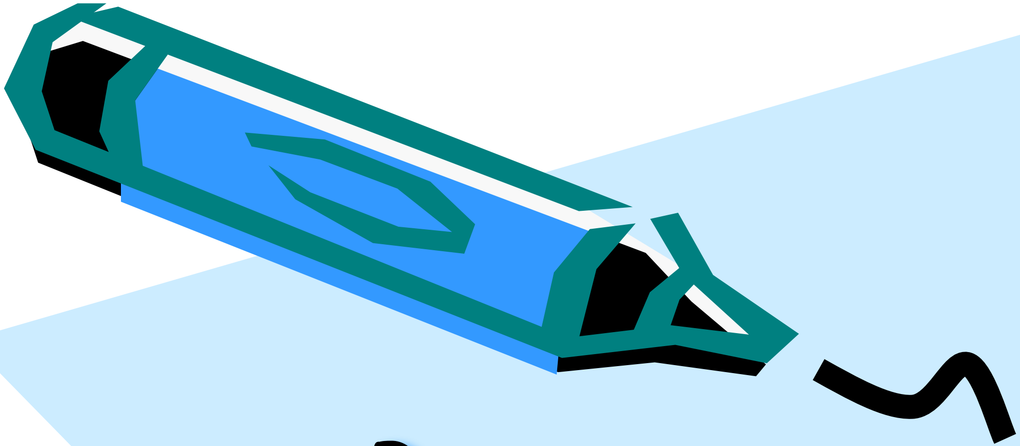
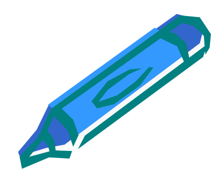


Решение квадратных уравнений с применением циркуля и линейки

Выполнил...



Корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром

$Q\left(-\frac{b}{2a};\frac{a+c}{2a}\right)$, проходящей через точку A(0;1),

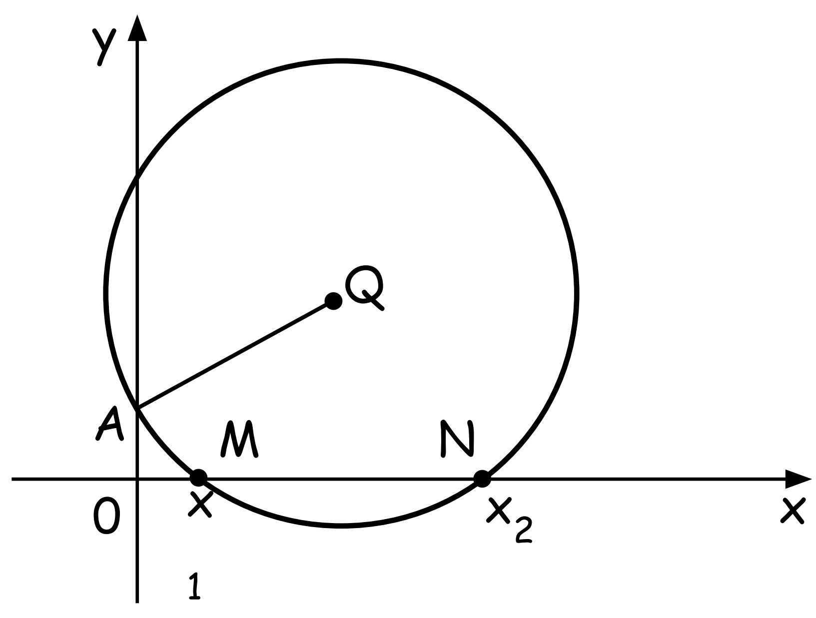
и оси Ox.

Решение уравнения сводится к построению на координатной плоскости окружности с центром Q и радиусом QA (для этого и понадобятся инструменты) и определению абсцисс точек пересечения окружности с осью Ox.

