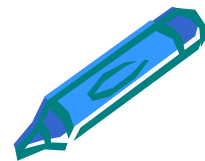


Решение квадратных
уравнений с
применением циркуля и
линейки

Выполнил...



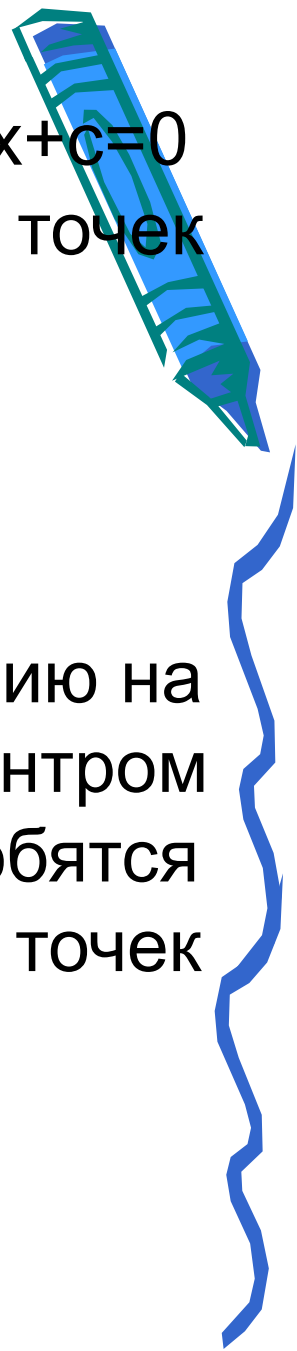
Корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром

$Q\left(-\frac{b}{2a}, \frac{a+c}{2a}\right)$ проходящей через точку $A(0;1)$,

и оси Ox .

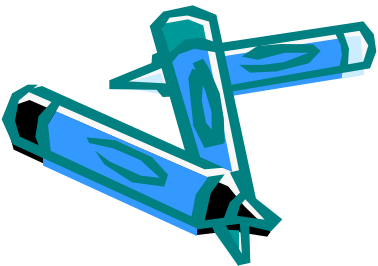
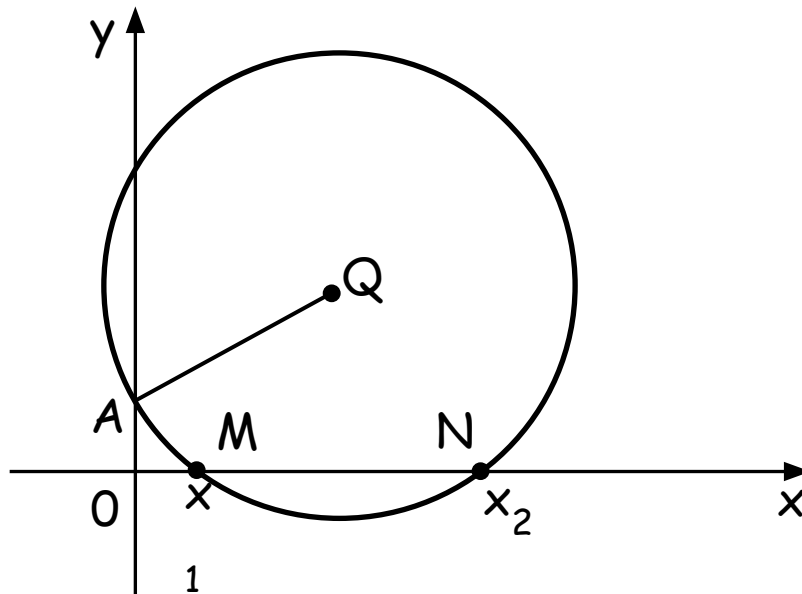
Решение уравнения сводится к построению на координатной плоскости окружности с центром Q и радиусом QA (для этого и понадобятся инструменты) и определению абсцисс точек пересечения окружности с осью Ox .

