

Контрольная работа №2

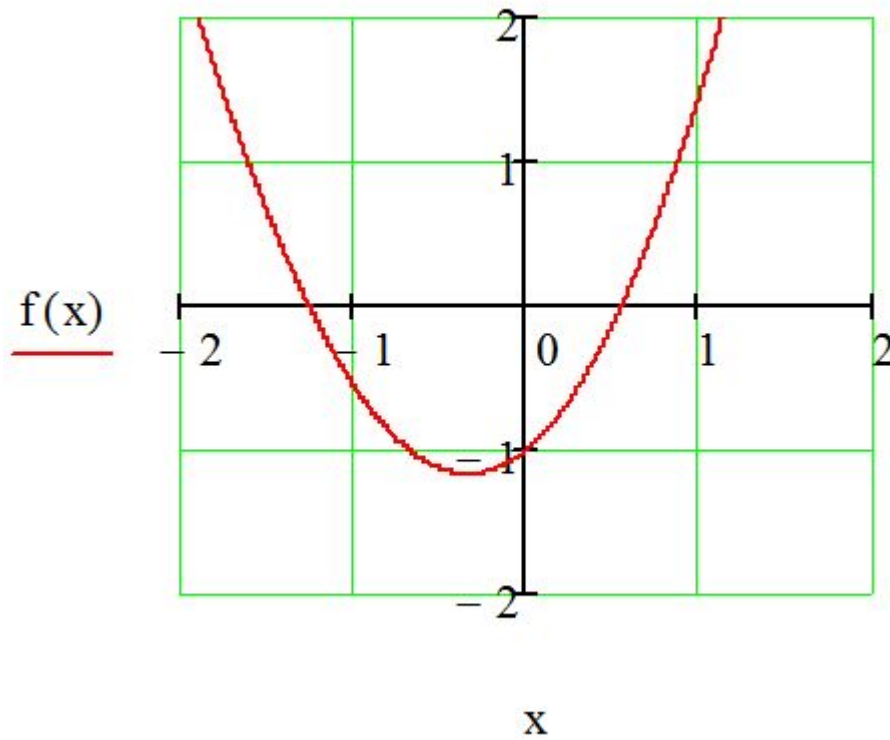
Решение нелинейных уравнений

Решение нелинейного уравнения в Mathcad

$$x^2 = \cos(x) - x$$

Решение нелинейного уравнения

$$f(x) := x^2 - \cos(x) + x$$



$$x := -1.2$$

$$\text{root}(f(x), x) = -1.251152$$

$$x := 0.5$$

$$\text{root}(f(x), x) = 0.550009$$

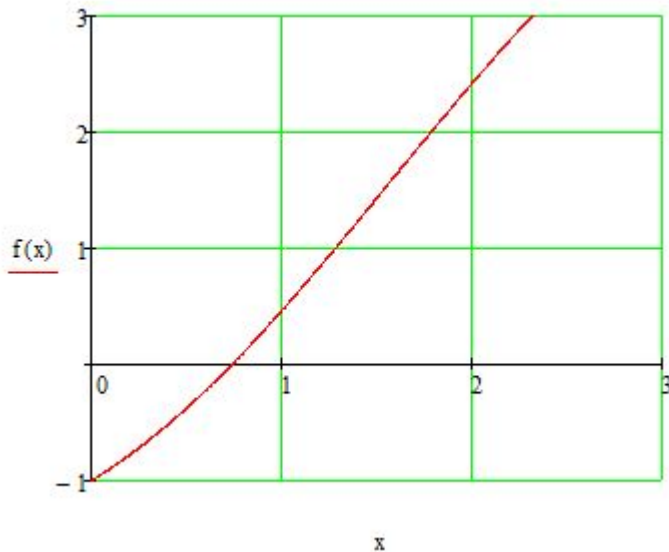
Метод половинного деления

Пример. Найти с точностью 10^{-3} корень уравнения $x - \cos x = 0$

Реализация в Mathcad

Метод половинного деления

$$f(x) := x - \cos(x)$$



$$a := 0$$

$$b := 1$$

$$f(a) = -1$$

$$f(b) = 0.46$$

Метод половинного деления

Выполнение итераций

$$x := \frac{a + b}{2} = 0.5 \quad f(x) = -0.378 \quad \underset{\text{MM}}{a} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.75 \quad f(x) = 0.018 \quad \underset{\text{MM}}{b} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.625 \quad f(x) = -0.186 \quad \underset{\text{MM}}{a} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.688 \quad f(x) = -0.085 \quad \underset{\text{MM}}{a} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.719 \quad f(x) = -0.034 \quad \underset{\text{MM}}{a} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.734 \quad f(x) = -0.0079 \quad \underset{\text{MM}}{a} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.742 \quad f(x) = 0.0052 \quad \underset{\text{MM}}{b} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.738 \quad f(x) = -0.0013 \quad \underset{\text{MM}}{a} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.74 \quad f(x) = 0.0019 \quad \underset{\text{MM}}{b} := x$$

$$\underset{\text{MM}}{x} := \frac{a + b}{2} = 0.739 \quad f(x) = 0.00029 \quad \underset{\text{MM}}{b} := x$$

