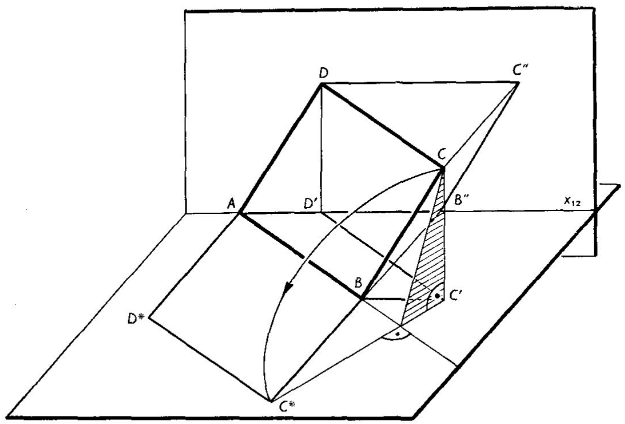
Л.6. РАЗМЕРЫ ОБЪЕКТОВ, ТРАНСФОРМАЦИЯ ОКТАЭДРА

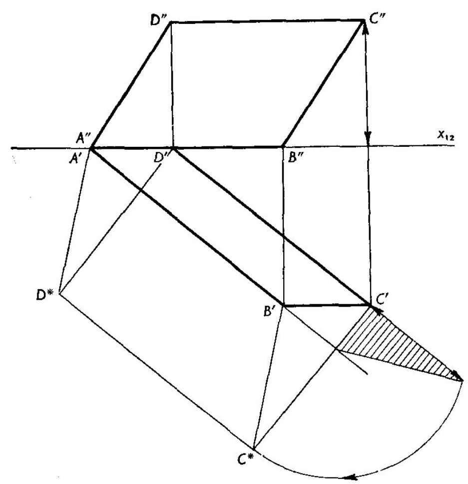
- **Часто необходимо решать, задачи, связанные с размерами объектов, например, определение размеров некоторой фигуры по ее проекциям или наоборот, построение проекций некоторой фигуры, если известны ее размеры.**

- **При решении таких задач фигуры стараются расположить относительно плоскостей проекций таким образом, чтобы соотношения, связанные с размерами, можно было установить непосредственно.**

- **Плоская фигура, например, имеет на одной из проекций истинные размеры, если расположена в соответствующей плоскости проекций или параллельна ей.**
- **В качестве примера рассмотрим параллелограмм *ABCD*, сторона *AB* которого лежит в первой плоскости проекций, а сторона *AD* — во второй**

Определение истинных размеров параллелограмма с помощью поворота в плоскости проекций





- **Если вращать параллелограмм вокруг стороны АВ, то каждая его точка — и в том числе, например, вершина С — будет двигаться по некоторой окружности, центр которой лежит на стороне *АВ.***

- **Поскольку плоскость такой окружности перпендикулярна первой плоскости проекций, и оси вращения, то ее проекцией на первую плоскость будет некоторый отрезок, перпендикулярный отрезку *AB*.**

