Решение логарифмических уравнений

Евсеева Светлана Александровна

Учитель математики и информатики

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Уруссинская основная общеобразовательная школа №2» Ютазинского муниципального района Республики Татарстан

Простейшее логарифмическое уравнение

$$\log_a x = b \Rightarrow x = a^b,\ x > 0$$

Например: $\log_3 x = 2$

$$одз: x > 0$$

$$x = 3^2$$

$$x = 9;\ 9 \in одз$$

$$Ответ: 9$$

№1. Решить уравнения

$$a)\ \log_2(x+1)=3$$

$$\log_2(x+1)=\log_2 2^3$$

$$x+1=8$$

$$x=7; 7\in одз$$

$$одз:$$

$$x+1>0$$

$$x>-1$$

$$Ответ: 7$$

$$б)\ \log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3$$

$$одз:\begin{cases} x+1>0 \\ x+3>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x>-3 \end{cases} \Rightarrow x>-1$$

$$\log_2((x+1)(x+3))=\log_2 2^3$$

$$x^2+4x+3=8$$

$$x^2+4x-5=0$$

$x_1=1;\quad 1\in одз$

$x_2=-5;\quad -5\in одз$

$Ответ: 1$

$$в)\ \lg(x+3) = 2\lg 2 - \lg x$$

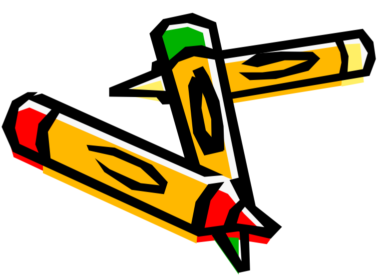
Решение

$$г)\ \log_7 36 - \log_7(3x-12) = \log_7 4$$

Решение

$$д)\ \log_4^2 x + \log_4 \sqrt{x} - 1{,}5 = 0$$

Решение



Далее

Решение уравнения под буквой в

$$в)\ \lg(x+3) = 2\lg 2 - \lg x$$

$$одз: \begin{cases} x+3>0 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x>0$$

Согласно свойству:

$$p\log_a b = \log_a b^p$$

$$\lg(x+3) + \lg x = \lg 2^2$$

$$\lg(x(x+3)) = \lg 4$$

$$x^2 + 3x = 4$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x_1 = 1; \quad 1 \in одз$$

$$x_2 = -4; \quad -4 \notin одз$$

$$Ответ: 1$$

Назад

Решение уравнения под буквой г

$$г)\ \log_7 36 - \log_7(3x-12) = \log_7 4$$

$$\log_7(3x-12) = \log_7 36 - \log_7 4$$

$$\log_7(3x-12) = \log_7 \frac{36}{4}$$

$$3x - 12 = 9$$

$$3x = 21$$

$$x = 7;\ 7 \in одз$$

$одз:$

$$3x - 12 > 0$$

$$3x > 12$$

$$x > 4$$

$Ответ: 7$

Назад

Решение уравнения под буквой д

$$д)\ \log_4^2 x+\log_4\sqrt{x}-1{,}5=0$$

$$одз: x>0$$

$$\log_4^2 x+\frac{1}{2}\log_4 x-1{,}5=0$$

$$Обозначим: \log_4 x=t$$

$$t^2+0{,}5t-1{,}5=0$$

$$t_1=1$$

$$t_2=-1{,}5$$

$$\log_4 x=1$$

$$x=4;\ 4\in одз$$

$$\log_4 x=-1{,}5$$

$$x=4^{-1{,}5}$$

$$x=\frac{1}{4^{\frac{3}{2}}}$$

$$x=\frac{1}{\sqrt{4^3}}$$

$$x=\frac{1}{8};\quad \frac{1}{8}\in одз$$

$$Ответ: 0{,}125; 4$$

Назад

Решение уравнений с разными основаниями

$$a)\ \log_a x = \log_{\sqrt{a}} 2 + \log_{\frac{1}{a}} 3 \qquad одз: x > 0$$

$$\log_a x = \log_{a^{\frac{1}{2}}} 2 + \log_{a^{-1}} 3$$

Опираясь на свойство:

$$\log_{a^q} b = \frac{1}{q}\log_a b$$

$$\log_a x = \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_a 2 + \frac{1}{-1}\log_a 3$$

$$\log_a x = 2\log_a 2 - \log_a 3$$

$$\log_a x = \log_a \frac{2^2}{3}$$

$$x = \frac{4}{3};\ \frac{4}{3} \in одз$$

$$Ответ: \frac{4}{3}$$

$$б)\ \log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$$

$$одз: \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$$

$$\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2}\log_2 x + \frac{7}{6} = 0$$

Опираясь на свойство:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$6 - 3\log_2^2 x + 7\log_2 x = 0$$

$$3\log_2^2 x - 7\log_2 x - 6 = 0$$

$$Обозначим: \log_2 x = t$$

$$3t^2 - 7t - 6 = 0$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 121$$

$$t_1 = \frac{7+11}{6} = 3$$

$$t_2 = \frac{7-11}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$\log_2 x = 3$$

$$x = 8;\ 8 \in одз$$

$$\log_2 x = -\frac{2}{3}$$

$$x = 2^{-\frac{2}{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}};\quad \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \in одз$$

$$Ответ: \frac{1}{\sqrt[3]{4}};8$$

Задание из пособия по подготовке к ЕГЭ-2010

Найти наибольший корень уравнения:

$$a)\ 2\log_{x+1}3-3\log_3(x+1)+5=0$$

Ответ: 8

$$б)\ 2\log_{3x+1}4-\log_2(3x+1)+3=0$$

Ответ: 5

$$в)\ 2x\log_2(x-3)-3\log_2\left(x^2-6x+9\right)=4x-12$$

Ответ: 7

Использованная литература:

Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. ср. шк./ А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова. М.: Просвещение,

Математика. Подготовка к ЕГЭ-2010/Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2009