

# «Развитие функционально-графического мышления учащихся при изучении алгебры 7-9 класс»

Выполнила студентка  
группы 365 М  
Бывшева В.

Руководитель: д.п.н., проф.  
Перевощикова Е.Н.

# *Актуальность исследования:*

Формирование функционально-графического мышления сильное средство активизации учащихся в обучении. Функционально-графическое мышление позволяет формировать мировоззрение школьников, создавать у них представления о современных достижениях, возможностях и широте математического способа познания действительности, вооружает умениями добывать и обрабатывать информацию.

# *Противоречие*

необходимо формировать у школьников функционально-графическое мышление, недостаточно разработанных соответствующих методических рекомендаций в теории и методике обучения математике.

Разрешение этого противоречия особенно актуально при решении сюжетных задач данным методом на уровне реального учебного процесса и изучении темы «Функция».

# *Проблема исследования :*

- поиск способа построения и разработка методически грамотной системы уроков для темы «Функция» и решения сюжетных задач при помощи которых будет развиваться функционально-графическое мышление.

# *Цель исследования*

- рассмотреть основные вопросы и проблемы развития функционально-графического мышления; разработать научно обоснованные методические рекомендации по организации уроков по теме «Квадратичная функция».

*Объект исследования:*

процесс обучения математике (в частности изучение темы «Квадратичная функция» и процесс решения сюжетных задач).

*Предмет исследования:*

развитие у учащихся функционально-графического мышления

# *Гипотеза исследования*

если целенаправленно и систематически использовать задания, удовлетворяющие следующим специфическим требованиям: задания должны включать учащихся в деятельность, актуализировать прошлый опыт учащихся, способствовать рефлексии, направлять на верное употребление математических терминов и т.д., то это будет способствовать развитию функционально-графического мышления.

# *Новизна и практическая значимость :*

исследования определяется тем, что обоснована необходимость развития функционально-графического мышления, разработана система уроков в восьмом классе по теме «Квадратичная функция»

# *задачи*

- Выявить сущность понятия понятие функционально-графического мышления, определить основные этапы развития функционально-графического мышления в школе;
- Проанализировать учебники по математике с точки зрения выявления идеи развития функционально-графического мышления;
- Разработать технологию по развитию функционально-графического мышления у учащихся на примере изучения темы «Квадратичная функция»;
- Экспериментально проверить основные положения исследования.

- Идея функции пронизывает все явления природы, поэтому математическое понятие функции является мощным инструментом познания реальной действительности. Естественно, что математическое мышление включает в себя как составной компонент так называемое функциональное мышление.

- Графическое мышление в своих наиболее развитых формах формируется на образной основе, а ведущими образами являются для него зрительные образы. Переход от одних зрительных образов, отражающих пространственные свойства и отношения, к другим, постоянно наблюдается в решении тех задач, где используются разнотипные графические изображения. На их основе возникают не только отдельные образы, адекватные каждому изображению, но их целостная система.

