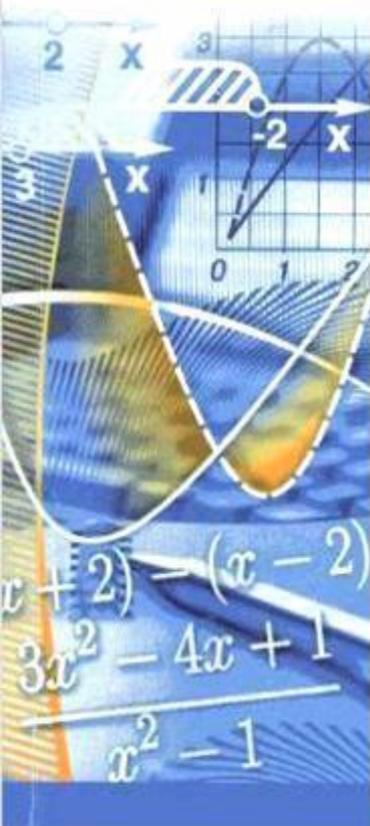


МБОУ ООШ №21 х. Ханькова

# Решение неравенств методом интервалов

урок алгебры в 9 классе

Коломиец Лилия Геннадьевна,  
учитель математики



**Цели урока:**

1. Образовательная: Продолжить формирование системы знаний о способах решения неравенств второй степени различными способами.

2. Воспитательная:

Формировать навыки общения, умения работать в коллективе.

3. Развивающая:

Продолжить совершенствование навыков самостоятельной поисковой деятельности.

**Задачи урока:**

1. Отработать навыки алгоритма решения квадратных неравенств с учащимися.

2. Отработать навыки и умения решать неравенства методом интервалов по алгоритму.



# Оборудование:

- стандартный калькулятор
- линейный калькулятор
- алгебра в подходе Су. – Толяковского Э.А.,
- алгебра в подходе Су. – Толяковского Э.А.,
- математика в классе под редакцией Ахметова М.С.,
- математика в классе (11А.2) (6.5) учебник под редакцией Ахметова М.С.



АЛГЕБРА

9

КЛАСС



# Устная работа



Являются ли следующие неравенства неравенствами второй степени с одной переменной?

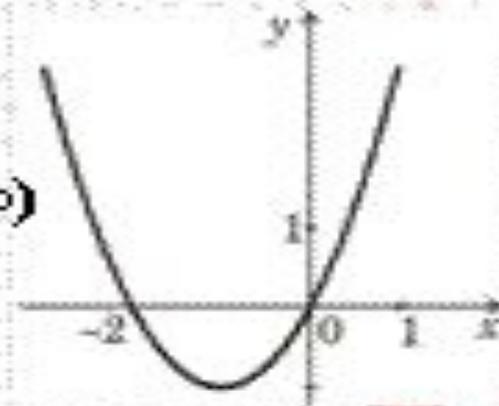
1)  $x^2 - 6x - 7 \geq 0$ ; 2)  $4 - x^2 > 0$ ; 3)  $2x + 1 < 0$ ;

4)  $(x-30)(25-x) \leq 0$ ; 5)  $(4-x)^2 \leq 0$

На рисунке изображен график функции  $y = x^2 + 2x$ . Используя график, решите неравенство  $x^2 + 2x > 0$ .