Возможны 3 случая:

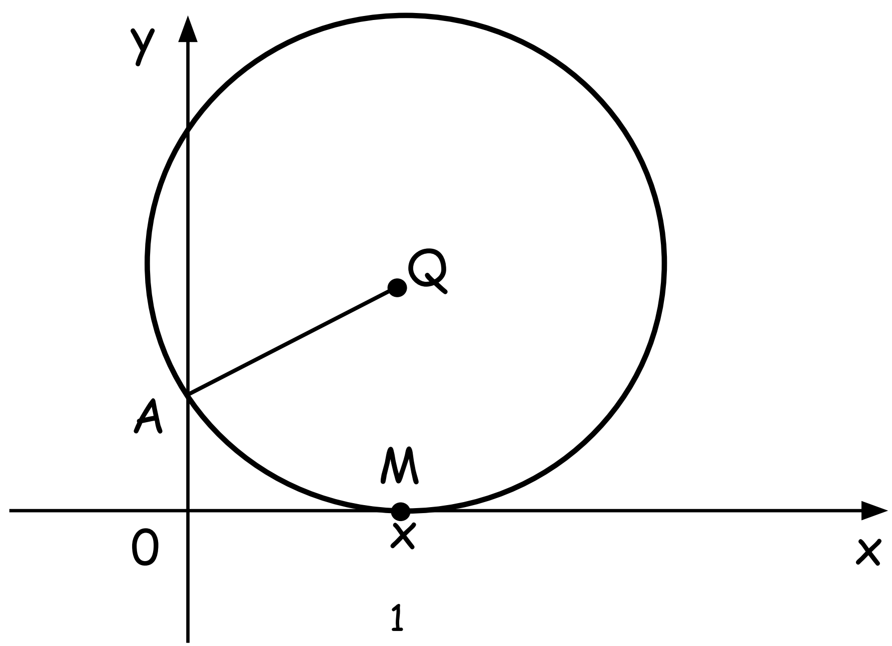
1 случай

Если QA> $\frac{a+c}{2a}$ то окружность пересекает ось Ox в двух точках M(x_1 ; 0) и N((x_2 ; 0), уравнение имеет корни x_1 , x_2



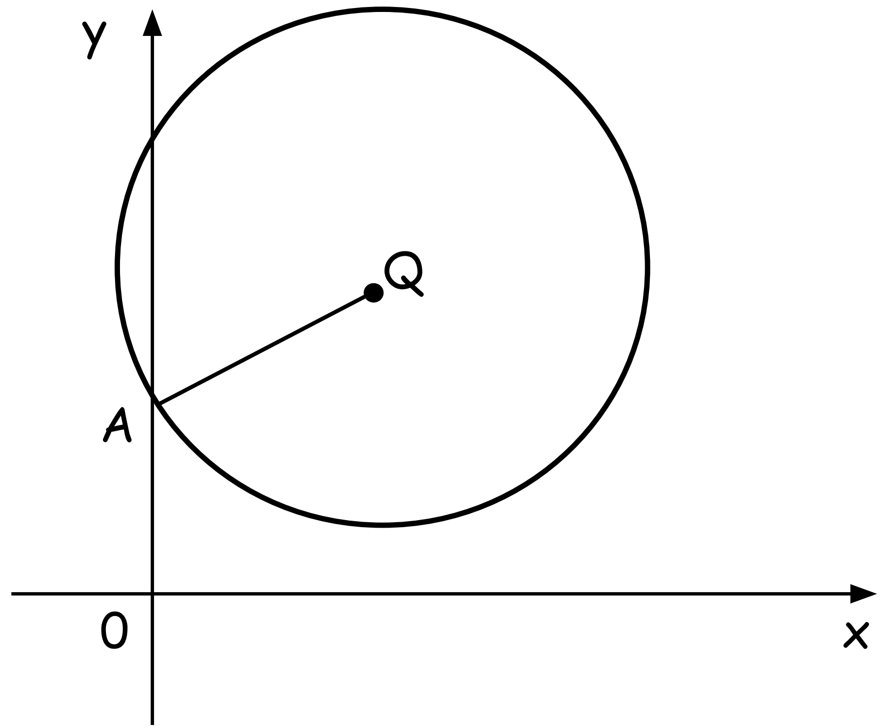
2 случай

Если $QA=\frac{a+c}{2a}$ то окружность касается оси Ох в точке $M(x_1; 0)$, уравнение имеет корень x_1.



