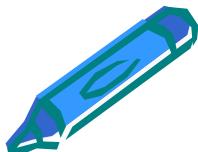


Решение квадратных уравнений с применением циркуля и линейки

Выполнил...



Корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром

$Q\left(-\frac{b}{2a}; \frac{a+c}{2a}\right)$ проходящей через точку $A(0;1)$,
и оси Ox .

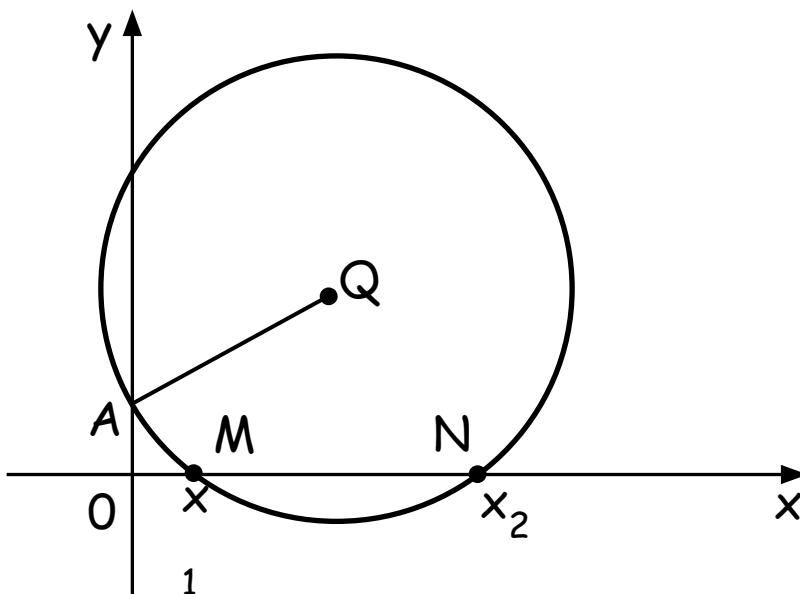
Решение уравнения сводится к построению на координатной плоскости окружности с центром Q и радиусом QA (для этого и понадобятся инструменты) и определению абсцисс точек пересечения окружности с осью Ox .

Возможны 3 случая:



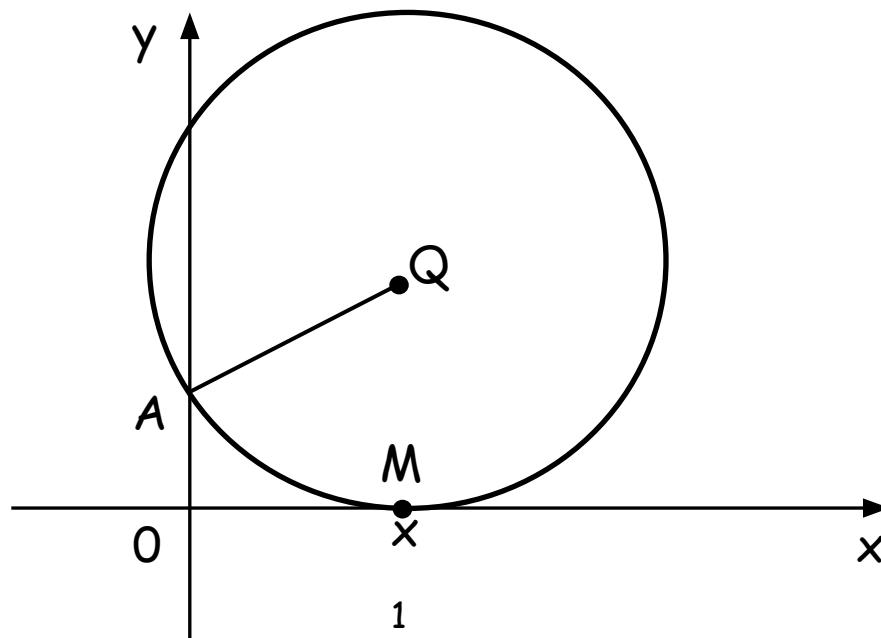
1 случай

Если $QA > \frac{a+c}{2a}$ то окружность пересекает ось Ox в двух точках $M(x_1; 0)$ и $N(x_2; 0)$, уравнение имеет корни x_1, x_2