1)  $(-\infty; 0)$  2)  $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

3)  $(-2; 0)$  4)  $(-2; +\infty)$

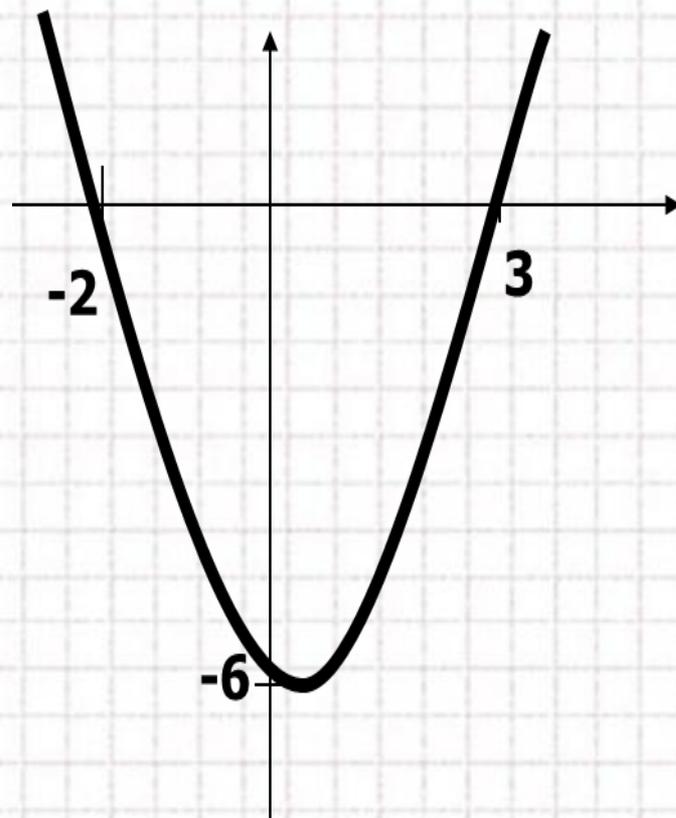


На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 - x - 6.$$

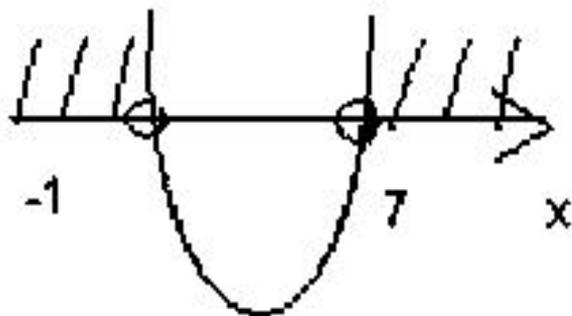
Используя график, решите неравенство

$$x^2 - x - 6 > 0$$

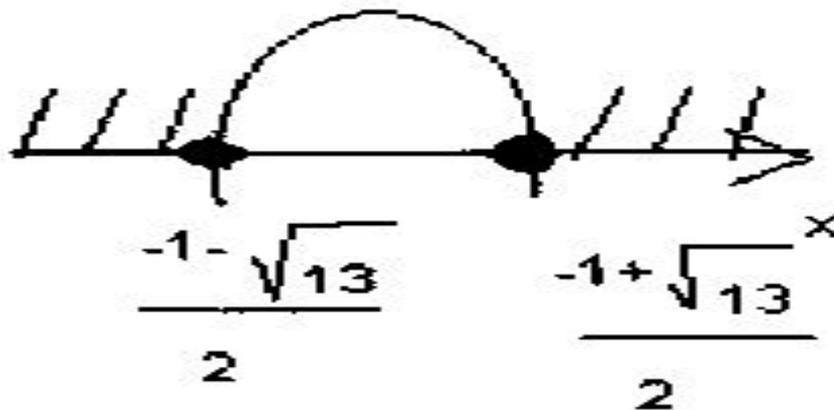


Повторение

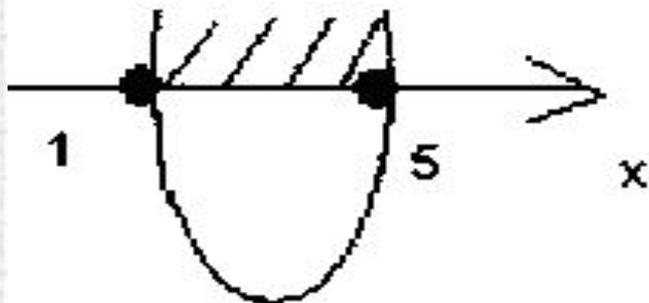
$$x^2 - 6x - 7 \geq 0$$



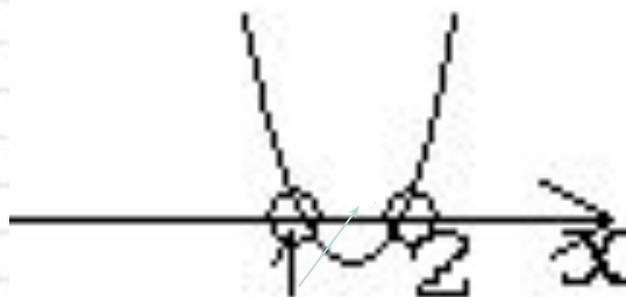
$$-x^2 - x + 3 \leq 0$$



$$x^2 - 6x + 5 \leq 0$$



$$x^2 - 3x + 2 \geq 0$$



1) Рассмотрим квадратичную функцию  
 $f(x) = x^2 - 5x - 50$  и  
