



Размещения и сочетания

Дополнения к главе IV (4 часа)



Размещения



- Размещением из n элементов $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ по два называют любую упорядоченную пару, составленную из данных n элементов.
- Количество размещений из n элементов по два обозначают через A_n^2 (по первой букве французского слова *arrangement* – размещение)

Размещения

Ниже написаны все размещения из 3 элементов ***a, b, c*** по 2:

$$A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$$

<i>ab</i>	<i>ac</i>
<i>ba</i>	<i>bc</i>
<i>ca</i>	<i>cb</i>

$$A_n^2 = n \cdot (n - 1)$$

Пример 1

Сколькими способами можно распределить два билета на разные кинофильмы между семью друзьями?

$$A_7^2 = 7 \cdot (7 - 1) = 7 \cdot 6 = 42$$

Размещением из n элементов по k называют любой упорядоченный набор из k элементов, составленный из данных n элементов.

$$A_n^3 = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2)$$

$$A_n^4 = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3)$$

$$A_n^k = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - (k - 1))$$

$$A_n^k = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

$$A_n^n = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

$$A_n^n = n!$$



№871

$$A_4^2 = 4 \cdot (4 - 1) = 4 \cdot 3 = 12$$

x_1x_2	x_2x_1	x_3x_1	x_4x_1
x_1x_3	x_2x_3	x_3x_2	x_4x_2
x_1x_4	x_2x_4	x_3x_4	x_4x_3



№872

$$A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$A_5^2 = 5 \cdot 4 = 20$$

$$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

№872

$$A_7^4 =$$

$$A_7^5 =$$

$$A_8^6 =$$

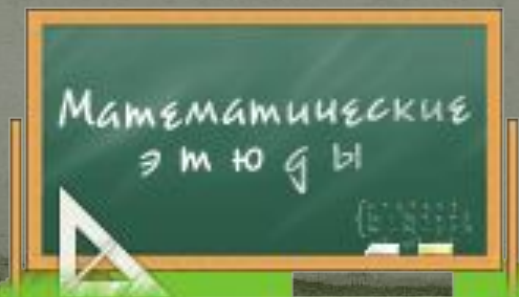
Сочетания

- Сочетанием из n элементов по k называют любую группу из k элементов, составленную из данных n элементов.
- Число сочетаний из n элементов по k обозначают через C_n^k (по первой букве французского слова combination – сочетание).

Разница заключается в том, что если в размещении переставить местами элементы, то получится другое размещение, но сочетание не зависит от порядка входящих в него элементов.

Сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



Пример 2.

Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$



Пример 3.

Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. Какова вероятность того, что все взятые карты тузы?

$$\begin{aligned} C_{36}^4 &= \frac{36!}{4!(36-4)!} = \frac{36!}{4! \cdot 32!} = \\ &= \frac{32! \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36}{32! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 58905 \end{aligned}$$



$$P = \frac{1}{58905}$$

№873

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3!} = 10$$

$x_1 x_2, x_1 x_3, x_1 x_4, x_1 x_5,$

$x_2 x_3, x_2 x_4, x_2 x_5,$

$x_3 x_4, x_3 x_5,$

$x_4 x_5$

№874

$$C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{3! \cdot 4}{3!} = 4$$

$$C_5^4 = \frac{5!}{4! \cdot 1!} = \frac{4! \cdot 5}{4!} = 5$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2} = 10$$

№874

$$C_7^4 =$$

$$C_7^5 =$$

$$C_8^6 =$$

№875 Докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-n+k)!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

№875 Вычислите:

$$C_{10}^9 = C_{10}^1 = \frac{10!}{1! \cdot 9!} = \frac{9! \cdot 10}{9!} = 10$$

$$C_{10}^8 = \frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{8! \cdot 1 \cdot 2} = 9 \cdot 5 = 45$$

$$C_{12}^{10} =$$

№875 Вычислите:

$$C_{12}^{11} =$$

$$C_{200}^{199} =$$

$$C_{1998}^{1997} =$$

№876

- Сколькими различными способами можно распределить между шестью лицами две разные путевки в санатории?

$$C_6^2 =$$

№877

- Сколькими способами можно распределить две одинаковые путевки между пятью лицами?

$$C_5^2 =$$

№878

- Сколькими способами можно присудить шести лицам три одинаковые премии?

$$C_6^3 =$$

№879

- Сколькими способами можно присудить шести лицам три одинаковые премии?

$$C_6^3 =$$

№879

- Иванов и Степанов входят в группу из семи студентов, имеющих одинаковые шансы получить один из двух разных призов. Какова вероятность того, что:
 - a) Иванов получит первый приз, а Степанов – второй;
 - b) Иванов и Степанов получают призы;
 - c) Иванов получит первый приз;
 - d) Иванов получит один из призов?

№880*

Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. Какова вероятность того, в эту четверку:

- попадут тузы бубен, пик, червей и треф в указанном порядке;
- попадут 4 туза (в любом порядке);
- попадет туз бубен и его возьмут первым;
- попадет туз бубен?