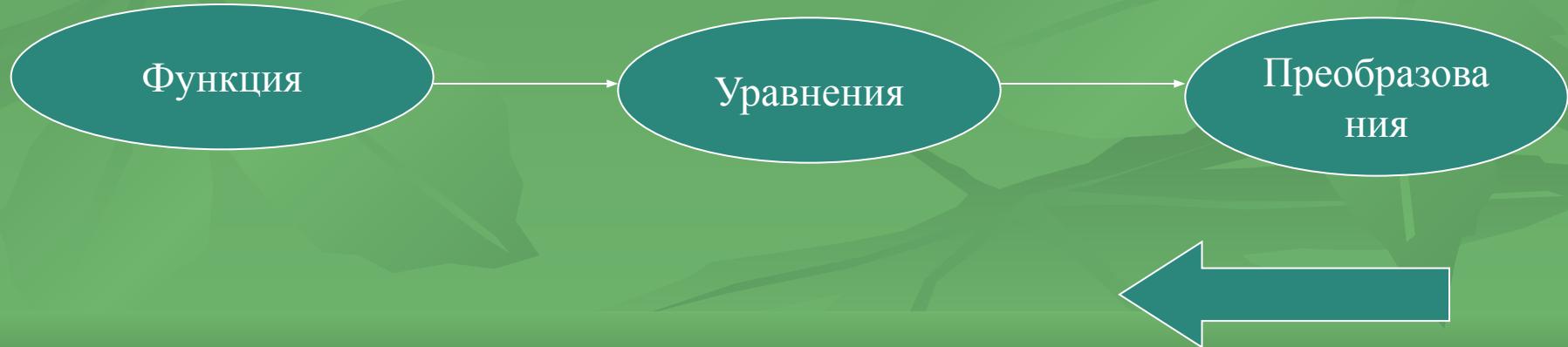
- Графическую культуру можно рассматривать, как умение создавать иллюстрации, блок-схемы, плакаты, рисовать схемы и чертежи.
- Функциональную культуру, можно рассматривать, как умение представлять объекты, явления, задачи в виде функций.

Функционально-графическое мышление – это способность человека представлять окружающие объекты и явления в виде зависимости (функции), полученную зависимость представлять и исследовать в виде графического образа.



# Представление функциональной линии в учебниках математики А.Г. Мордковича.

Из основных содержательно-методических линий школьного курса алгебры для 7-11 классов в качестве приоритетной выбрана функционально-графическая линия. Это прежде всего выражается в том, что какой бы класс функций, уравнений, выражений ни изучался, построение материала практически всегда осуществляется по жесткой схеме:



- Под технологией формирования функционально-графического мышления будем понимать целостную систему. Ее составными компонентами являются целевой, содержательный, процессуальный, инструментальный и результативный компоненты.

Отбор учебного материала к урокам должен осуществляться на основе принципов целостности и полноты, и соответствовать структуре усваиваемых функционально-графических знаний.

Учебный материал для формирования функционально-графического мышления должен быть представлен в виде подсистемы усваиваемых функционально-графических знаний, что позволит ученику выделять элементы содержания, устанавливать связи между ними, понимать логику выстраивания нового материала при изучении функции нового вида и при решении текстовых задач, приводить знания в систему, устанавливать сферу их применения.

# Требования к системе заданий:

- 1) Группировка заданий вокруг ведущего стержня при изучении функций и уравнений, обеспечивающая предсказуемость предстоящей деятельности ученика, его активное участие в постановке учебных задач урока (темы).
- 2) Разработка заданий, позволяющих актуализировать прошлый опыт учащихся, организовать повторение изученного ранее материала.
- 3) Разработка или отбор заданий, позволяющих включать ученика в деятельность по «открытию» нового понятия (теоремы, правила, алгоритма), по формулировке учебных задач урока и темы.
- 4) Включение групп заданий, обеспечивающих поэтапное формирование умений.

- 5) В систему заданий должны быть включены задания, рисунки и примеры записей, позволяющих ученикам соединять моторную деятельность и зрительное восприятие, экономить время на уроке, создавать условия для развития мыслительных операций.
- 6) В систему заданий должны входить задания, позволяющие организовать поисковую, исследовательскую деятельность учащихся.
- 7) Разработка заданий, направленных на формирование у школьников способности к рефлексии.
- 8) Включение в систему заданий таких упражнений, которые позволяют ученику учиться выделять типы задач, как при изучении функции, так и при обучении решению текстовых задач.
- 9) Включение заданий, направленных на верное употребление математических терминов, на формирование речи учащихся, в частности, на верное употребление функционально-графических терминов.