Возможны 3 случая:



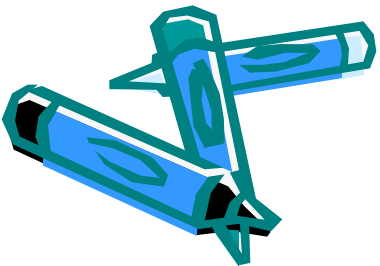
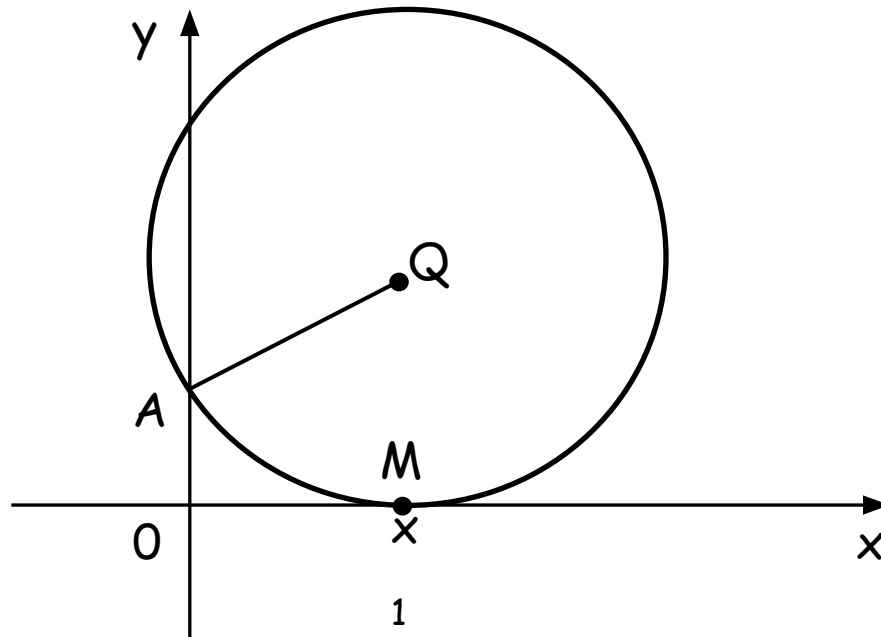
1 случай

Если $QA > \frac{a+c}{2a}$ то окружность пересекает ось Ox в двух точках $M(x_1; 0)$ и $N(x_2; 0)$, уравнение имеет корни x_1, x_2



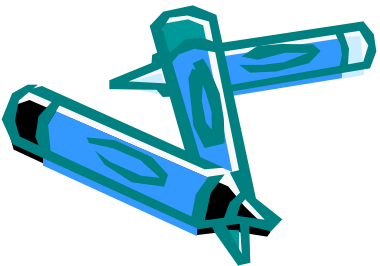
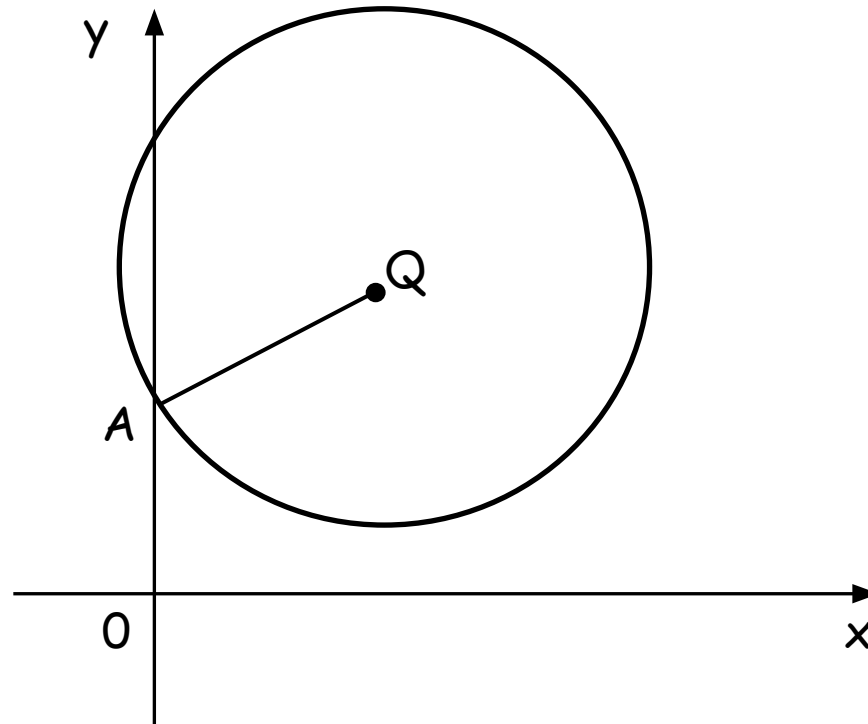
2 случай

