Решение квадратных уравнений различными способами

Автор работы:
Уразгалиева Алсу, ученица 10 класса, МОУСОШ
пгт Красная Поляна.
Руководитель: Камаева И.Б., учитель математики

Цель работы: Знакомство с различными способами решения квадратных уравнений.

Задачи:

- Подобрать информацию по теме из письменных источников и сети Интернет
- Составить план изложения материала по теме
- Законспектировать информацию
- Синтезировать информацию по плану
- Выбрать различные способы решений квадратных уравнений
- Составить разноуровневые карточки для самостоятельных работ
- Провести обобщение по теме.

Объект исследования: квадратные уравнения

Предмет: способы исследования квадратных уравнений

Гипотеза: Предполагаю, что квадратные уравнения можно решить несколькими разными способами. Использование какого-либо способа зависит от индивидуальных особенностей человека, от его теоретической подготовки.

Методы исследования: Подбор и обработка информации, знакомство с методами решения квадратных уравнений, подготовка дидактического материала по теме для учащихся 8 класса.

Квадратное уравнение – уравнение вида

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0},$$

где x- переменная, a,b и c-некоторые числа, причем, $a \neq 0$.

Если в квадратном уравнении

$$ax^2 + bx + c = 0$$

хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.

Неполные квадратные уравнения бывают трёх видов:

1) $ax^2 + c = 0$, где $b \neq 0$;

2) $ax^2 + bx = 0$, где $c \neq 0$;

3) $ax^2 = 0$.

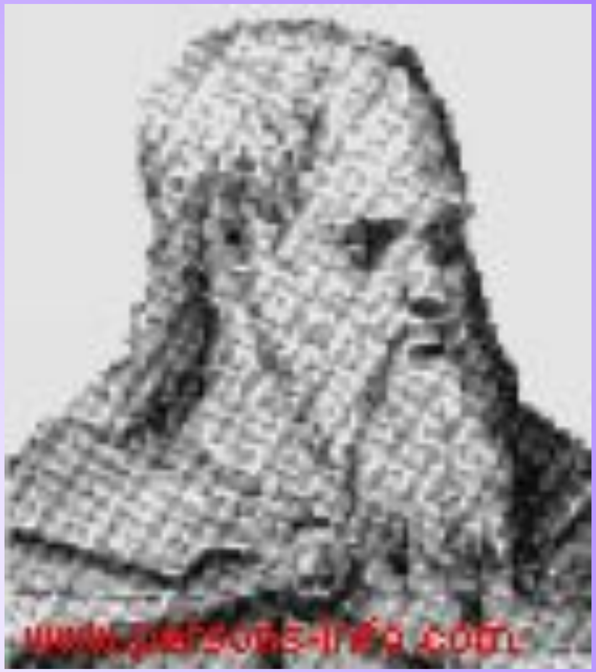
Из истории квадратных уравнений

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современным. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены.

Индийский ученый Брахмагупта (VII в.), изложил общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единой канонической форме:

$$ax^2 + bx = c, \quad a > 0$$

В уравнении коэффициенты, кроме а, могут быть отрицательными. Правило Брахмагупта по существу совпадает с нашим.



Брахмагупта

Формулы решения квадратных уравнений были впервые изложены в книге, написанной итальянским математиком Леонардо Фибоначчи(XIII в.).

Леонардо Фибоначчи

$\mathbf{x^2 + bx = c}$**,** при всевозможных комбинациях знаков коэффициентов b, c было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других ученых способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Люди, благодаря которым способ решения квадратных уравнений принимает современный вид

Декарт

Жирар

Ньютон

Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки.

Решим графически уравнение:

x^2-2x-3=0

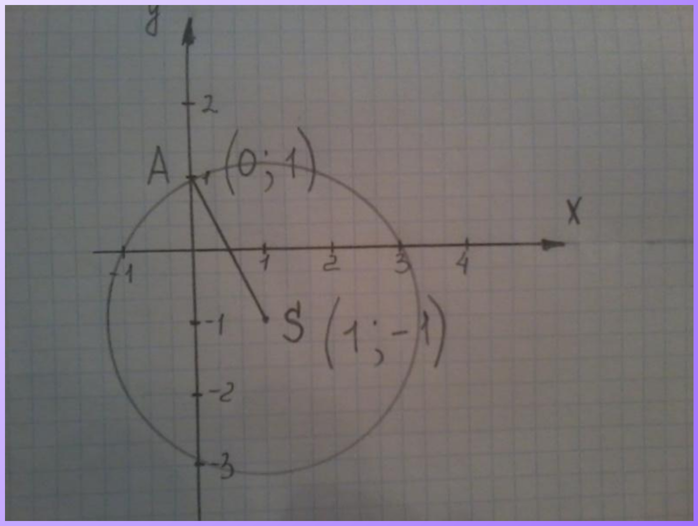
Решение: Определим координаты точки центра окружности по формулам:

x= -b/2a= -(-2/2*1)=1

y=(a+c)/(2a)=(1-3)/(2*1)= -1

Проведем окружность радиуса SA, где A(0;1)

Ответ: x_1= -1; x_2=3.



Решение квадратных уравнений с помощью номограммы.