|    | График квадратичной функции                            | Положение вершины | Направление ветвей | Наличие точек пересечения параболы с осью Ох | Наличие корней | D                        |
|----|--|-------------------|--------------------|--|----------------|--------------------------|
| a) | $y = x^2 - 6x + 8$<br>$a = \quad b = \quad c =$<br>    | $A \in IV$        | вверх              | две точки                                    | два корня      | $D = 36 - 32$<br>$D > 0$ |
| б) | $y = 3x^2 - 2x + 5$<br>$a = \quad b = \quad c =$<br>   | $A \in$           |                    |  |                |                          |
| г) | $y = -3x^2 + 7x + 10$<br>$a = \quad b = \quad c =$<br> | $A \in$           |                    |  |                |                          |

# **На основе полученных результатов в задании 1, выберите верные утверждения:**

- 1)если вершина параболы расположена в первой четверти, то уравнение корней не имеет;
- 2)если вершина параболы расположена в третьей четверти и ветви параболы направлены вверх, то уравнение имеет два корня;
- 3)если вершина параболы расположена в первой четверти и ветви параболы направлены вниз, то уравнение имеет два корня;
- 4)если  $D < 0$ , то независимо от направления ветвей и положения вершины, уравнение не имеет действительных корней;
- 5)если  $D > 0$ , то ветви параболы направлены вверх;
- 6)если вершина параболы расположена во второй четверти и ветви параболы направлены вверх, то уравнение не имеет корней.

Наличие корней квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  зависит:

1) от положения вершины параболы в системе координат и направления ее ветвей:

уравнение не имеет корней, если:

Вершина расположена в четверти

Ветви направлены

2) от знака величины

.....,

если  $D > 0$ , то

.....

....

если  $D < 0$ , то

.....

уравнение имеет два корня, если:

Вершина расположена в четверти

Ветви направлены

Какой из выводов в задании 3 позволяет определять  
наличие корней квадратного уравнения  
геометрическим способом, а какой аналитическим  
способом?

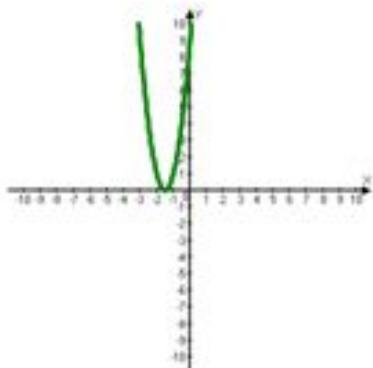
Аналитическим способом

Графическим способом

а) найдите абсциссу вершины параболы:  $x_0 =$

Рис. 1а

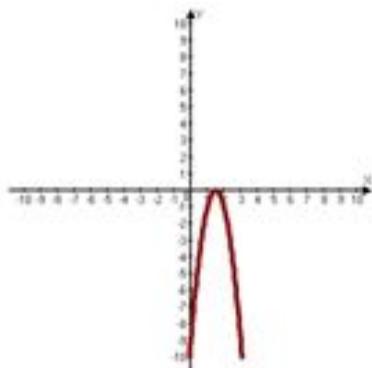
$$y = (2x + 3)^2$$



$$x_0 =$$

Рис. 1б

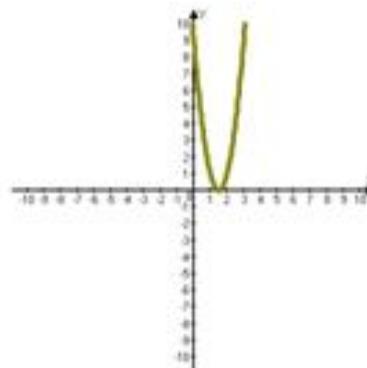
$$y = -(2x - 3)^2$$



$$x_0 =$$

Рис. 1в

$$y = (2x - 3)^2$$



$$x_0 =$$

б) запишите квадратные уравнения и найдите их корни

$$(2x + 3)^2 = 0,$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0, \quad x =$$

$$-(2x - 3)^2 = 0,$$

$$\dots, \quad x =$$

$$(2x - 3)^2 = 0,$$

$$\dots, \quad x =$$

Найдите величину  $D = b^2 - 4ac$  для каждого из уравнений в задании 5 и сделайте вывод о зависимости количества корней от величины  $D$ :

+  $4x^2 + 12x + 9 = 0, D =$

$-4x^2 + 12x - 9 = 0, D =$

$4x^2 - 12x + 9 = 0, D =$

Если  $D \dots\dots$ , то квадратное уравнение имеет один корень (говорят, два равных корня).

