

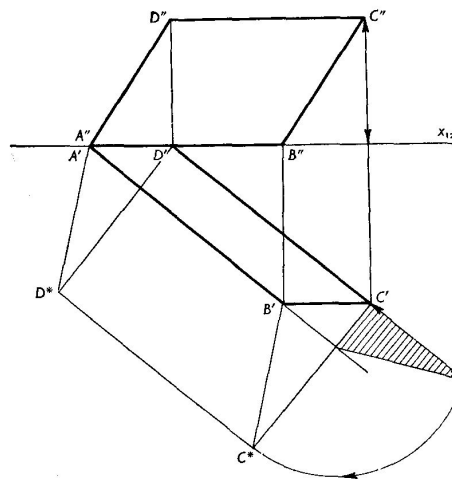
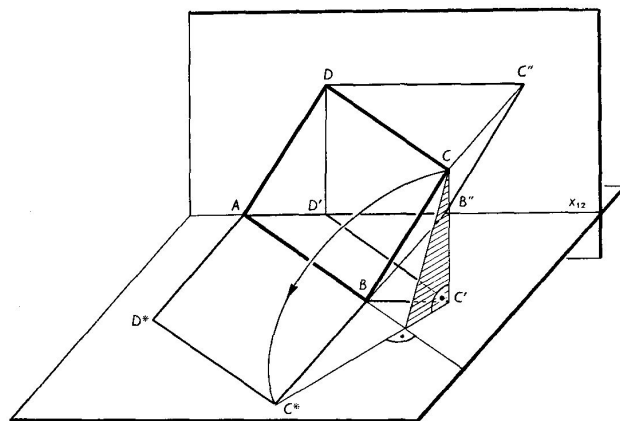
**Л.6. РАЗМЕРЫ ОБЪЕКТОВ,  
ТРАНСФОРМАЦИЯ  
ОКТАЭДРА**

- **Часто необходимо решать, задачи, связанные с размерами объектов, например, определение размеров некоторой фигуры по ее проекциям или наоборот, построение проекций некоторой фигуры, если известны ее размеры.**

- **При решении таких задач фигуры стараются расположить относительно плоскостей проекций таким образом, чтобы соотношения, связанные с размерами, можно было установить непосредственно.**

- **Плоская фигура, например, имеет на одной из проекций истинные размеры, если расположена в соответствующей плоскости проекций или параллельна ей.**
- **В качестве примера рассмотрим параллелограмм  $ABCD$ , сторона  $AB$  которого лежит в первой плоскости проекций, а сторона  $AD$  — во второй**

# Определение истинных размеров параллелограмма с помощью поворота в плоскости проекций



- Если вращать параллелограмм вокруг стороны  $AB$ , то каждая его точка — и в том числе, например, вершина  $C$  — будет двигаться по некоторой окружности, центр которой лежит на стороне  $AB$ .

- Поскольку плоскость такой окружности перпендикулярна первой плоскости проекций, и оси вращения, то ее проекцией на первую плоскость будет некоторый отрезок, перпендикулярный отрезку *AB*.

- **Следовательно, при вращении параллелограмма точка  $C'$  будет перемещаться вдоль некоторой прямой, перпендикулярной отрезку  $AB$ , до тех пор, пока точка  $C$  не достигнет первой плоскости проекций.**