найдем такие значения  $x$ , для которых  $f(x) < 0$ .

2) Графиком рассматриваемой функции является парабола, ветви которой направлены вверх, так как  $a = 1, 1 > 0$ .

3) Найдем нули функции ( то есть абсциссы точек пересечения параболы с осью  $Ox$ ).

$$x^2 - 5x - 50 = 0, \quad a = 1, \quad b = -5, \quad c = -50.$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

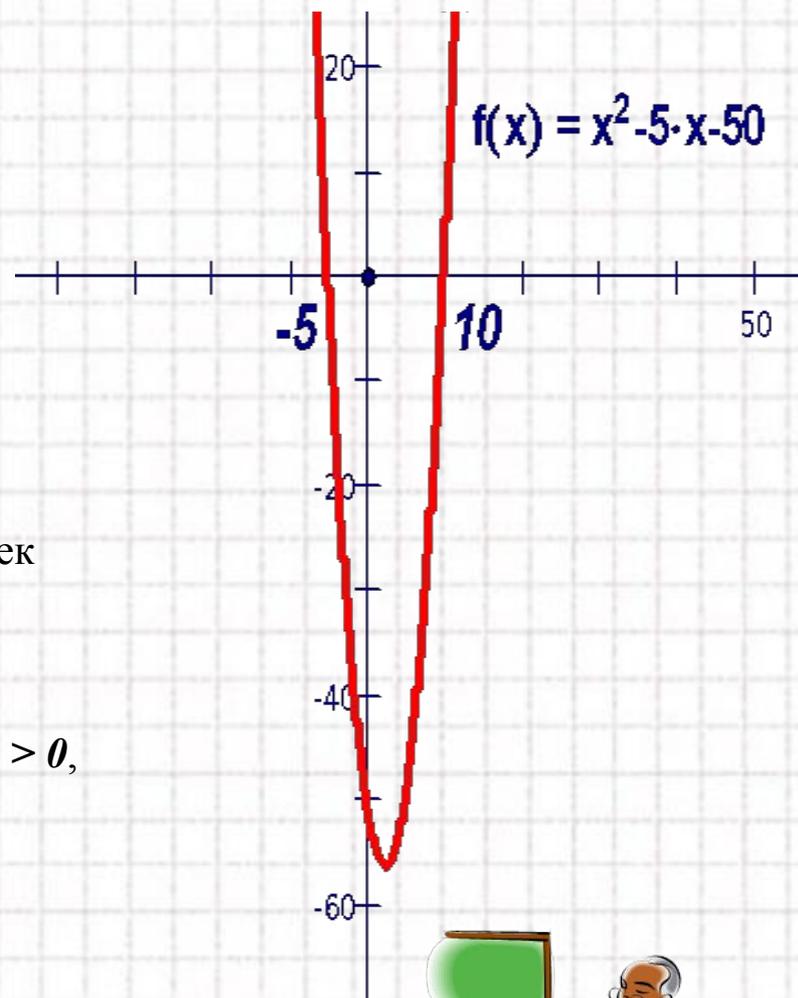
$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2, \quad 225 > 0,$$

уравнение имеет два действительных корня.

$$x_1 = (-(-5) - 15) : 2 = -5;$$

$$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10.$$

Нули функции:  $x = -5$  и  $x = 10$ .

