Тема:

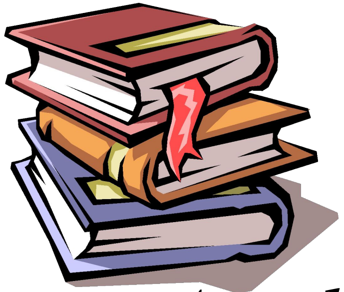
Решение иррациональных уравнений

МБОУ СОШ мкр. Вынгапуровский,
учитель математики Зарецкая И.Ф.

2014 год

ЦЕЛИ

- *для 1-й группы* — **развить умения решать иррациональные уравнения на базовом уровне;**
- *для 2-й группы* — **закрепить и развить умения решать иррациональные уравнения базового и повышенного уровня сложности;**
- *для 3-й группы* — **закрепить умения решать иррациональные уравнения повышенного уровня сложности.**



Арифметическим корнем n-й степени из числа а называют неотрицательное число, n-я степень которого равна а:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Для каких значений а это определение имеет смысл?
Как это связано с показателем n?

- **Если n-четное, то а$\geq$0.**

- **Если n-четное и а<0, то корень не существует**
- **Если n-нечетное, то а-любое и** $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$

Свойства корня n-ой степени

для любого натурального n и любых неотрицательных чисел a и b

1. $$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

2. $$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$$

3. $$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} (m \leq 0, a \neq 0)$$

Свойства корня n-ой степени

для любого натурального n и любых неотрицательных чисел a и b

4. $$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

5. $$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \left(k \square 0\right)$$

6. $$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, n - \text{четно}; \\ a, n - \text{нечетно}. \end{cases}$$

Определение

Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называют иррациональными.

Какие из этих уравнений являются иррациональными?

1) $\sqrt{x-1}=2;$

2) $\sqrt[3]{x}=3;$

3) $\sqrt{x-2}=x-8;$

4) $(x-1)^2=\sqrt{2};$

5) $\sqrt{x-3}-6=\sqrt[4]{x-3}$?

Определение

- Уравнения, не имеющие корней, также считаются равносильными.
- Уравнения, имеющие одни и те же корни, называются равносильными.

$$1).\ 5x+6=3x-1 \qquad \text{ДА} \qquad 2x=7$$

$$2.\ (x-1)(x+3)=0 \qquad \text{ДА} \qquad x^2+2x-3=0$$

Определение

- Уравнения, не имеющие корней, также считаются равносильными.
- Уравнения, имеющие одни и те же корни, называются равносильными.

$$3)\ \frac{5}{x+5}=0 \qquad \text{ДА} \qquad x^2=-8$$

$$4)\ \sqrt{x}=x-2 \qquad \text{НЕТ} \qquad x=(x-2)^2$$

Уравнение вида:

$$\sqrt{f(x)} = g(x)$$

Какие способы решения уравнения такого типа вы знаете?

Уравнение вида:

$$\sqrt{f(x)} = g(x)$$

1. Переход к равносильной системе:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) = g^2(x). \end{cases}$$

Уравнение вида:

$$\sqrt{f(x)} = g(x)$$

2. Возвести в квадрат данное уравнение, решить уравнение вида:

$$f(x) = g^2(x)$$

СДЕЛАТЬ ПРОВЕРКУ!!!

Уравнение вида $\sqrt[3]{f(x)} = g(x)$

Данное уравнение равносильно уравнению:

$$f(x) = g^3(x)$$

ПРОВЕРКА НЕ НУЖНА

Решите устно уравнения

1) $\sqrt{x} = 5;$ 2) $\sqrt[3]{x} = 2;$

3) $\sqrt{1 - x} = x + 1;$ 4) $\sqrt[3]{x} = x.$

Не решая уравнение, ответьте на вопрос, имеет ли оно корни?

$$1)\sqrt{x+3}=-2;$$

$$2)\sqrt{x+5}+\sqrt{x-7}=-4;$$

$$3)\sqrt{4-x}+\sqrt{x-2}=0;$$

$$4)\sqrt{4-x}+\sqrt{x-6}=2$$