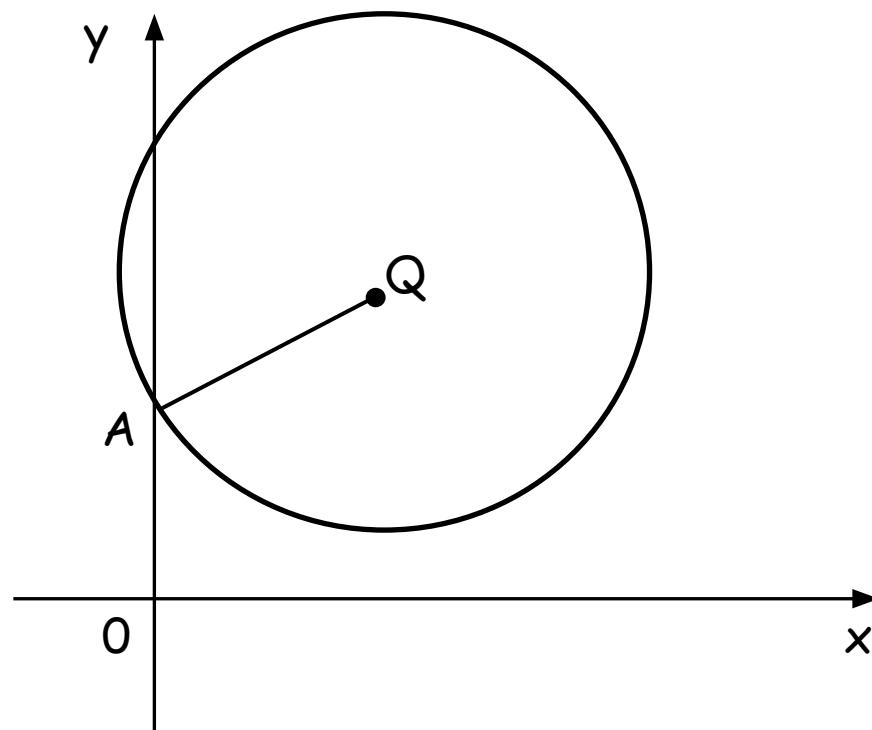
2 случай

Если $QA = \frac{a+c}{2}$ то окружность касается оси Ox в точке $M(x_1; 0)$, уравнение имеет корень x_1 .



3 случай

Если $QA < \frac{a+c}{2a}$ то окружность не имеет общих точек с осью Ox , у уравнения нет корней.



Пример 1

Решите уравнение $x^2 - 2x + 1 = 0$.

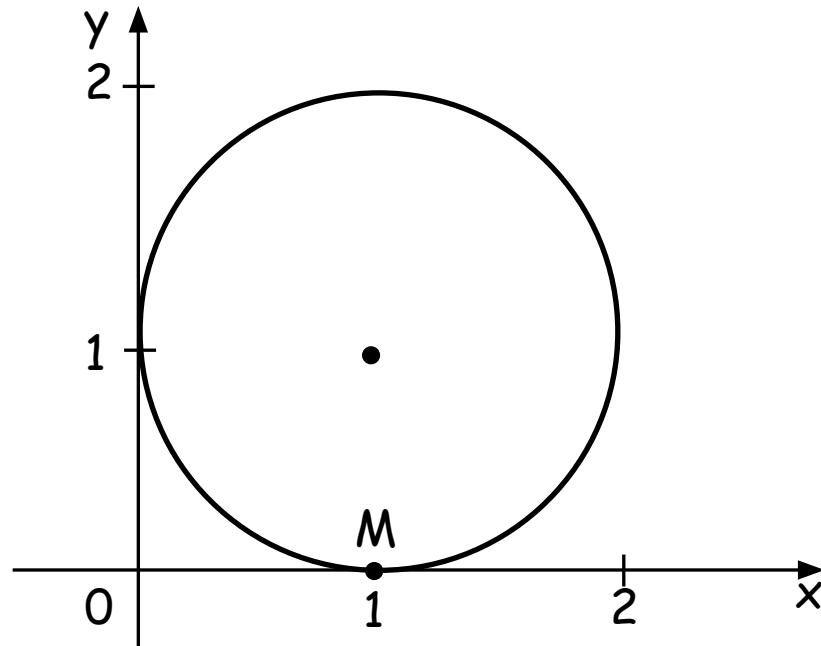
Решение:

$$-\frac{b}{2a} = 1, \frac{a+c}{2a} = 1,$$

$$Q(1;1), A(0;1)$$

$$QA = 1,$$

Окружность касается
Ох в т.М, уравнение
имеет 1 корень.



Ответ: $x=1$.

Пример 2

Решите уравнение $x^2+4x-5=0$.