Если $QA = \frac{a+c}{2a}$ то окружность касается оси Ox в точке $M(x_1; 0)$, уравнение имеет корень x_1 .



3 случай

Если $QA < \frac{a+c}{2a}$ то окружность не имеет общих точек с осью Ox , у уравнения нет корней.



Пример 1

Решите уравнение $x^2 - 2x + 1 = 0$.

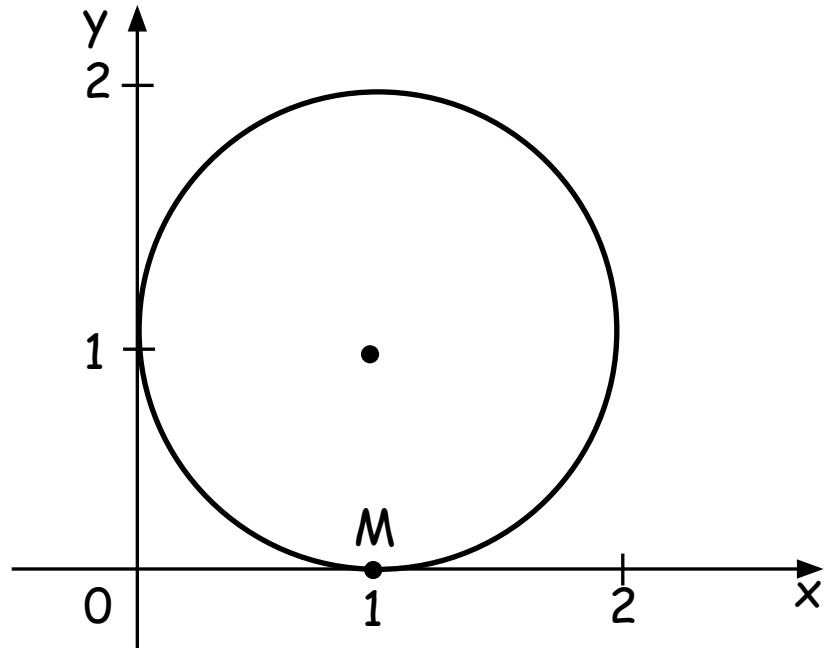
Решение:

$$-b/2a=1, (a+c)/2a=1,$$

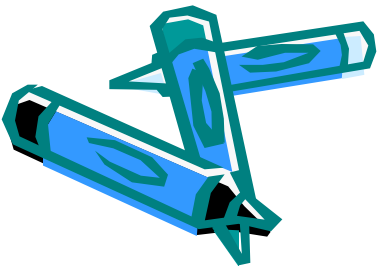
$$Q(1;1), A(0;1)$$

$$QA=1,$$

Окружность касается
Ох в т.М, уравнение
имеет 1 корень.



Ответ: $x=1$.



Пример 2

Решите уравнение $x^2+4x-5=0$.