Номограмма- графическое представление функции от нескольких переменных, позволяющее с помощью простых геометрических операций (например, прикладывание линейки) исследовать функциональные зависимости без вычислений.

С помощью номограммы можно решить только приведенные уравнения, общая формула таких уравнений:

$$x^2+px+q=0$$

Решим уравнение: $\mathbf{x^2 - 9x + 8 = 0}$ с помощью номограммы.

Для этого уравнения номограмма дает корни

$x_1 = 8,0$ и $x_2 = 1,0$

Ответ: $x_1 = 8{,}0$; $x_2 = 1{,}0$

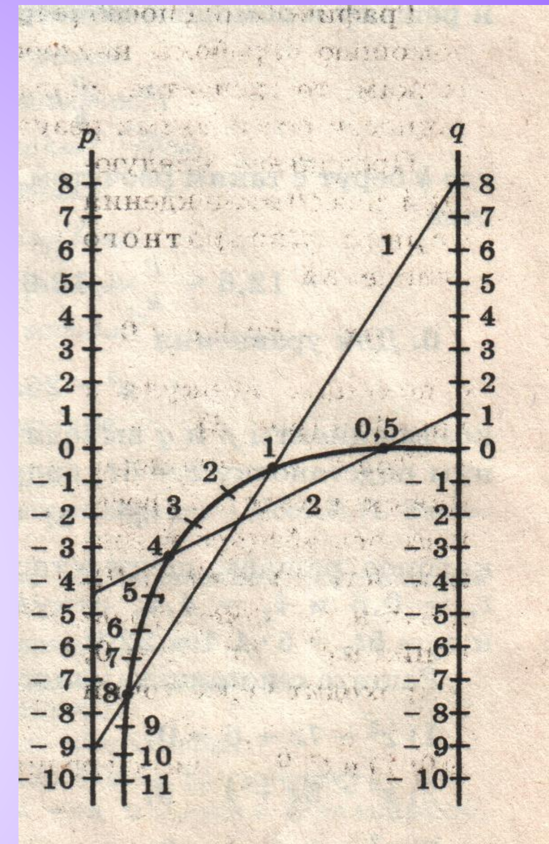


Рис. 12

Решения квадратных уравнений способом «переброски»

Рассмотрим квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0.$$

Умножая обе его части на a, получаем уравнение

$$a^2 x^2 + a\,bx + ac = 0.$$

Пусть $ax = y$, откуда $x = \frac{y}{a}$

тогда приходим к уравнению

$$y^2 + by + ac = 0,$$

равносильного данному.

Решим уравнение $\mathbf{2x^2 - 11x + 15 = 0}$.

Решение. «Перебросим» коэффициент 2 к свободному члену, в результате получим уравнение

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

$D=b^2-4ac=(-11)2-4*30=121-120=1$

$y_1=(-b+\sqrt{D})/2a=(-(-11)+1)/2*1=12/2=6$

$y_2=(-b-\sqrt{D})/2a=(-(-11)-1)/2*1=10/2=5$

$x_1=y_1/2=6/2=3$

$x_2=y_2/2=5/2=2,5$

Ответ: $\mathbf{x_1=3 \; ; \; x_2=2,5}$

Обобщение

Значение квадратных уравнений заключается в изяществе и краткости решения задач.

В результате применения квадратных уравнений при решении задач обнаруживаются новые детали,

удается сделать интересные обобщения и внести уточнения, которые подсказываются анализом полученных формул и соотношений.

Квадратные уравнения играют огромную роль в развитии математики.

Моя работа дает возможность по-другому посмотреть на те задачи, которые ставит перед нами математика.

5) ...
6) $2x$...

...е уравнения, использу...

1) $2x^2 - 9x + 9 = 0;$
2) $10x^2 - 11x + 3 = 0;$
3) $3x^2 + 11x + 6 = 0;$

Решите приведенные квадратные ур...

1) $x^2 - 8x + 9 = 0;$
2) $x^2 + 6x + 40 = 0;$
3) $x^2 + 16$...
4) $x^2 - 56x +$...

...щью номограммы уравне...

...$+ 6 = 0;$
...$5z + 4 = 0;$
...$4 = 0;$
4) $z^2 - z$...
5) $z^2 - 1$...
6) $z^2 - 2z$...

...с помощью циркуля и линейки следующи...

...$3x + 2 = 0;$
...$- 3x - 10 = 0;$
...$x^2 + 4x + 3 = 0;$
4) $2x^2 - 7x + 5 = 0;$
5) $x^2 - 6x + 9 = 0;$
6) $x^2 + 4x + 5 = 0.$

4) $4x^2 - 12x + 9 = 0;$
5) $10x^2 - 6x + 0{,}9 = 0;$
6) $2x^2 - 3x + 2 = 0.$

Решите графически уравнения:

...$x^2 - x - 6 = 0;$
...$- 4x + 4 = 0;$
...$4x + 6 = 0;$

...вадратного уравнения, определите ...

...$15 = 0;$
...$8 = 0;$
...$= 0;$
...$= 0;$
4) x^2...
5) $x^2 - 2x$...
6) $x^2 + 4$...