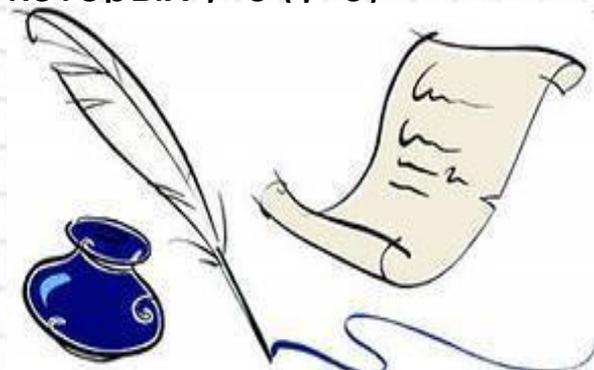


**Ответ:**  $(-5; 10)$ .



## Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду  $ax^2+bx+c>0$  ( $ax^2+bx+c<0$ )
2. Рассмотрите функцию  $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них  $y=0$ ;  $x_1$  и  $x_2$  найдите, решая уравнение  $ax^2+bx+c=0$ )
5. Схематически постройте график функции  $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой  $y>0$  ( $y<0$ )
7. На оси абсцисс выделите те значения  $x$ , для которых  $y>0$  ( $y<0$ )
8. Запишите ответ в виде промежутков.



## Метод интервалов

1) Рассмотрим функцию  $f(x) = x^2 - 5x - 50$  и найдем такие значения  $x$  для которых  $f(x) < 0$ .

$D(f) = \mathbf{R}$  (то есть множество всех действительных чисел).

2) Разложим квадратный трехчлен  $x^2 - 5x - 50$  на множители (то есть представим его в виде произведения  $a(x - x_1)(x - x_2)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  — корни квадратного трехчлена).

3) Для нахождения корней квадратного трехчлена решим уравнение  $x^2 - 5x - 50 = 0$ .

(Его мы уже решали, поэтому воспользуемся готовым результатом).

Так как  $x_1 = -5$ ,  $x_2 = 10$ , то получаем следующее разложение квадратного трехчлена на множители

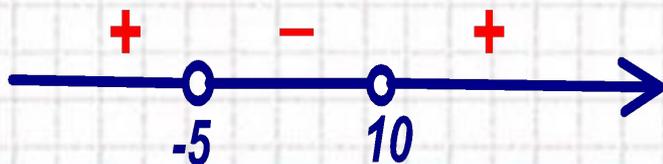
$$x^2 - 5x - 50 = (x - (-5))(x - 10) = (x + 5)(x - 10).$$

Выбираем промежутки, в которых  $f(x) < 0$ :

это выполняется

для всех  $-5 < x < 10$ .