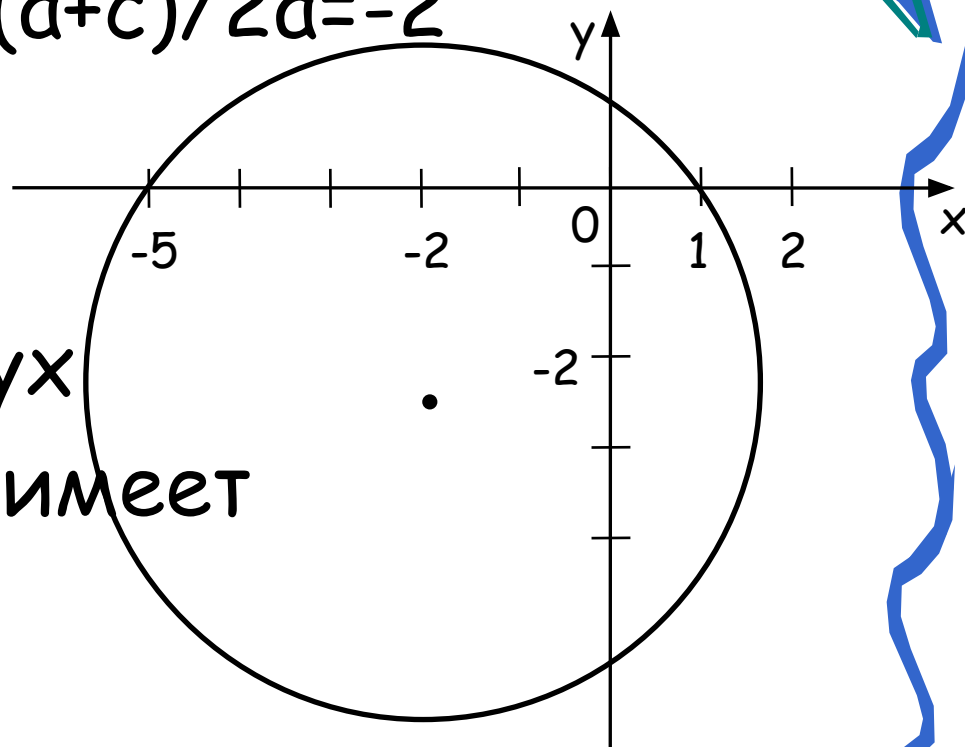
Решение: $-b/2a=-2$; $(a+c)/2a=-2$

$Q(-2;-2), A(0;1)$

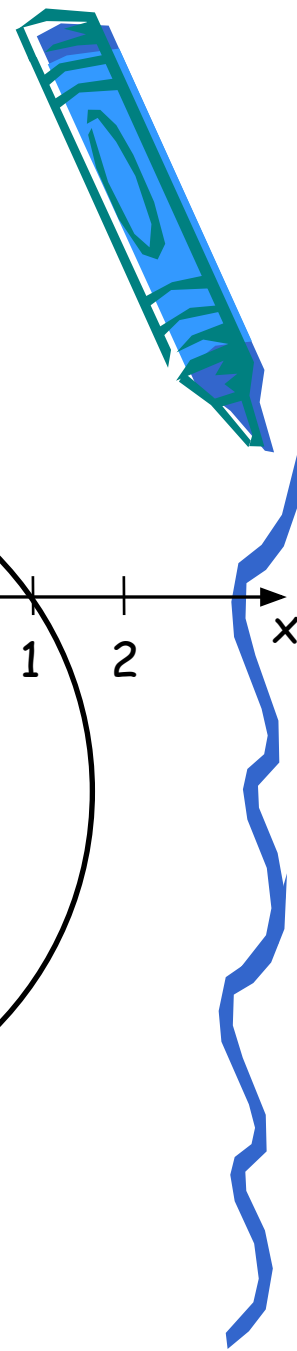
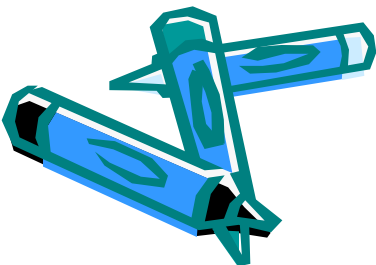
$QA > -2$, окружность

пересекает OX в двух
точках, уравнение имеет

2 корня.



Ответ: $x=-5, x=1$.



Пример 3

Решите уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$.