Если квадратное уравнение имеет один корень (два равных корня), то  $D \dots\dots\dots$

Заполните таблицу по образцу в первой строке, определив наличие и число корней квадратного уравнения



| Квадратное<br>уравнение | Коэффициенты |     |     | $D = b^2 - 4ac$      | Сравнение<br>$D$<br>с нулем | Наличие и<br>число<br>корней |
|-------------------------|--------------|-----|-----|----------------------|-----------------------------|------------------------------|
|                         | $a$          | $b$ | $c$ |                      |                             |                              |
| 1) $5x^2 - 2x + 7 = 0$  | 5            | -2  | 7   | $D = 4 - 4 \cdot 35$ | $D < 0$                     | нет корней                   |
| 2) $-x^2 + 4x - 4 = 0$  |              |     |     | $D =$                | $D$                         |                              |
| 3) $2x^2 - 5x - 9 = 0$  |              |     |     | $D =$                | $D$                         |                              |
| 4) $-3x^2 + 1 = 0$      |              |     |     | $D =$                | $D$                         |                              |
| 5) $13x^2 + 6x = 0$     |              |     |     | $D =$                | $D$                         |                              |
| 6) $4x^2 + 2 = 0$       |              |     |     | $D =$                | $D$                         |                              |

# Инвариантное ядро по А.Г. Мордкович

- Графическое решение уравнений;
- Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на заданном промежутке;
- Преобразование графиков;
- Функциональная символика;
- Кусочные функции;
- Чтение графика.



Содержание опытной работы и интерпретация её результатов позволяют сделать вывод о подтверждении выдвинутой гипотезы: если на уроках математики систематически использовать предложенные типы заданий, то это будет способствовать более успешному развитию функционально-графического мышления школьников.

# **В ходе теоретического и экспериментального исследования получены следующие результаты:**

- Рассмотрены основные вопросы и выявлены проблемы развития функционально-графического мышления;
- Рассмотрено понятие функционально-графического мышления, выделены основные идеи и этапы развития функционально-графического мышления;
- Проанализированы учебники по математике с точки зрения функциональной линии и сделаны соответствующие выводы;
- В процессе опытного преподавания, согласно рассмотренным методикам, были разработаны и проведены уроки по математике.

# **Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы:**

- При развитии функционально-графического мышления школьники учатся абстрагированию, анализу, синтезу, сравнению, аналогии, обобщению, переводу жизненных ситуаций в функционально-графические модели и наоборот. Использование графического мышления как способа обучения поисковой деятельности, обобщенным подходам, приемам в решении задач способствует усилинию творческой направленности процесса обучения, развитию умственных способностей учащихся, то есть функционально-графическое мышление является средством совершенствования процесса обучения математике, которое позволяет активизировать познавательную деятельность учащихся и развивать их мышление;

- Включение развития функционально-графического мышления в содержание уроков математики необходимо для ознакомления учащихся с современной научной трактовкой современного мира, овладения функционально-графическим мышлением как методом научного познания;

- Следует включить развитие функционально-графического мышления в содержание уроков не только в 7 – 9 классах, а на ранних этапах обучения, то есть уже в 5 – 6 классах или еще раньше (в начальной школе). Это обосновано тем, что у учащихся создаются предпосылки для более осознанного изучения математики, формирования диалектико-материалистического стиля мышления и повышения интереса к самой науке математике.

- Можно сделать общий вывод, что все задачи исследования решены, цель достигнута, гипотеза подтверждена и теоретическим анализом, и экспериментально.

Спасибо за внимание!