**Ответ:**  $(-5; 10)$ .

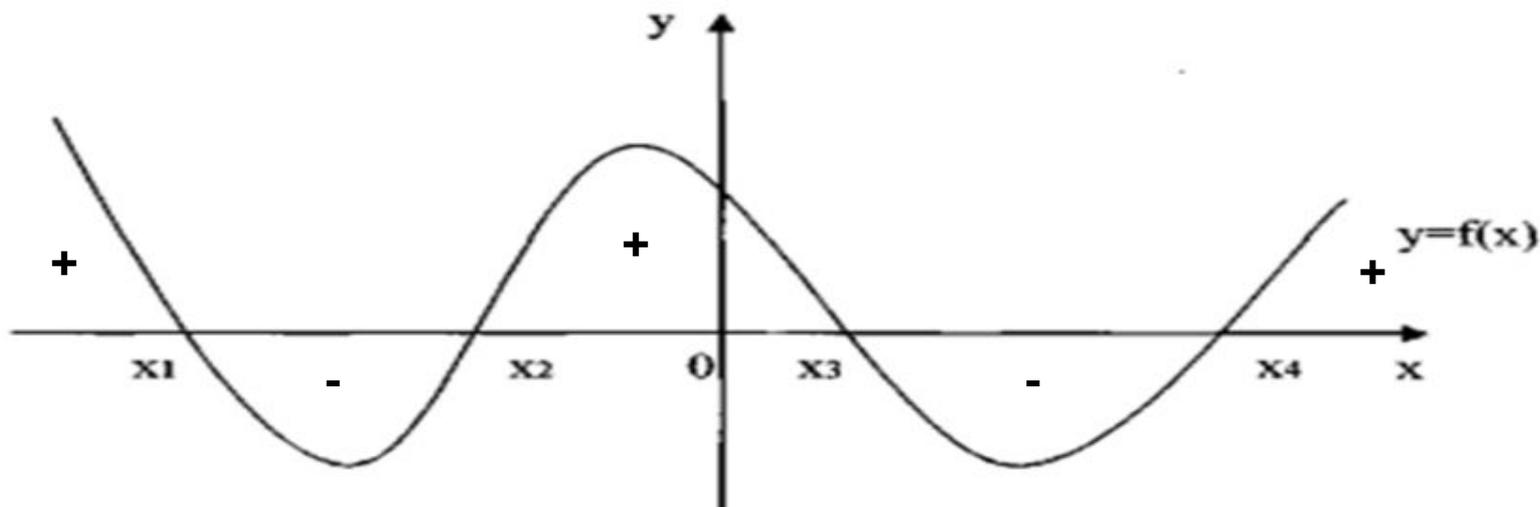


*Изучение нового материала.*

1. Если функция задана формулой вида:  $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)$ , где  $x$  - переменная, а  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , не равные друг другу числа. Эти числа являются нулями функции. В каждом из промежутков, на которые область определения разбивается нулями функции, знак функции сохраняется, а при переходе через нуль ее знак изменяется. Это свойство используется для решения неравенств вида:

$$(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) > 0$$

$$(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) < 0$$



**Свойство:** Если на интервале  $(a;b)$  функция непрерывна и не обращается в нуль, то она на этом интервале сохраняет постоянный знак.



### Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

1. Привести неравенство к виду  $f(x) > 0$ ,  $f(x) < 0$ ,  $f(x) > 0$ ,  $f(x) < 0$ .

( $f(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$ ) Выделить функцию  $y = f(x)$ .

2. Найти область определения функции.

3. Найти нули функции, решив уравнение  $f(x) = 0$ .

$$(f(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n))$$

4. Отметить на координатной прямой промежутки, на которые область определения разбивается нулями функции.

5. Определить знаки функции на одном из интервалов и расставить на остальных интервалах чередуя знаки.

6. Рассмотреть полученный рисунок и записать решение в виде промежутка, учитывая знак исходного неравенства:

– если  $f(x) > 0$ , то выбираем промежуток со знаком “+”;

– если  $f(x) < 0$ , то выбираем промежуток со знаком “-”.



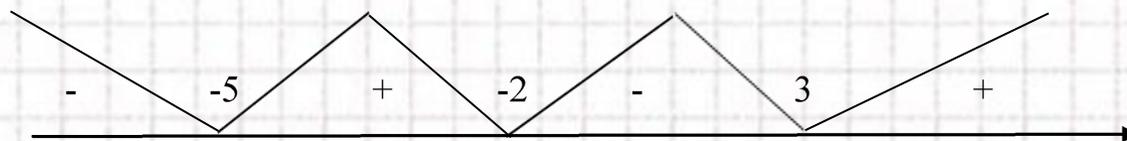
**Пример 1.** Решить неравенство  $(x+2)(x-3)(x+5) > 0$ .

Рассмотрим функцию  $f(x) = (x+2)(x-3)(x+5)$ .

$D(f) = \mathbb{R}$ .

Найдем нули функции, решив уравнение  $f(x) = 0$ :

$$(x+2)(x-3)(x+5) = 0; \quad x_1 = -5, x_2 = -2, x_3 = 3,$$



Решением данного неравенства является множество значений  $x$ , при которых  $f(x) > 0$ .

Из рисунка видно,  $f(x) > 0$  при  $x \in (-5; -2) \cup (3; +\infty)$ .

Ответ:  $(-5; -2) \cup (3; +\infty)$ .