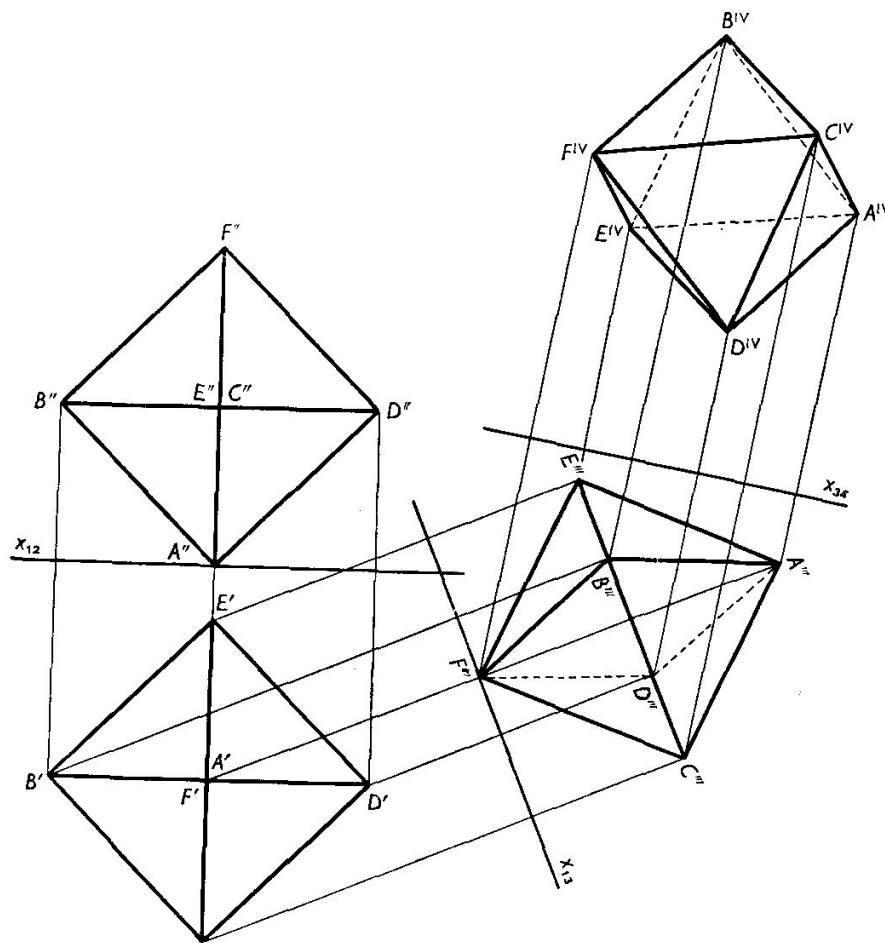


- Обозначим это положение точки  $S$  через  $S^*$ . Расстояние от точки  $S^*$  до оси вращения равно гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен расстоянию от точки  $S'$  до оси вращения, а другой — расстоянию от точки  $S$  до первой плоскости проекций.

- Полученный в результате вращения параллелограмм  $ABC^*D^*$  имеет истинные размеры параллелограмма  $ABCD$ .
- Заметим, что проекция плоской фигуры и ее изображение в той же плоскости, полученное в результате вращения, могут быть переведены друг в друга с помощью ортогонального аффинного преобразования.

- По этой причине для построения изображения «вращения» плоской фигуры достаточно выполнить его для одной из точек фигуры, тогда все изображение нетрудно построить, основываясь на свойствах аффинного преобразования

# Построение проекций октаэдра с помощью двух трансформаций



- **Плоскость проекции, введенная дополнительно, должна быть перпендикулярна одной из «старых» плоскостей. Если, например, к плоскостям  $K_1$  и  $K_2$  добавляется плоскость  $K_3$ , перпендикулярная к  $K_1$ , то точка  $P'''$  является проекцией некоторой точки  $P$  на плоскость  $K_3$ , находится на таком же расстоянии от плоскости  $K_1$ , как и**