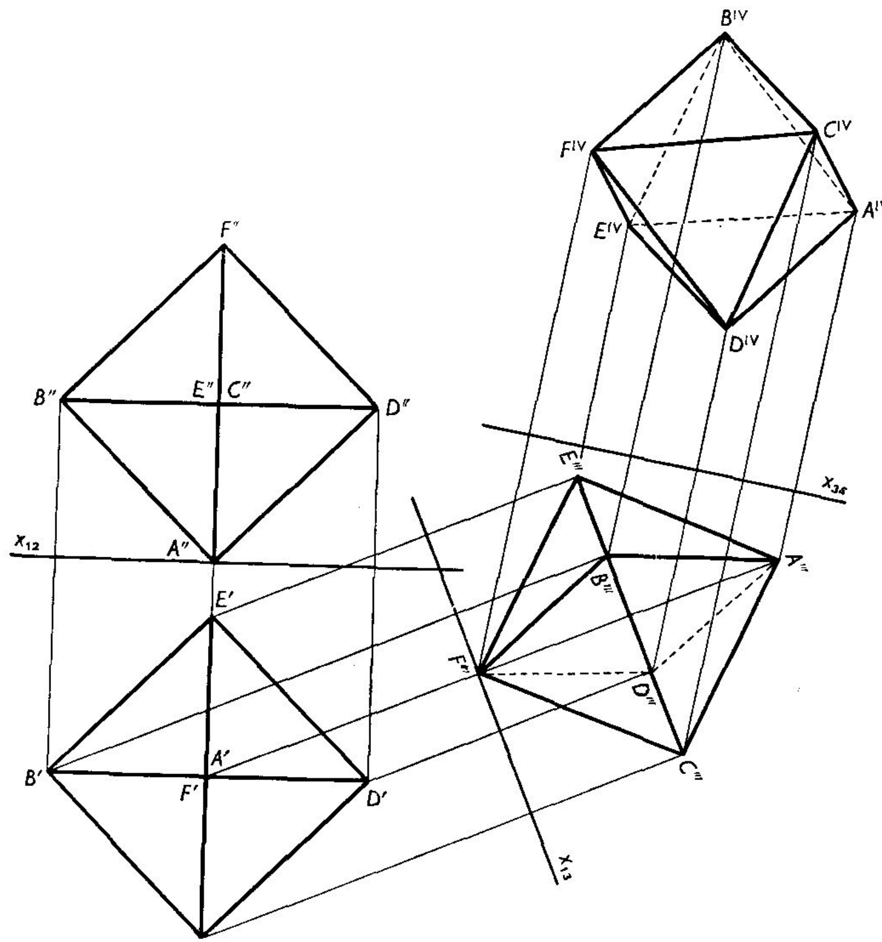
- **Следовательно, при вращении параллелограмма точка C' будет перемещаться вдоль некоторой прямой, перпендикулярной отрезку *AB*, до тех пор, пока точка *C* не достигнет первой плоскости проекций.**

- Обозначим это положение точки C через C*. Расстояние от точки C* до оси вращения равно гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен расстоянию от точки C' до оси вращения, а другой — расстоянию от точки C до первой плоскости проекций.

- **Полученный в результате вращения параллелограмм *ABC*D** имеет истин ные размеры параллелограмма *ABCD.***
- **Заметим, что проекция плоской фигуры и ее изображение в той же плоскости, полученное в результате вращения, могут быть переведены друг в друга с помощью ортогональ ного аффинного преобразования.**

- **По этой причине для построения изображения «вращения» плоской фигуры достаточно выполнить его для одной из точек фигуры, тогда все изображение нетрудно построить, основываясь на свойствах аффинного преобразования**

Построение проекций октаэдра с помощью двух трансформаций



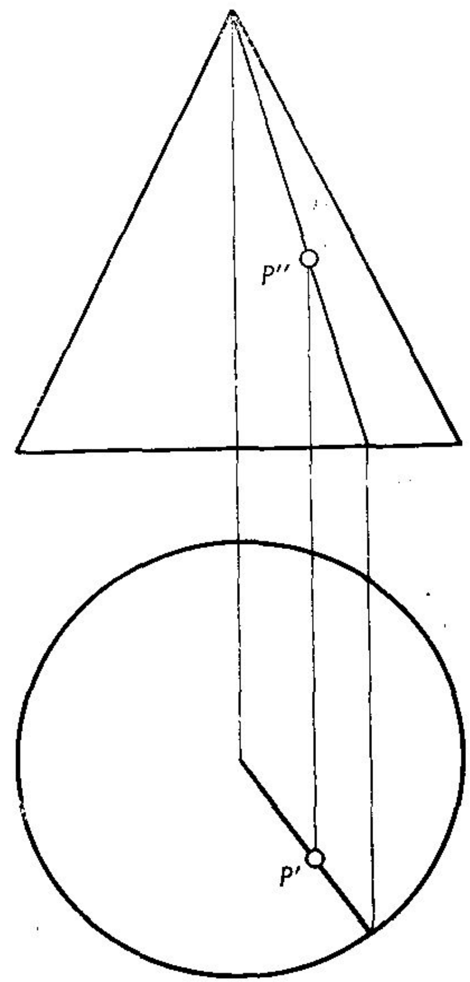
- **Плоскость проекции, введенная дополнительно, должна быть перпендикулярна од ой из «старых» плоскостей. Если, например, к плоскостям $К_1$ и $К_2$ добавляется плоскость $К_3$, перпендикулярная к $К_1$, то точка Р'" является проекцией некоторой точки Р на плоскость $К_3$, находится на таком же расстоянии от плоскости $К_1$, как и**

