

# **«Решение логарифмических неравенств»**

**Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим.**

**Например, неравенства вида:**

$$\log_a f(x) > \log_a \varphi(x) \quad \log_a f(x) < \log_a \varphi(x)$$

При  $a > 0, a \neq 1$  являются логарифмическими.

# Свойства логарифмических неравенств:

$$1. \log_a x_1 > \log_a x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x_1 > x_2 > 0 \\ 0 < a < 1 \\ x_2 > x_1 > 0 \end{cases}$$

$$2. \log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x_2 > x_1 > 0 \\ 0 < a < 1 \\ x_1 > x_2 > 0 \end{cases}$$



При решении логарифмических неравенств следует учитывать общие свойства неравенств, свойство монотонности логарифмической функции и область её определения.



# 1. Решите неравенство:

$$\log_{2x-3} x > 1$$

## Решение:

$$\log_{2x-3} x > 1 \Leftrightarrow \log_{2x-3} x > \log_{2x-3} (2x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 1 \\ x > 2x-3 \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \quad 2 < x < 3$$

$$\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 2x-3 > 0 \\ x < 2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1,5 \\ x > 3 \end{cases} \quad \emptyset$$

**Ответ:** (2;3)

2. Решите неравенство:

$$\log_3(1 - 2x) < 2$$

Решение:

$$\log_3(1 - 2x) < \log_3 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x < 9 \\ 1 - 2x > 0 \\ 3 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -8 \\ 2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(-4; \frac{1}{2})$

3. Решите неравенство:

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$$

Решение:

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 6 - 5x \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x > 8 \\ 6 > 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(1; \frac{1}{2})$ .

#### 4. Решите неравенство:

$$0,5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)} > 1$$

#### Решение:

$$0,5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)} > 1 \Leftrightarrow 0,5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)} > 0,5^0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right) < 0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right) < \log_{\sqrt{3}} 1 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \lg\frac{1}{x} < 1 \\ \lg\frac{1}{x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg\frac{1}{x} < \lg 10 \\ \lg\frac{1}{x} > \lg 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} < 10 \\ \frac{1}{x} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-10x}{x} < 0 \\ \frac{1-x}{x} > 0. \end{cases}$$

**Ответ:** (0,1;1)



## 5. Решите неравенство:



$$x^{-2+\lg x} < 1000$$

### Решение:

Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 10.

$$\lg x^{-2+\lg x} < \lg 1000 ;$$

$$(-2 + \lg x) \lg x < 3 ;$$

$$\lg^2 x - 2 \lg x - 3 < 0 ;$$

$$\begin{cases} \lg x < 3 \\ \lg x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg x < \lg 1000 \\ \lg x > \lg 10^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1000 \\ x > 10^{-1} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(0,1;1000)$

# Индивидуальная работа по теме:



## Вариант 1:

1.  $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) < \log_{\frac{1}{2}}(3-x)$

2.  $\log_3(4x-9) < 1$

3.  $\log_{\frac{1}{i}} \frac{2+x}{2-x} > \log_{\frac{1}{i}} 2$

4.  $\log_{\frac{1}{26}}(26x-2) \geq 0$

5.  $\log_{28} x + \log_{28}(x-27) < 1$

## Вариант 2:

1.  $\log_2(2x-2) \cdot \log_2(6-5x)$

2.  $\log_{\frac{1}{2}}(5x-8) > 1$

3.  $\log_{\frac{1}{i}} \frac{x-2}{x-3} < \log_{\frac{1}{i}} 3$

4.  $\log_{\frac{1}{2}}(2x-2) \geq 0$

5.  $\log_4 x + \log_4(x-3) < 1$

## Вариант 3:

1.  $\log_{\frac{1}{2}}(5x-2) < \log_{\frac{1}{2}}(3-2x)$

2.  $\log_3(2x-7) < 1$

3.  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3+x}{x-1} > 1$

4.  $\log_{37}(37x+2) \leq 1$

5.  $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) + \log_{\frac{1}{5}} x > 0$



Спасибо за внимание