3 случай

Если QA< $\frac{a+c}{2a}$ то окружность не имеет общих точек с осью Ox, у уравнения нет корней.



Пример 1

Решите уравнение $x^2-2x+1=0$.

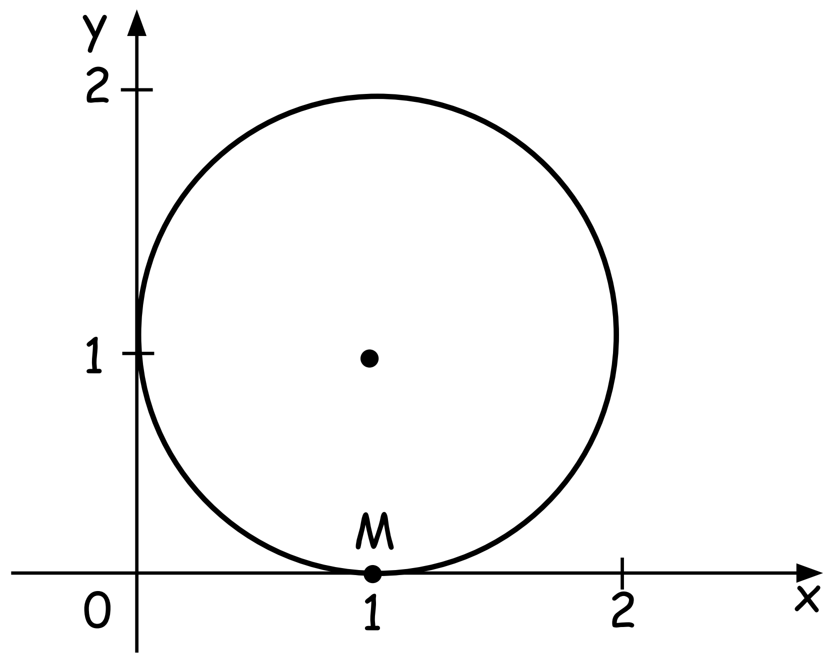
Решение:

$-в/2a=1,(a+c)/2a=1,$

$Q(1;1)$, $A(0;1)$

$QA=1$,

Окружность касается Ох в т.М, уравнение имеет 1 корень.



Ответ: $x=1$.