- **Пусть мы хотим теперь исключить из рассмотрения плоскость $К_2$ и изобразить точку Р в проекциях на плоскости и $К_1$ и $К_3$, повернув для этого плоскость K_3 вокруг линии ее пересечения с плоскостью $К_1$, (вокруг оси x_{13}) до совмещения с $К_1$. Если ось x_{13}задана согласно замечанию, сделанному выше, построить точку *P'''* не представляет труда:**

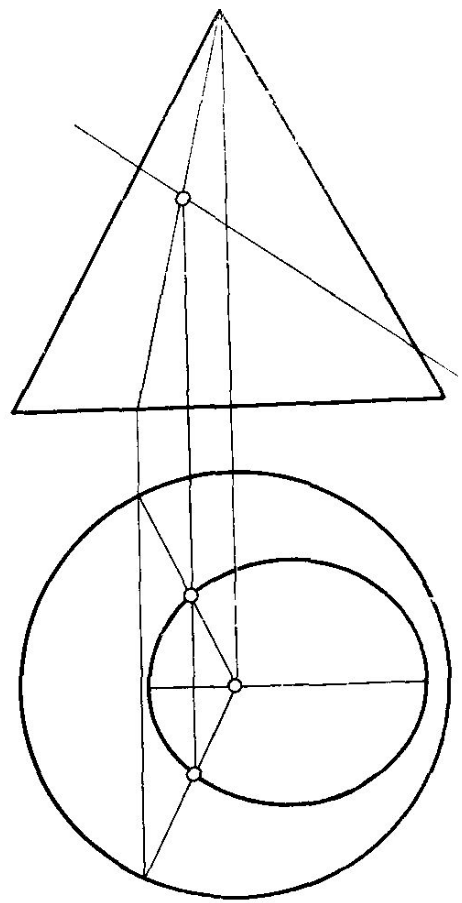
- **расстояние от нее до оси x_{13} равно расстоянию от точки *P''* до оси x_{12}. Переход к новой системе плоскостей проекций принято называть *трансформацией***
- **Трансформацию целесообразно применять и в тех случаях, когда положение фигуры относительно плоскостей проекций таково, что не дает достататочно наглядного представления о фигуре.**

- На рисунке изображены две проекции правильного тетраэдра и полученные из них с помощью трансформаций третья и четвертая проекции. Первые две проекции – квадраты с проведенными в них диагоналями. Основываясь на них, до-—трудно представить себе октаэдр. Значительно более наглядное представление об октаэдре дает четвертая проекция.

Изображение точки на поверхности конуса вращения



Построение плоского сечения конуса вращения



- **Построить точку на некоторой поверхности, например, на поверхности конуса вращения, можно с помощью линий, лежащих на этой поверхности Для конуса вращения простейшими из таких линии являются его образующие. Линию пересечения конуса вращения с некоторой плоскостью можно построить, отметив точки пересечения произвольного числа образующих с этой плоскостью.**

- На рисунке в качестве секущей плоскости для простоты выбрана вторая плоскость проекций; само сечение и его первая проекция представляют собой эллипс. Можно доказать, что один из фокусов эллипса, полученного в проекции, совпадает с проекцией вершины конуса