$$x = 0.739$$

Решение получено за 10 итераций

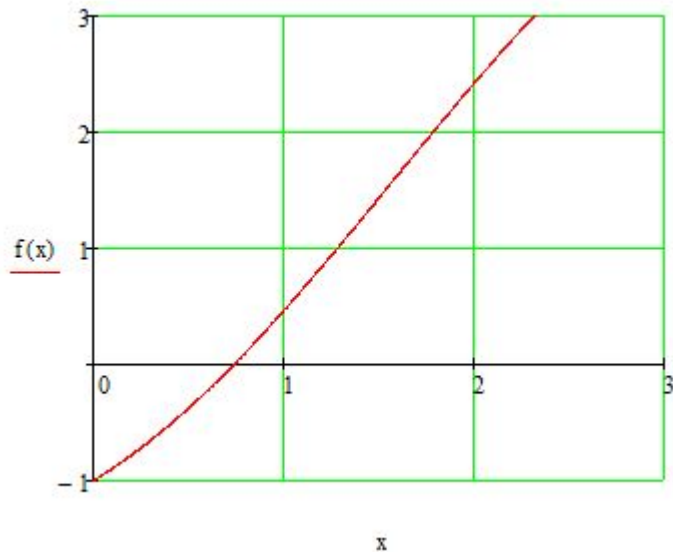
Метод хорд

Пример. Найти с точностью 10^{-3} корень уравнения $x - \cos x = 0$

Реализация в Mathcad

Метод хорд

$$f(x) := x - \cos(x)$$



$$a := 0$$

$$b := 1$$

$$fa := f(a) = -1$$

$$fb := f(b) = 0.46$$

Метод хорд

Выполнение итераций

$$x := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.685$$

$$f(x) = -0.089$$

$$\underline{a} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.901$$

$$f(x) = 0.28$$

$$\underline{b} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.833$$

$$f(x) = 0.16$$

$$\underline{b} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.786$$

$$f(x) = 0.08$$

$$\underline{b} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.754$$

$$f(x) = 0.026$$

$$\underline{b} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.733$$

$$f(x) = -0.011$$

$$\underline{a} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.748$$

$$f(x) = 0.014$$

$$\underline{b} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.743$$

$$f(x) = 0.0063$$

$$\underline{b} := x$$

$$\underline{x} := a - fa \cdot \frac{b - a}{fb - fa} = 0.74$$

$$f(x) = 0.0009$$

$$\underline{b} := x$$

$$x = 0.74$$

Решение получено за 9 итераций

Метод простой итерации

Пример. Найти с точностью 10^{-3} корень уравнения $x - \cos x = 0$

$$x = \cos x$$

Реализация в Mathcad

Метод простой итерации

$$\varphi(x) := \cos(x)$$

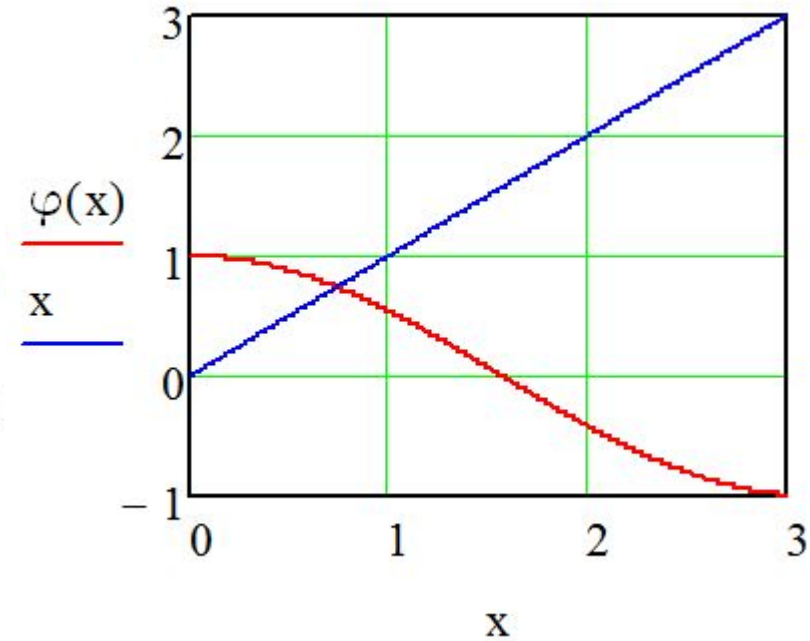
$$x_0 := 0.75$$

$$\varphi_1(x) := \frac{d}{dx}\varphi(x) \quad \varphi_1(x_0) = -0.682$$

$$x_1 := \varphi(x_0) = 0.7317 \quad |x_1 - x_0| = 0.0183$$

$$x_2 := \varphi(x_1) = 0.744 \quad |x_2 - x_1| = 0.0124$$

$$x_3 := \varphi(x_2) = 0.7357 \quad |x_3 - x_2| = 0.0083$$



Метод простой итерации

$$x_4 := \varphi(x_3) = 0.7413 \quad |x_4 - x_3| = 0.0056$$

$$x_5 := \varphi(x_4) = 0.7376 \quad |x_5 - x_4| = 0.0038$$

$$x_6 := \varphi(x_5) = 0.7401 \quad |x_6 - x_5| = 0.0025$$

$$x_7 := \varphi(x_6) = 0.7384 \quad |x_7 - x_6| = 0.0017$$

$$x_8 := \varphi(x_7) = 0.7395 \quad |x_8 - x_7| = 0.0012$$

$$x_9 := \varphi(x_8) = 0.7388 \quad |x_9 - x_8| = 0.0008 < 10^{-3}$$

Решение уравнения $x = 0,739$

Метод Ньютона

Пример. Найти с точностью 10^{-6} корень уравнения $x - \cos x = 0$

Реализация в Mathcad

Метод Ньютона

$$f(x) := x - \cos(x)$$

$$f_Newton(x) := x - \frac{f(x)}{\frac{d}{dx}f(x)}$$

$$x_0 := 0.8$$

$$x_1 := f_Newton(x_0) = 0.739853$$

$$x_2 := f_Newton(x_1) = 0.739085 \quad |x_2 - x_1| = 7.68 \times 10^{-4}$$

$$x_3 := f_Newton(x_2) = 0.739085 \quad |x_3 - x_2| = 1.302 \times 10^{-7}$$