Муниципальное образовательное учреждение «Лицей №17»

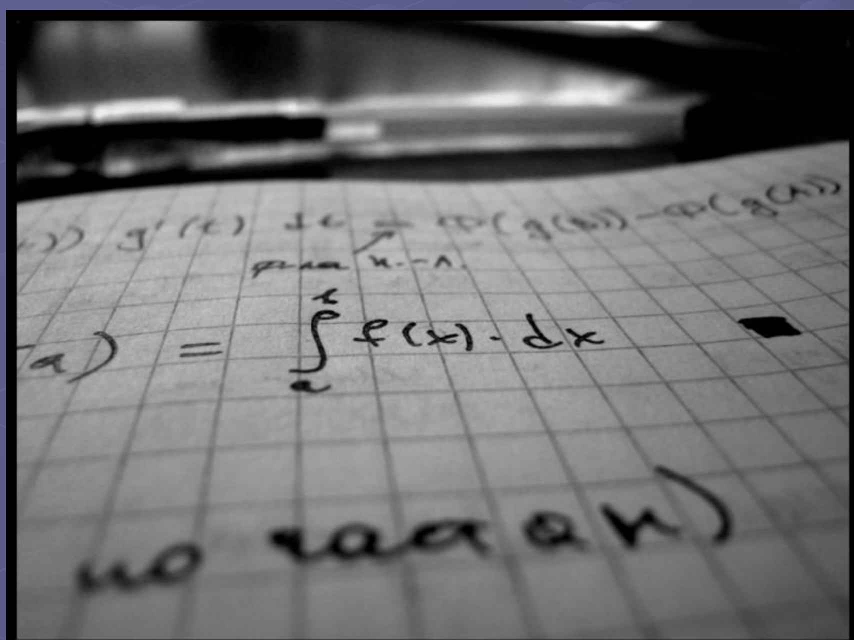
**Фестиваль исследовательских и творческих работ учащихся «Портфолио»**

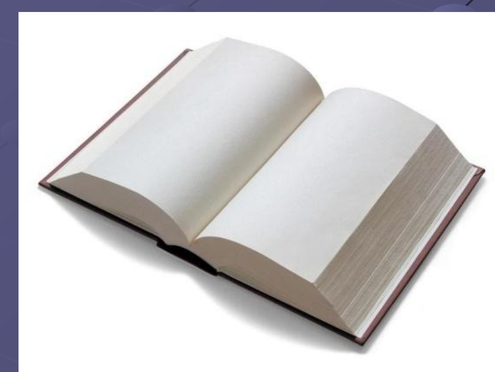
# Проектная работа

**Выполнила:**
**Шульгина Дарья,**
**ученица 8А класса**
**Руководитель:**
**Зандер**
**Светлана Ивановна,**
**учитель математики**

**Славгород, 2009**

# Решение нестандартных задач





- Какая же задача называется нестандартной? «нестандартные задачи – это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих их решение» (Фридман Л.Н. Как научиться решать задачи).
- Однако понятие «нестандартная задача» относительное. Одна и та же задача может быть и стандартной и нестандартной, в зависимости от того, знаком ученик с задачами такого типа или нет.

Таким образом, нестандартная задача – это задача, алгоритм решения которой учащемуся неизвестен. Для решения таких задач мы выделили 4 ступени:

- 1.изучение условия задачи
- 2.поиск плана решения
- 3. осуществление плана, т.е. оформление найденного решения
- 4.изучение полученного решения – критический анализ результата и отбор полезной информации.

# Идея создания проекта:

просмотрев задания олимпиад за несколько прошлых лет, я поняла, что не могу их так сразу решить, но убедилась, что это задачи нестандартного типа. Я попытались классифицировать их и разбила на несколько групп.

Цель данного проекта: научиться решать олимпиадные задачи определённого типа

# В связи с этим можно выделить следующие задачи проекта:

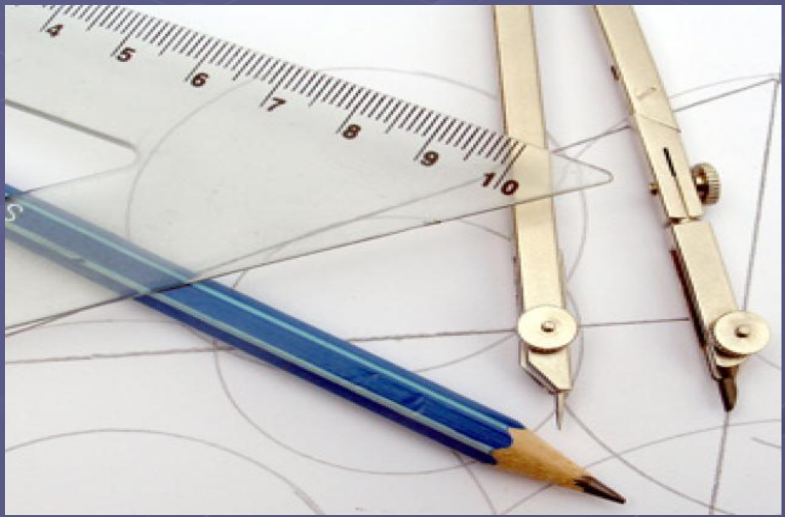
- составить подборку задач по теме: задачи на делимость многозначного числа на натуральное
- решить эти задачи различными способами
- использовать вспомогательные задачи
- попытаться научиться составлять вспомогательные задачи
- использовать метод полной индукции (метод перебора всех возможных случаев), метод неполной индукции (рассмотрение некоторых частных примеров) и решение в общем виде – дедукции
- закрепить признаки делимости