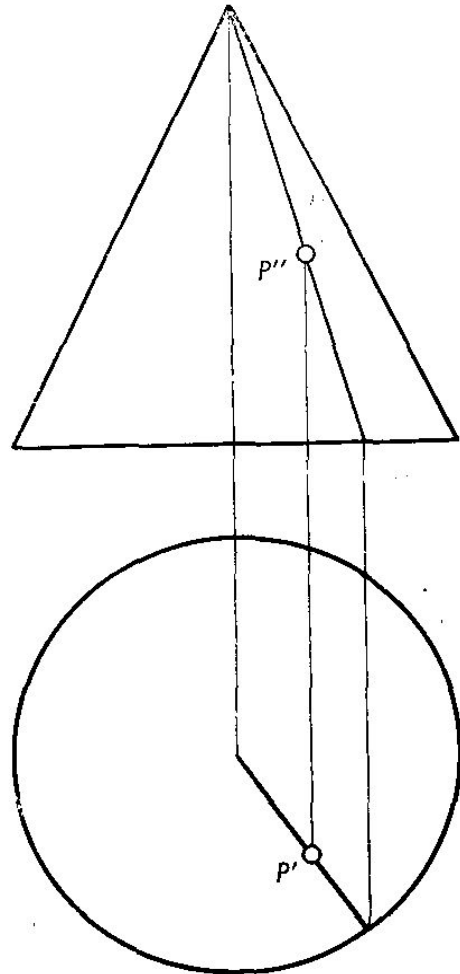
- Пусть мы хотим теперь исключить из рассмотрения плоскость  $K_2$  и изобразить точку  $P$  в проекциях на плоскости  $K_1$  и  $K_3$ , повернув для этого плоскость  $K_3$  вокруг линии ее пересечения с плоскостью  $K_1$ , (вокруг оси  $x_{13}$ ) до совмещения с  $K_1$ . Если ось  $x_{13}$  задана согласно замечанию, сделанному выше, построить точку  $P'''$  не представляет труда:

- расстояние от нее до оси  $x_{13}$  равно расстоянию от точки  $P''$  до оси  $x_{12}$ .  
Переход к новой системе плоскостей проекций принято называть *трансформацией*
- Трансформацию целесообразно применять и в тех случаях, когда положение фигуры относительно плоскостей проекций таково, что не дает достаточно наглядного представления о фигуре.

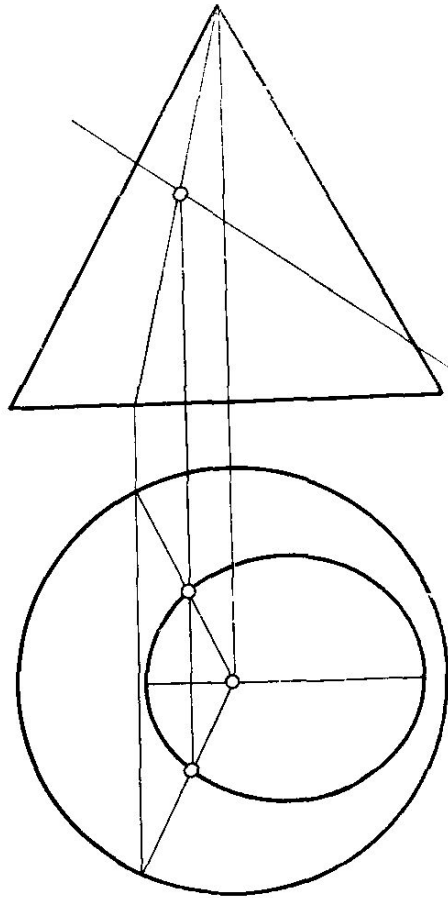
- На рисунке изображены две проекции правильного тетраэдра и полученные из них с помощью трансформаций третья и четвертая проекции. Первые две проекции – квадраты с проведенными в них диагоналями. Основываясь на них, довольно трудно представить себе октаэдр. Значительно более наглядное представление об октаэдре дает четвертая проекция.



# Изображение точки на поверхности конуса вращения



# Построение плоского сечения конуса вращения



- **Построить точку на некоторой поверхности, например, на поверхности конуса вращения, можно с помощью линий, лежащих на этой поверхности. Для конуса вращения простейшими из таких линии являются его образующие. Линию пересечения конуса вращения с некоторой плоскостью можно построить, отметив точки пересечения произвольного числа образующих с этой плоскостью.**

- **На рисунке в качестве секущей плоскости для простоты выбрана вторая плоскость проекций; само сечение и его первая проекция представляют собой эллипс. Можно доказать, что один из фокусов эллипса, полученного в проекции, совпадает с проекцией вершины конуса**