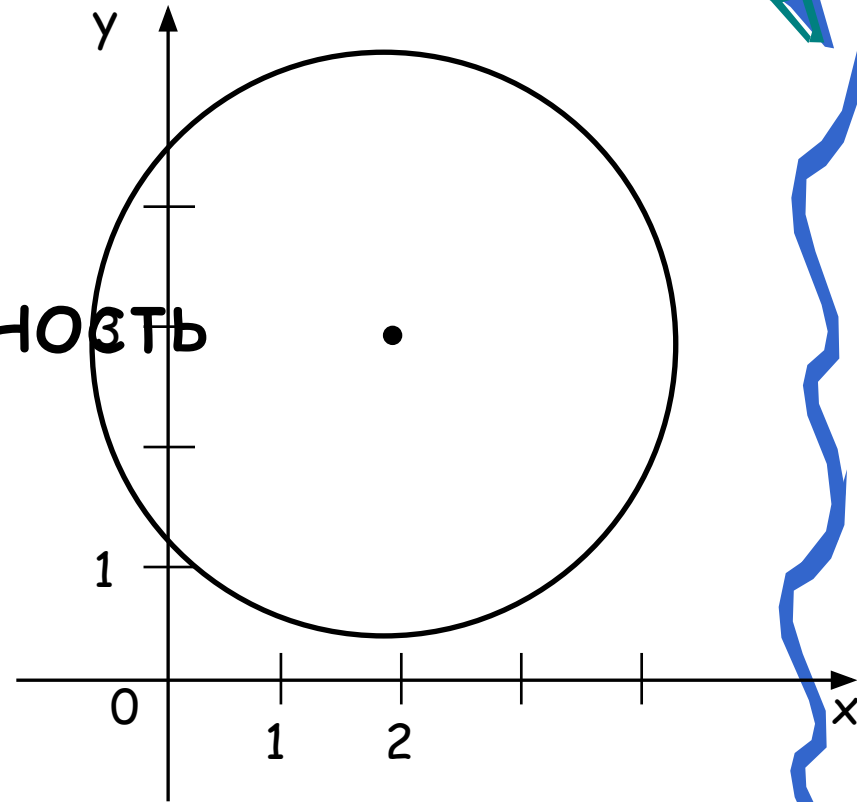
Решение:

$$-b/2a=2, (a+c)/2a=3$$

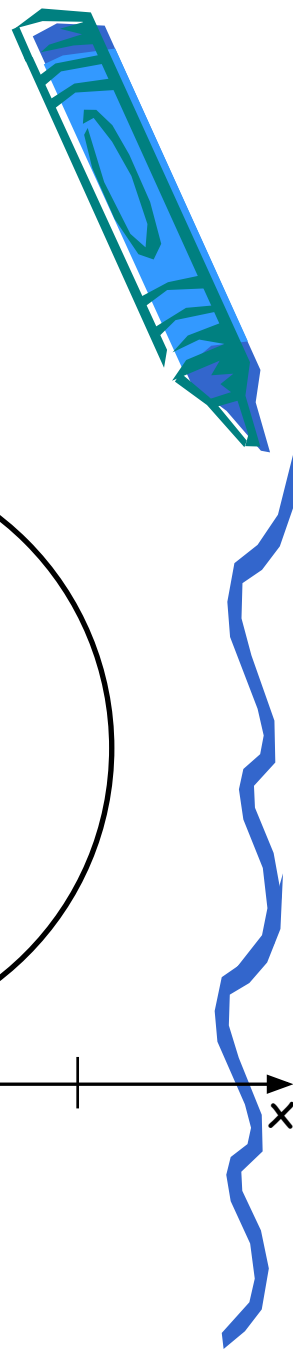
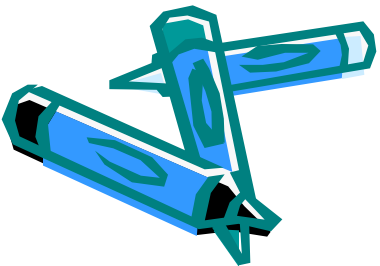
$$Q(2;3), A(0;1)$$

$QA < 3$, поэтому окружность
не пересекает ось OX .

Уравнение корней не
имеет.



Ответ: нет корней.



Замечание

Конечно, решать уравнения по формуле проще, чем выполнять построения. Но нам сейчас интересно отметить важный факт: квадратные уравнения могут быть решены с привлечением геометрии. Правда, этот способ не позволяет получать точные решения в случае произвольных коэффициентов уравнения.

