Решение неравенств второй степени

Исследовательская работа по алгебре

Цель урока

- Обобщить, систематизировать и расширить знания по теме «Решение неравенств второй степени с одной неизвестной».

Ход исследования:

- Определение неравенств второй степени
- Методы решения неравенств:
- Графический:

1) Решение неравенства второй степени при $D < 0$

- Метод интервалов

Определение неравенств второй степени:

- Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$

  где x – переменная, a, b и c некоторые числа, причем $a \neq 0$ называют неравенствами второй степени с одной переменной.

Графический метод решения неравенств:

- Решение неравенства второй степени с одной переменной можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых соответствующая квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.
- При решении неравенства графическим способом важно знать как направлены ветви параболы – вверх или вниз и каковы абсциссы точек её пересечения с осью x, координаты вершины параболы нас не интересуют.

Решение неравенс $D < 0$ торой степени при

- ***Неравенство вида*** $ax^2 + bx + c > 0$

  $a > 0$

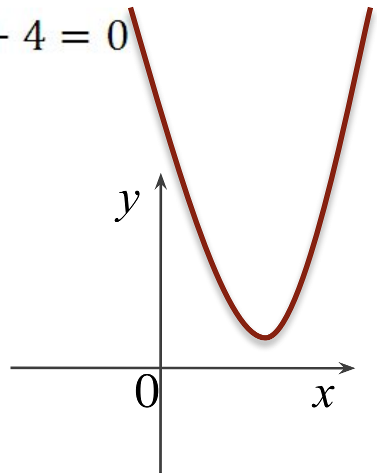
  $x \in (-\infty; \infty)$

- ***Пример 1.*** Решим неравенство $x^2 - 3x + 4 > 0$
- Рассмотрим функцию $y = x^2 - 3x + 4$
- Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
- Найдем нули функции. Решим уравнение $x^2 - 3x + 4 = 0$

  $D = 9 - 16 = -7 < 0$

- Уравнение не имеет корней.
- Значит парабола не имеет общих точек с осью *x*.
- Показав схематически расположение параболы в координатой плоскости, найдем, что функция принимает положительные значения при любом *x*.
- Ответ:

  $x \in (-\infty; \infty)$



Решение неравенс $D < 0$ торой степени при

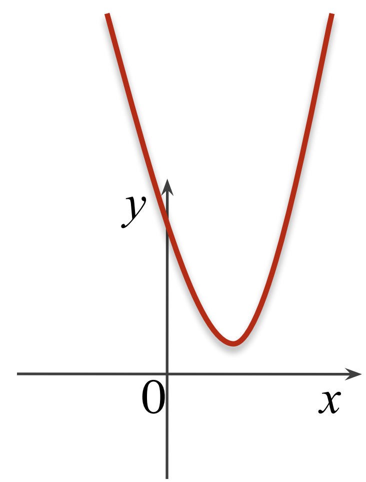
- ***Неравенство вида*** $ax^2 + bx + c \geq 0$

  $a > 0$

  $x \in (-\infty; \infty)$
- ***Пример 2.*** Решим неравенство: $x^2 - x + 1 \geq 0$
- Рассмотрим функцию $y = x^2 - x + 1$
- Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
- Найдем нули функции. Решим уравнение

  $x^2 - x + 1 = 0$
- Уравнение не имеет корней $D = 1 - 4 = -3$
- Значит парабола не имеет общих точек с осью *x*.
- Показав схематически расположение параболы в координатой плоскости, найдем, что функция принимает положительные значения при любом *x*.
- Ответ:

  $x \in (-\infty; \infty)$



Решение неравенс $D < 0$ орой степени при

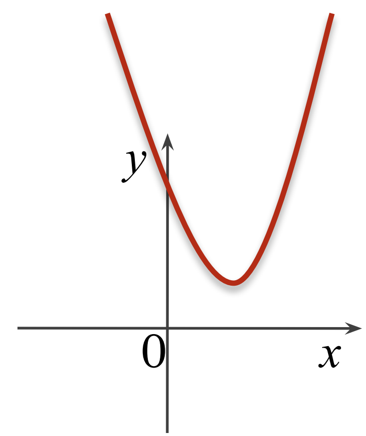
- ***Неравенство вида*** $ax^2 + bx + c < 0$

  $a > 0$

  Нет решений

- ***Пример 3.*** Решим неравенство: $2x^2 + x + 4 < 0$
- Рассмотрим функцию $y = 2x^2 + x + 4$
- Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
- Найдем нули функции. Решим уравнение $2x^2 + x + 4 = 0$

  $D = 1 - 32 = -31 < 0$
- Уравнение не имеет корней.
- Значит парабола не имеет общих точек с осью *x*.
- Показав схематически расположение параболы в координатой плоскости, найдем, что функция не принимает отрицательных значений.
- Ответ: нет решений.



Решение неравенс $D < 0$ торой степени при

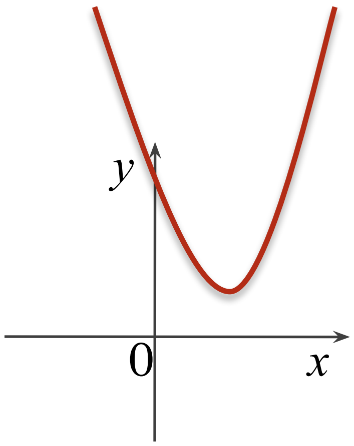
- ***Неравенство вида***

$$ax^2 + bx + c \le 0$$
$$a > 0$$
Нет решений

- ***Пример 4.*** Решим неравенство: $2x^2 - 3x + 4 \le 0$
- Рассмотрим функцию $y = 2x^2 - 3x + 4$
- Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
- Найдем нули функции. Решим уравнение $2x^2 - 3x + 4 = 0$

$$D = 9 - 32 = -23 < 0$$

- Уравнение не имеет корней.
- Значит парабола не имеет общих точек с осью x.
- Показав схематически расположение параболы в координатой плоскости, найдем, что функция не принимает отрицательных значений.
- Ответ: нет решений.



$a < 0$

Решение неравенс $D < 0$ орой степени при

- Неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$

  $a < 0$

  Нет решений

- ***Пример 5.*** Решим неравенство: $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 8 > 0$
- Рассмотрим функцию $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 8$
- Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз.
- Найдем нули функции. Решим уравнение $-\frac{1}{4}x^2 + 2x - 8 = 0$

  $D = 4 - 8 = -4 < 0$

- Уравнение не имеет корней.
- Значит парабола не имеет общих точек с осью *x*.
- Показав схематически расположение параболы в координатой плоскости, найдем, что функция не принимает положительных значений.
- Ответ: нет решений.