2. При решении неравенств широко используется разложение на множители

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

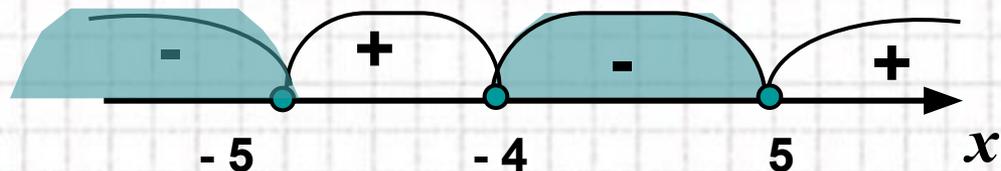
## Проверь своё решение

Решить неравенство  $(x - 5)(x + 4)(x + 5) \leq 0$

Решение.

$$f(x) = (x - 5)(x + 4)(x + 5)$$

Нули функции  $x = 5$ ,  $x = -4$ ,  $x = -5$



Ответ:  $(-\infty; -5] \cup [-4; 5]$



## Давайте закрепим

Решите методом интервалов неравенства:

1)  $x(x + 2)(x - 1) \geq 0$

2)  $(x - 1)(3 - x)(x - 2) \leq 0$



## Оценка работы в парах



За каждый верно заполненный пропуск – поставьте 1 балл.

**0 - 5** баллов – незачтено

**6 - 7** баллов – удовлетворительно, «3».

**8 - 9** баллов – хорошо, «4».

**10-11** баллов – отлично, «5».

Выберите из таблицы 1 графическую интерпретацию для каждого из неравенств 1-4:

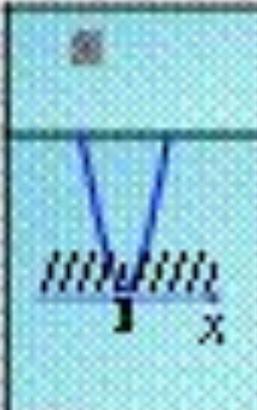
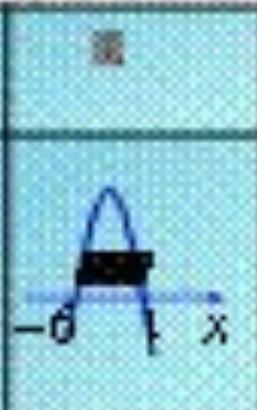
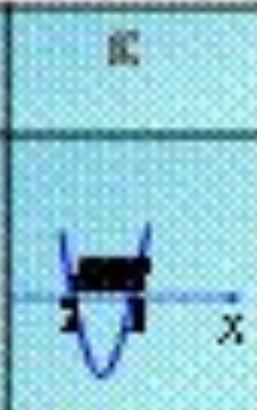
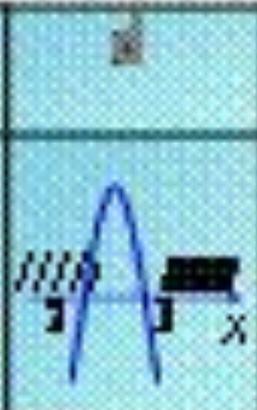
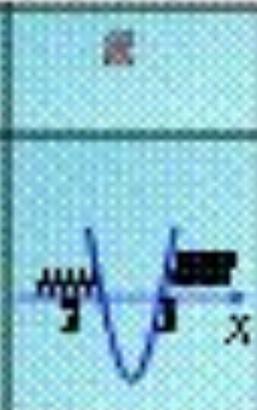
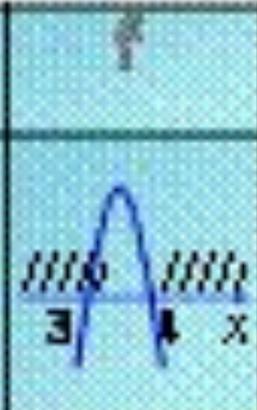
1.  $-x^3 - 5x + 6 > 0.$

