

# Решение квадратных уравнений



**ВЫПОЛНИЛИ УЧИТЕЛЯ МКОУ ГИМНАЗИИ ВЯТСКИЕ  
ПОЛЯНЫ:**

**ГАТАУЛЛИНА ГУЛЬФИЯ АНАСОВНА И МАЛЬКОВА  
НАДЕЖДА ВАСИЛЬЕВНА**



Какое уравнение называется квадратным?

Формула для вычисления дискриминанта.

Формулы для нахождения корней.

Определение неполного квадратного уравнения.

Решение неполных квадратных уравнений.

Теорема Виета.

Корни квадратного уравнения для чётного  $b$ .

Особые случаи.

Проверь себя.

Старинная индийская задача

# Определение:



Квадратное уравнение — это уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  — произвольные числа, причем  $a \neq 0$ .

Квадратные уравнения можно условно разделить на три класса:

1. Не имеют корней;
2. Имеют ровно один корень;
3. Имеют два различных корня.



# Дискриминант



$$D = b^2 - 4ac.$$

1. Если  $D < 0$ , корней нет;
2. Если  $D = 0$ , есть ровно один корень;
3. Если  $D > 0$ , корней будет два.



# Корни квадратного уравнения

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D < 0$$

корней нет

$$D = 0,$$

один корень

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$D > 0,$$

два корня

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$



# Неполные квадратные уравнения



Уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  называется неполным квадратным уравнением, если  $b = 0$  или  $c = 0$ , т.е. коэффициент при переменной  $x$  или свободный элемент равен нулю.



# Решение неполных квадратных уравнений

1)  $b \neq 0, c = 0$

$ax^2 + bx = 0$  - неполное квадратное уравнение

$$x(ax + b) = 0$$

$x = 0$  или  $ax + b = 0$

$$x = \frac{-b}{a}$$

2)  $b = 0, c \neq 0$

$ax^2 + c = 0$  - неполное квадратное уравнение

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

Если  $\frac{-c}{a} > 0$ , то  $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$


Если  $\frac{-c}{a} < 0$ , то уравнение корней не имеет



# Теорема Виета

- $ax^2+bx+c=0$
- Этими формулами удобно пользоваться для проверки правильности нахождения корней многочлена, а также для составления многочлена по заданным корням.



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$




# Корни квадратного уравнения для чётного $b$

- $ax^2+2kx+c=0$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$



# Особые случаи:

- $ax^2+bx+c=0$

если  $a+b+c = 0$ , то

$x_1 = 1$ , а  $x_2 = c/a$ .

- $ax^2+bx+c=0$

если  $a + c = b$ , то  $x_1 = -1$ , а  $x_2 = -c/a$ .



Сколько корней имеют квадратные уравнения:

$$x^2 - 8x + 12 = 0;$$

$$5x^2 + 3x + 7 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0.$$



# Решение



Выпишем коэффициенты для первого уравнения и найдем дискриминант:

$$a = 1, b = -8, c = 12;$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$$

Итак, дискриминант положительный, поэтому уравнение имеет два различных корня. Аналогично разбираем второе уравнение:

$$a = 5; b = 3; c = 7;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7 = 9 - 140 = -131.$$

Дискриминант отрицательный, корней нет. Осталось последнее уравнение:

$$a = 1; b = -6; c = 9;$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0.$$

Дискриминант равен нулю — корень будет один.

Ответ 1) 2 корня; 2) нет корней; 3) один корень.

# Решить квадратные уравнения:

а)  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ;

б)  $15 - 2x - x^2 = 0$ ;

в)  $x^2 + 12x + 36 = 0$ .



# Решение



$$a)x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow a = 1; b = -2; c = -3;$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16.$$

$D > 0 \Rightarrow$  уравнение имеет два корня. Найдем их:

$$x_1 = \frac{2+4}{2}; x_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2}; x_2 = -1$$

Ответ:  $x_1 = 3; x_2 = -1$

## Решение:



$$\text{б) } 15 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow a = -1; b = -2; c = 15;$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 15 = 64.$$

$D > 0 \Rightarrow$  уравнение снова имеет два корня. Найдем

их:

$$x_1 = \frac{2+8}{-2}; x_1 = -5$$

$$x_2 = \frac{2-8}{-2}; x_2 = 3$$

- Ответ:  $x_1 = -5; x_2 = 3$ .

## Решение:



$$x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow a = 1; b = 12; c = 36;$$
$$D = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0.$$

$D = 0 \Rightarrow$  уравнение имеет один корень

$$x = \frac{-12}{2}$$

$$x = -6$$

Ответ:  $x = -6$



# Решить неполные квадратные уравнения:

а)  $x^2 - 7x = 0$ ;

б)  $5x^2 + 30 = 0$ ;

в)  $4x^2 - 9 = 0$ .



## Решение:



$$\text{а) } x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0;$$

$$x_2 = -(-7)/1 = 7.$$

б)  $5x^2 + 30 = 0 \Rightarrow 5x^2 = -30 \Rightarrow x^2 = -6$ . Корней нет, т. к. квадрат не может быть равен отрицательному числу.

$$\text{в) } 4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 9/4 \Rightarrow x_1 = 3/2 = 1,5; x_2 = -1,5.$$

Ответ: а)  $x_1 = 0; x_2 = 7;$

б) корней нет;

в)  $x_1 = 1,5; x_2 = 1,5.$

## Решите уравнения



$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$-9x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$-3x^2 + 5x + 8 = 0$$

# Таблица для первой группы



<b>а</b>	<b>в</b>	<b>с</b>	<b>а+в+с</b>		
2	-5	3	$2-5+3=0$	1	
3	4	-7	$3+4-7=0$	1	
-9	8	1	$-9+8+1=0$	1	

# Таблица для второй группы



<b>а</b>	<b>в</b>	<b>с</b>	<b>а+в+с</b>		
4	7	3	$4+3=7$	-1	
2	-5	-7	$2-7+-5$	-1	
-3	5	8	$-3+8=-5$	-1	

# Одна из задач знаменитого индийского математика XII века Бхаскары



Обезьянок резвых стая  
Всласть поевши,  
развлекалась.  
Их в квадрате часть  
восьмая  
На поляне забавлялась.  
А двенадцать по лианам...  
Стали прыгать повисая...  
Сколько было обезьянок  
Ты скажи мне, в этой  
стае?.



# Решение задачи Бхаскары



Пусть  $x$ -число обезьянок, тогда

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$D = 4096 - 3072 = 1024$$

$$x_1 = 48, \quad x_2 = 6 \text{ (не удовлетворяет условию задачи)}$$

Ответ: 48



Успехов вам при решении  
квадратных уравнений