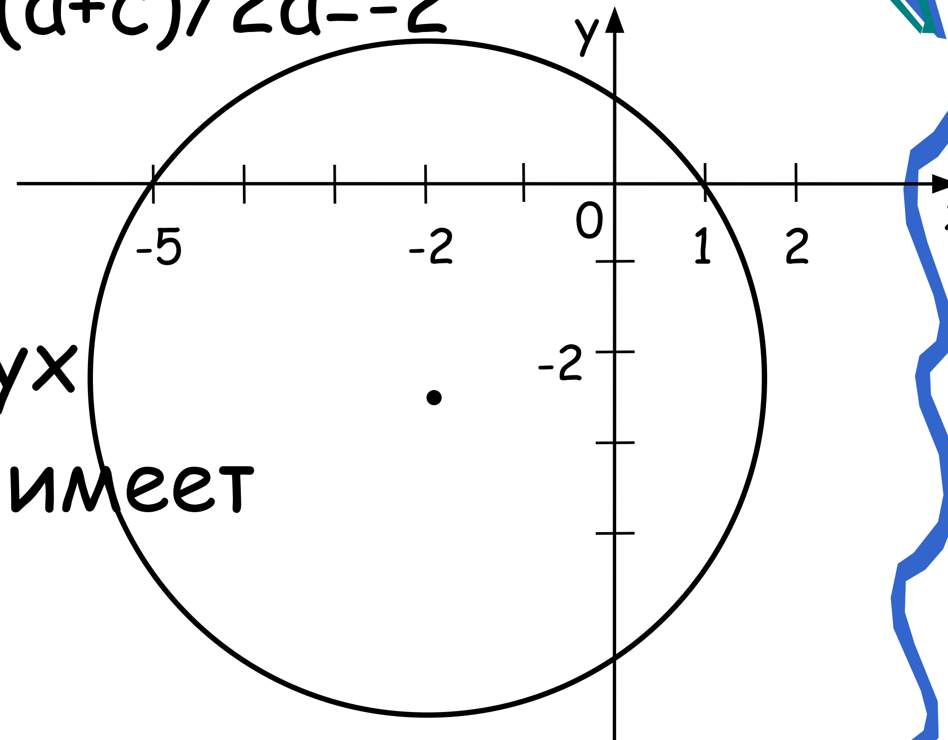
Пример 2

Решите уравнение $x^2+4x-5=0$.

Решение: $-в/2a=-2$; $(a+c)/2a=-2$

$Q(-2;-2), A(0;1)$

$QA>-2$, окружность пересекает ох в двух точках, уравнение имеет 2 корня.



Ответ: $x=-5$, $x=1$.

Пример 3

Решите уравнение $x^2-4x+5=0$.

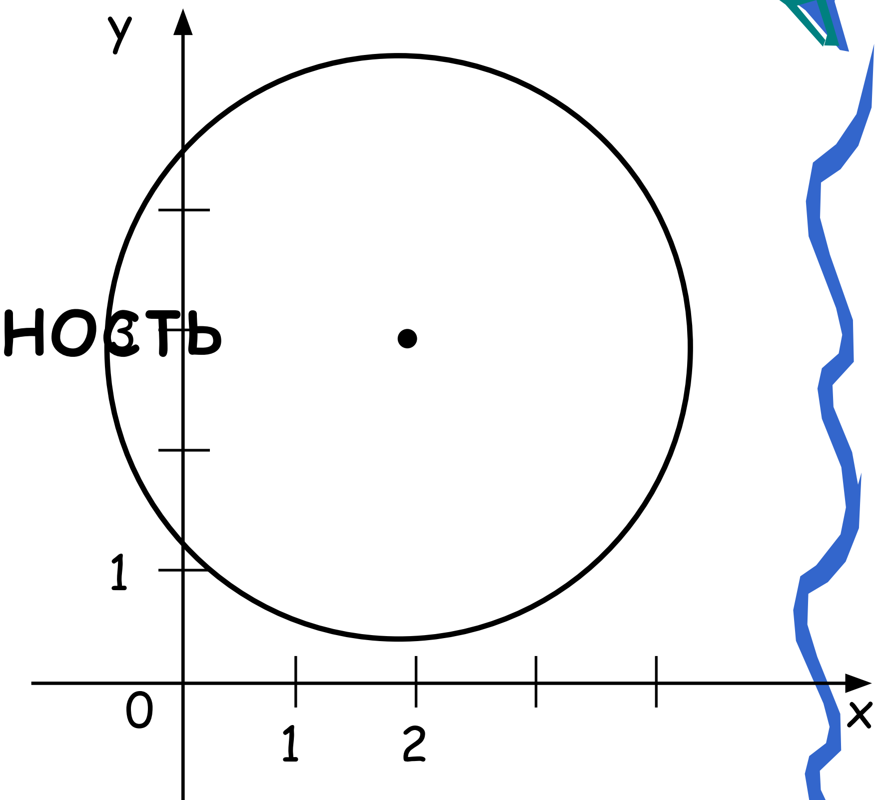
Решение:

$-в/2a=2$, $(a+c)/2a=3$

$Q(2;3)$, $A(0;1)$

$QA<3$, поэтому окружность не пересекает ось ох.

Уравнение корней не имеет.



Ответ: нет корней.

Замечание

Конечно, решать уравнения по формуле проще, чем выполнять построения. Но нам сейчас интересно отметить важный факт: квадратные уравнения могут быть решены с привлечением геометрии. Правда, этот способ не позволяет получать точные решения в случае произвольных коэффициентов уравнения.

Благодарим за внимание.