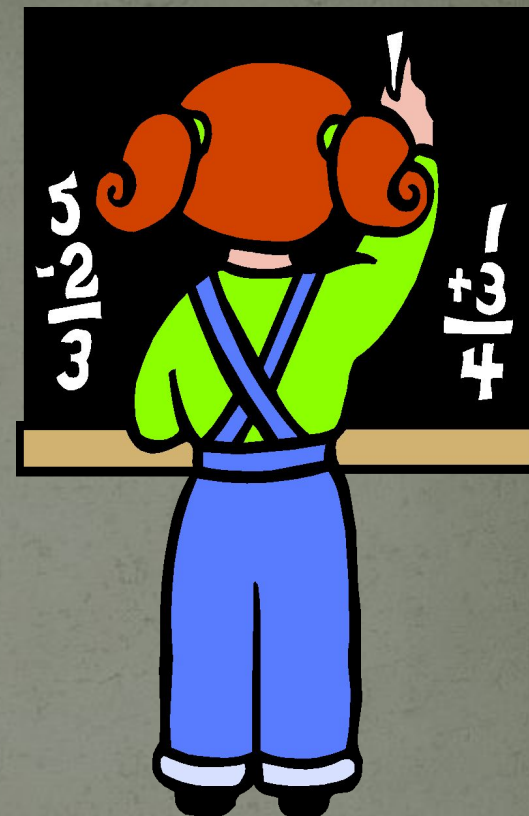
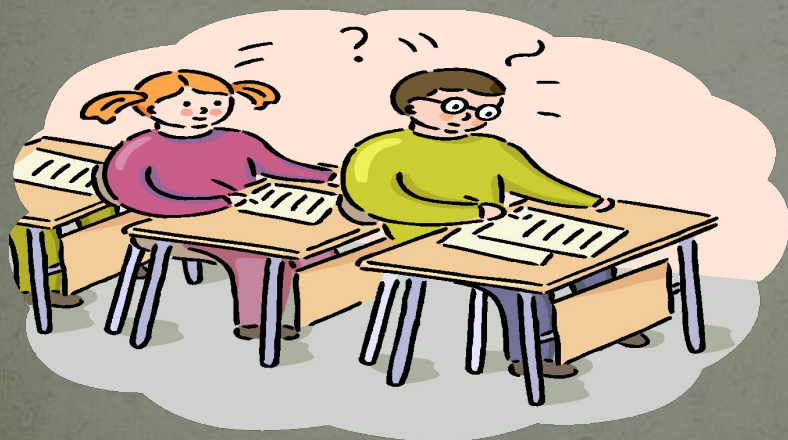
то

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

$$a - b - c = 0$$

то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{c}{a}$$



Не каждое уравнение
можно решить
данным методом

В учебнике мы встречаем задания , где четко обозначено , как решить квадратное уравнение .



В предложенных задачах вы не только решите уравнение, но и узнаете интересные факты.

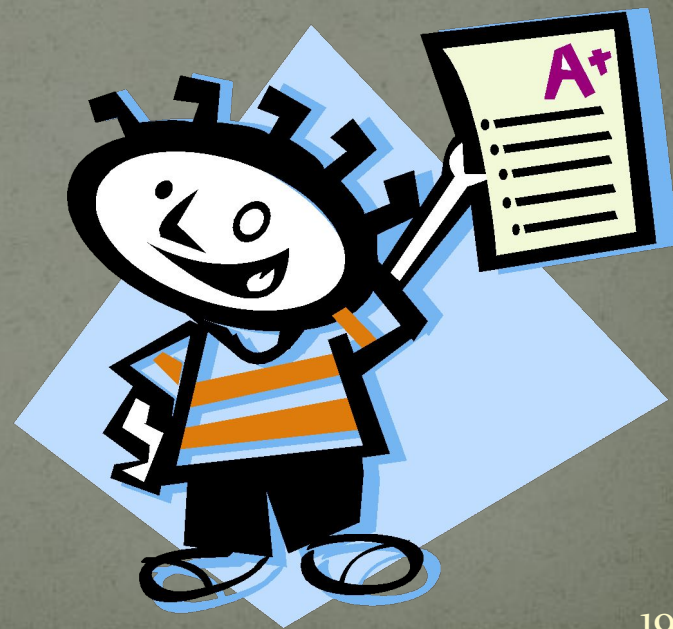


Задача №1

Известно, что учет населения проводился в Египте и в Китае ещё до нашей эры.

Решив квадратное уравнение $4a^2 - 24a + 39 = 0$ вы определите, в каком это было тысячелетии до н.э.

Реши задачу разными способами



Задача №2

На основе статистических данных можно выделить регионы с максимальным сбросом загрязнённых вод: это Краснодарский край и Москва. Сколько процентов общего количества загрязнённых вод дают эти регионы, вы узнаете решив уравнение.

$$x^2 - 19x + 88 = 0$$

Решите задачу разными способами



Кислотные осадки разрушают сооружения из мрамора и других материалов. Исторические памятники Греции и Рима, стояв тысячелетия, за последние годы разрушаются прямо на глазах. «Мировой рекорд» принадлежит одному шотландскому городку, где 10 апреля 1974 г. Выпал дождь, скорее напоминающий столовый уксус, чем воду. Устно решите уравнения, найдите верный ответ и соответствующую ему букву и прочтаете название этого «знаменитого» города



| | | |
|---------------------|------------|---|
| $2\sqrt{x} - 8 = 0$ | Корней нет | И |
| $x^2 + 16 = 0$ | 28 | Х |
| $2x^2 - 8 = 0$ | 16 | О |
| $\sqrt{x} - 6 = 0$ | -1;+1 | И |
| $2\sqrt{x} - 8 = 0$ | -2;-8 | Р |
| $\sqrt{x-3} = 5$ | -2;+2 | Т |
| $4x^2 - 4 = 0$ | 36 | Л |
| $(x+5)^2 = 9$ | -0,7;+0,7 | П |



Подведение итогов

Наш урок подходит к концу,
подумайте о том с какой пользой
для вас прошёл этот урок,
начните свой ответ с любого из
предложений:

Я знаю, что ...

Я хорошо знаю, что ...

Я должен знать, что ...





*« Теория без практики
мертва и бесплодна,
практика без теории
невозможна и пагубна.
Для теории нужны знания,
для практики, сверх того,
и умение»*

На уроке мы рассмотрели
различные способы
Решения квадратных уравнений.
Квадратные уравнения – это
фундамент, на котором покоится
алгебра.



До новых встреч!

Желаю
творческих
успехов