2.  $x^3 - 5x + 6 < 0.$

3.  $-x^2 + 7x - 12 < 0.$

4.  $x^3 - 6x + 9 > 0.$

Таблица 1

$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
					

Решите неравенство:

$$5) (x-4)(x+7)(x-6) < 0$$

$$6) (x-9)(x-1)(x+5) > 0$$

$$7) \sqrt{(x-3)(x+2)}$$

$$8) \sqrt{(x-6)(2x+3)}$$



Работа в группах

Определить промежутки, который принадлежит неравенству

9)  $(x-1)(x+4) \leq 0$ .  $[-4;1], (-3;1), [0;1], (-4;1), [-4;-2]$

10)  $(x+2)(x-5) \leq 0$ .  $[-2;-5], (2;5), [0;2], [-1;2), [3;-5]$

11)  $(x-6)(x-4) > 0$ .  $(7;10), [-5;3], [8;11), [-6;4), [-7;0)$



Проверь своё решение

В таблице 2 найдите верное решение неравенства 1, в таблице 3 - решение неравенства 2:

1.  $x^3 - 3x - 4 \geq 0$

2.  $x^2 - 3x - 10 < 0$

Таблица 2

a	b
$x \in (-1; 4)$	$x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$
c	d
$x \in [-1; 4]$	$x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Таблица 3

a	b
$x \in (-2; 5)$	$x \in (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$
c	d
$x \in [-2; 5]$	$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$

# Физкультминутка



**Расслабимся не отходя от математики:**

1. Покажите направление ветвей параболы, если старший коэффициент параболы  $a > 0$ ,  $a < 0$
2. Покажите главное направление оси абсцисс левой рукой, а оси ординат правой рукой. Теперь покажите это быстро.
3. посмотрите, не поворачивая головы, на тетрадь и на затылок соседа.

**Из-за маленькой ошибки  
Вижу ваши я улыбки  
Ничего! Получится!  
Ведь не делает ошибки,  
Кто совсем не учится.**



№ п/п	№ задания	Ответы	Баллы
1	$-X^2 - 5X + 6 > 0$	2	
2	$X^2 - 5X + 6 < 0$	3	
3	$-X^2 + 7X - 12 < 0$	6	
4	$X^2 - 6X + 9 > 0$	1	
5	$(x-4)(x+7)(x-6) < 0$	$(-\infty; 7) \cup (4; 6)$	
6	$(x-9)(x-1)(x+5) > 0$	$(-5; 1) \cup (9; +\infty)$	
7	$\sqrt{(x-3)(x+2)}$	$(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$	
8	$\sqrt{(x-6)(2x+3)}$	$(-\infty; -1,5] \cup [6; +\infty)$	
9	$(x-1)(x+4) \leq 0$	$[-4; -2], [-4; 1], [0; 1]$	
10	$(x+2)(x-5) \leq 0$	$[0; 2]$	
11	$(x-6)(x-4) > 0$	$[-5; 3], [-6; 4)$	
12	$X^2 - 3X - 4 \geq 0$	b	
13	$X^2 - 3X - 10 < 0$	a	

## Домашнее задание.



1) §15 (глава II)

2) №325 (а, б)

3) Повторение № 306(г;в)



## Рефлексия.

1. Что вы ожидали от работы на данном уроке? Сравните свои предварительные цели и реально достигнутые результаты.
2. Какие чувства и ощущения возникали у вас в ходе работы? Что оказалось для вас самым неожиданным?
3. Что вам более всего удалось, какие моменты были выполнены наиболее успешно?
4. Перечислите основные трудности, которые вы испытывали во время урока. Как вы их преодолевали?

## Использованные источники

1. Учебник: Алгебра-9 класс, Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К. И. Нешков, С.Б. Суворова, М.: Просвещение, 2011.
2. Рурукин А.Н., Полякова С.А., Поурочные разработки по алгебре: 9 класс. – М.: ВАКО, 2010 – (В помощь школьному учителю).
3. Для создания шаблона презентации использовалась картинка [http://www.box-m.info/uploads/posts/2009-04/1238954029\\_1.jpg](http://www.box-m.info/uploads/posts/2009-04/1238954029_1.jpg) и шаблон с сайта <http://aida.ucoz.ru>
4. Изображение кота <http://s39.radikal.ru/i084/1008/34/683cd4886d3f.jj>