Решение: $-b/2a = -2$; $(a+c)/2a = -2$

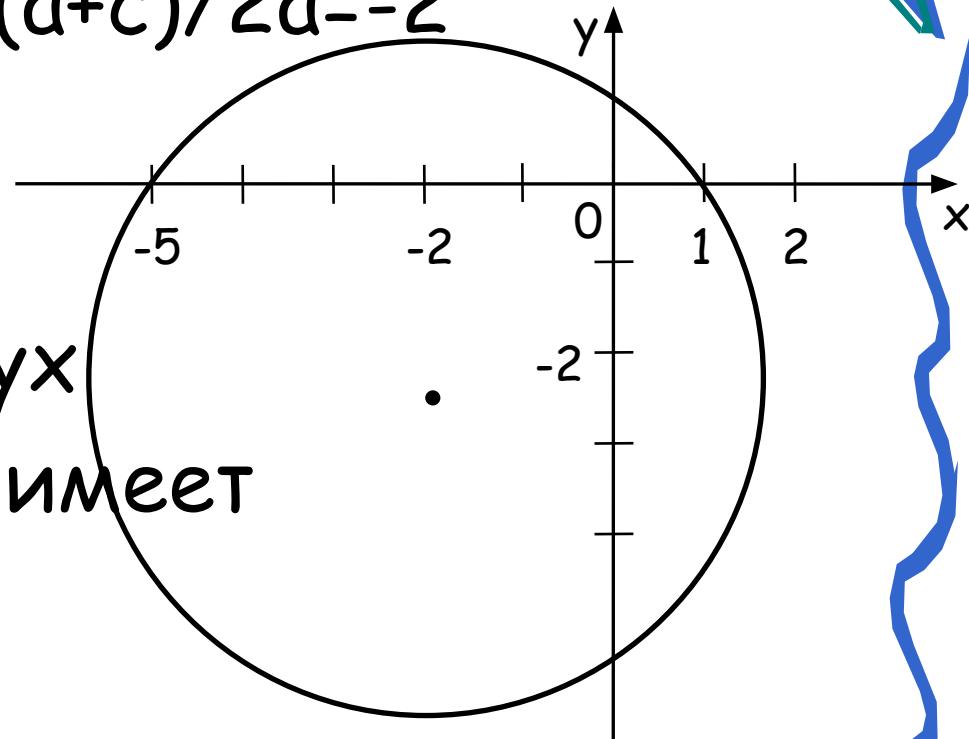
$Q(-2;-2)$, $A(0;1)$

$QA > -2$, окружность

пересекает ох в двух

точках, уравнение имеет

2 корня.



Ответ: $x=-5, x=1$.

Пример 3

Решите уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$.

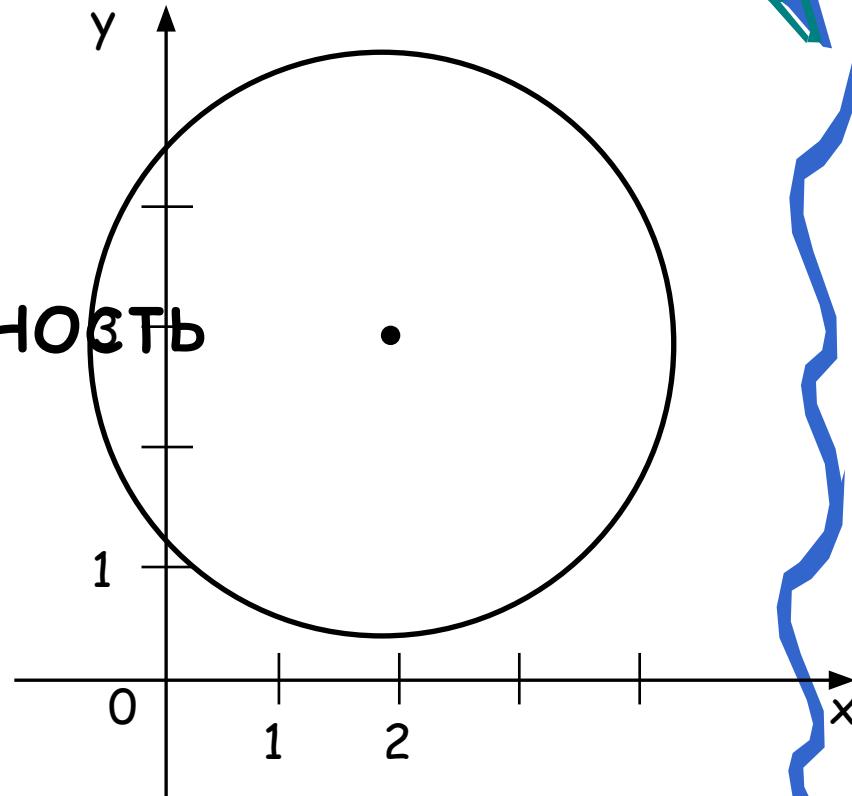
Решение:

$$-\frac{b}{2a} = 2, \quad \frac{a+c}{2a} = 3$$

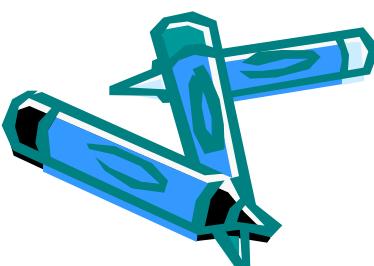
$$Q(2;3), A(0;1)$$

$QA < 3$, поэтому окружность не пересекает ось ox .

Уравнение корней не имеет.



Ответ: нет корней.



Замечание

Конечно, решать уравнения по формуле проще, чем выполнять построения. Но нам сейчас интересно отметить важный факт: квадратные уравнения могут быть решены с привлечением геометрии. Правда, этот способ не позволяет получать точные решения в случае произвольных коэффициентов уравнения.



