Решение квадратных уравнений различными способами

Автор работы:
Уразгалиева Алсу, ученица 10 класса, МОУСОШ
пгт Красная Поляна.
Руководитель: Камаева И.Б., учитель математики

Цель работы: Знакомство с различными способами решения квадратных уравнений.

Задачи:

- Подобрать информацию по теме из письменных источников и сети Интернет
- Составить план изложения материала по теме
- Законспектировать информацию
- Синтезировать информацию по плану
- Выбрать различные способы решений квадратных уравнений
- Составить разноуровневые карточки для самостоятельных работ
- Провести обобщение по теме.

Объект исследования: квадратные уравнения
Предмет: способы исследования квадратных уравнений

Гипотеза: Предполагаю, что квадратные уравнения можно решить несколькими разными способами. Использование какого-либо способа зависит от индивидуальных особенностей человека, от его теоретической подготовки.

Методы исследования: Подбор и обработка информации, знакомство с методами решения квадратных уравнений, подготовка дидактического материала по теме для учащихся 8 класса.

Квадратное уравнение – уравнение вида

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0},$$

где x- переменная, a,b и c-некоторые числа, причем, $a \neq 0$.

Если в квадратном уравнении

$$ax^2 + bx + c = 0$$

хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.

Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов:

1) $ax^2 + c = 0$, где $b \neq 0$;

2) $ax^2 + bx = 0$, где $c \neq 0$;

3) $ax^2 = 0$.

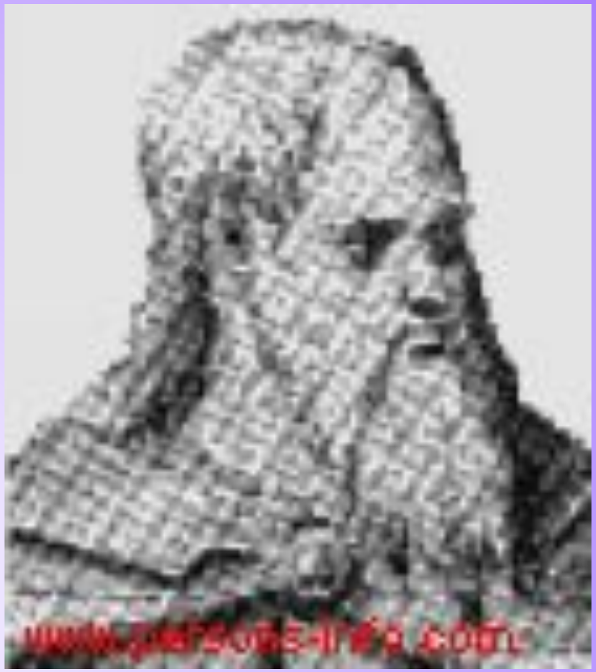
Из истории квадратных уравнений

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

Индийский ученый Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме:

$$ax^2 + bx = c, \quad a > 0$$

В уравнении коэффициенты, кроме а, могут быть отрицательными. Правило Брахмагупта по существу совпадает с нашим.



Брахмагупта

Формулы решения квадратных уравнений были впервые изложены в книге, написанной итальянским математиком Леонардо Фибоначчи(XIII в.).

Леонардо Фибоначчи

$\mathbf{x^2 + bx = c}$, при всевозможных комбинациях знаков коэффициентов b, c было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Люди, благодаря которым способ решения квадратных уравнений принимает современный вид

Декарт

Жирар

Ньютон


Различные способы решения квадратных уравнений
Разложение левой части уравнения на множители
Метод выделения полного квадрата
Решение квадратных уравнений по формуле
Решение уравнений с использованием теоремы Виета
Графическое решение квадратного уравнения
Решения квадратных уравнений способом «переброски»
Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки
Решение квадратных уравнений с помощью номограммы
Геометрический способ решения квадратных уравнений

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки.

Решим графически уравнение:

x^2-2x-3=0

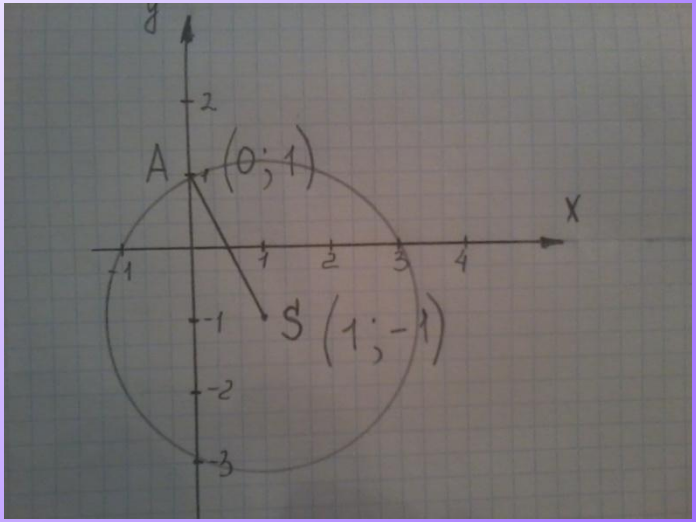
Решение: Определим координаты точки центра окружности по формулам:

x= -b/2a= -(-2/2*1)=1

y=(a+c)/(2a)=(1-3)/(2*1)= -1

Проведем окружность радиуса SA, где A(0;1)

Ответ: x_1= -1; x_2=3.



Решение квадратных уравнений с помощью номограммы.

Номограмма- графическое представление функции от нескольких переменных, позволяющее с помощью простых геометрических операций (например, прикладывание линейки) исследовать функциональные зависимости без вычислений.

С помощью номограммы можно решить только приведенные уравнения, общая формула таких уравнений:

$$x^2+px+q=0$$

Решим уравнение: $\mathbf{x^2 - 9x + 8 = 0}$ с помощью номограммы.

Для этого уравнения номограмма дает корни

$x_1 = 8,0$ и $x_2 = 1,0$

Ответ: $x_1 = 8{,}0$; $x_2 = 1{,}0$

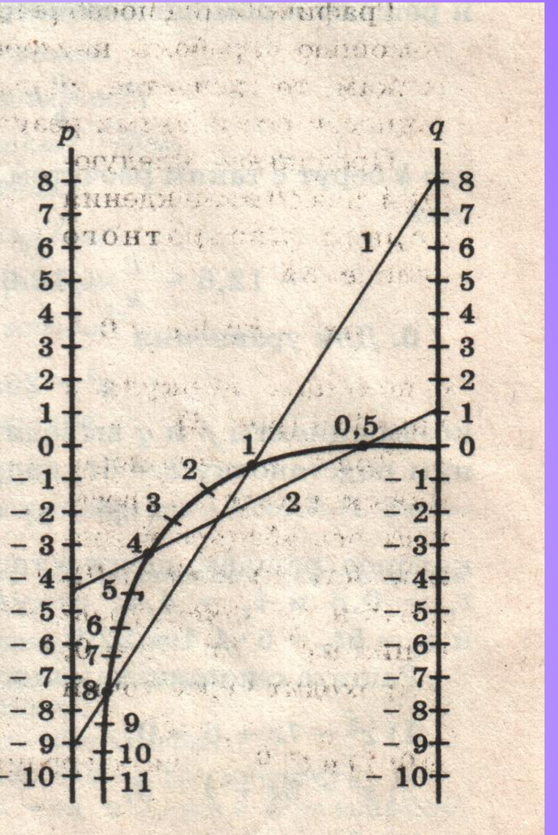


Рис. 12

Решения квадратных уравнений способом «переброски»

Рассмотрим квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0.$$

Умножая обе его части на a, получаем уравнение

$$a^2 x^2 + a bx + ac = 0.$$

Пусть $ax = y$, откуда $x = \frac{y}{a}$

тогда приходим к уравнению

$$y^2 + by + ac = 0,$$

равносильного данному.

Решим уравнение $\mathbf{2x^2 - 11x + 15 = 0}$.

Решение. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

$D=b^2-4ac=(-11)2-4*30=121-120=1$

$y_1=(-b+\sqrt{D})/2a=(-(-11)+1)/2*1=12/2=6$

$y_2=(-b-\sqrt{D})/2a=(-(-11)-1)/2*1=10/2=5$

$x_1=y_1/2=6/2=3$

$x_2=y_2/2=5/2=2,5$

Ответ: $\mathbf{x_1=3\ ;\ x_2=2,5}$

Обобщение

Значение квадратных уравнений заключается в изяществе и краткости решения задач.

В результате применения квадратных уравнений при решении задач обнаруживаются новые детали,

удается сделать интересные обобщения и внести уточнения, которые подсказываются анализом полученных формул и соотношений.

Квадратные уравнения играют огромную роль в развитии математики.

Моя работа дает возможность по-другому посмотреть на те задачи, которые ставит перед нами математика.

…е уравнения, использу…

1) $2x^2 - 9x + 9 = 0;$

2) $10x^2 - 11x + 3 = 0;$

3) $3x^2 + 11x + 6 = 0;$

5) …

6) $2x$ …

Решите приведенные квадратные ур…

1) $x^2 - 8x + 9 = 0;$

2) $x^2 + 6x + 40 = 0;$

3) $x^2 + 1$…

4) $x^2 - 56x +$ …

…щью номограммы уравнен…

… $+ 6 = 0;$

… $5z + 4 = 0;$

… $4 = 0;$

4) $z^2 - z$…

5) $z^2 - 1$…

6) $z^2 - 2z$…

…с помощью циркуля и линейки следующи…

… $3x + 2 = 0;$

… $-3x - 10 = 0;$

… $x^2 + 4x + 3 = 0;$

4) $2x^2 - 7x + 5 = 0;$

5) $x^2 - 6x + 9 = 0;$

6) $x^2 + 4x + 5 = 0.$

4) $4x^2 - 12x + 9 = 0;$

5) $10x^2 - 6x + 0{,}9 = 0;$

6) $2x^2 - 3x + 2 = 0.$

Решите графически уравнения:

… $x^2 - x - 6 = 0;$

… $-4x + 4 = 0;$

… $4x + 6 = 0;$

…вадратного уравнения, определите …

… $15 = 0;$

… $8 = 0;$

… $= 0;$

4) x^2 …

5) $x^2 - 2x$ …

6) $x^2 + 4x$ …