Я попытаюсь изложить материал так, чтобы он стал доступен и понятен и другим учащимся, для этого выступлю на элективных курсах, на конференции. В своём проекте я постараюсь показать ход действий, направление мысли при решении одной интересной задачи. Во что вылились наши поиски, исследования, вы и увидите в этом проекте

# При просмотре олимпиадных заданий мы столкнулись с такой задачей:

* Дано многозначное число $\overline{abc\ldots kxyz}$. Отделив от него трёхзначное число, образованное последними цифрами, получим два числа $\overline{abc\ldots k}$ и $\overline{xyz}$. Доказать, что если разность полученных чисел делится на 7 (11, 13), то и данное число делится на 7 (11, 13)

Решить сразу эту задачу я не смогла, тогда учительница предложила решить вспомогательную задачу




- **В шестизначном числе 1-я цифра совпадает с 4-й, 2-я с 5-й, 3-я с 6-й. Докажите, что это число кратно 7, 11, 13

Я не смогла найти подход к этой задаче, пришлось изучить некоторые основные понятия, условности, обозначения по этой теме, затем прорешать задачи повышенной сложности из учебника алгебры 7 класса

# Основные понятия

- $\overline{авс}$ означает число, в котором а – сотни, в – десятки, с – единицы. Это число можно представить в виде многочлена: $\overline{авс}$ = 100* а + 10*в + с

# Закрепим на примерах

1.Представим в виде многочлена:

а) $\overline{xy} = 10x+y$

б) $\overline{yx} = 10y+x$

в) $\overline{aов} = 100a + 10o + в$

г) $\overline{aвcd} = 1000a + 100в + 10c + d$

2.Представьте в виде многочлена и упростите его:

а) $\overline{\text{авс}} + \overline{\text{сва}}$ = 100а + 10в + с + 100с + 10в + а = 101а + 20в + 101с

б) $\overline{\text{авс}} + \overline{\text{вс}}$ = 100а + 10в + с + 10в + с = 100а +20в + 2с

в) $\overline{\text{авс}} – \overline{\text{ва}}$ = 100а + 10в +с – 10в – а = 99а + с

г) $\overline{\text{авс}} – \overline{\text{ас}}$ = 100а + 10в + с – 10а - с = 90а + 10в

3. Доказать что:

а) Сумма чисел $\overline{\text{ав}}$ + $\overline{\text{ва}}$ кратна сумме (а + в).

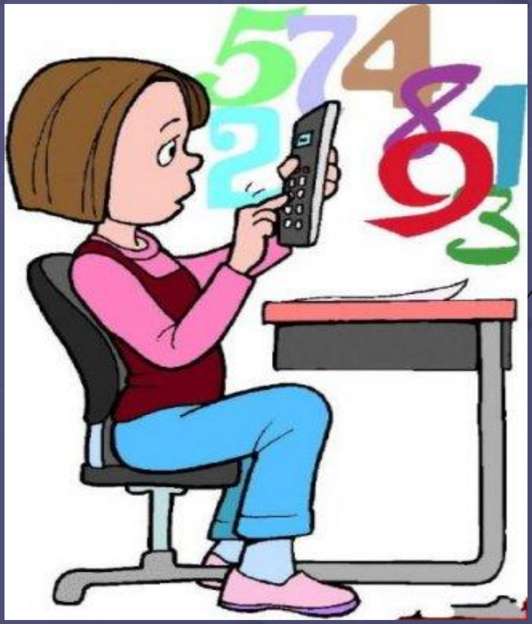
Представим в виде многочлена: 10а + в + 10в + а = 11а + 11в = 11(а+в) т.к один из множителей делится на (а+в), то и все произведение делится на (а+в)

б) Разность чисел $\overline{\text{ав}}$ – $\overline{\text{ва}}$ кратна 9

Представим в виде многочлена: $\overline{\text{ав}}$ – $\overline{\text{ва}}$ = 10а + в – 10в – а = 9а – 9в = 9(а-в) т.к один из множителей делится на 9, то и все произведение кратно 9.

# Задача

Доказать, что если к двузначному числу прибавить число оканчивающееся теми же цифрами, но в обратном порядке, то полученная сумма будет кратна 11. Выполняется ли свойство для трехзначных чисел?



# РЕШЕНИЕ:

$\overline{\text{ав}}+\overline{\text{ва}}$ = 10а + в + 10в + а = 11а+11в = 11 ( а+в) число кратно 11

Попробуем использовать этот же алгоритм для трехзначных чисел.

$\overline{\text{авс}}$ +$\overline{\text{сва}}$ = 100а +10в+с+100с+10в+а= 101а+20в+101с свойство не выполняется. Число не делится на 11

# Вернёмся к вспомогательной задаче **

Обозначим 1ц – а, 2я – в, 3я – с , тогда число $\overline{\text{авсавс}}$= 100000а + 10000в + 1000с + 100а + 10в + с =1000 ( 100а + 10в + с ) + $\overline{\text{авс}}$ = 1000$\overline{\text{авс}}$ + $\overline{\text{авс}}$ = 1001$\overline{\text{авс}}$ = 11*7*13 $\overline{\text{авс}}$ кратно 7,11,13

# Вернёмся к первоначальной задаче *

$\overline{\text{авс…к}} - \overline{\text{xyz}} = ?$

Сначала я никак не могла расписать разность, но потом я поняла, что разность делится на 7

$\overline{\text{авс…к}}\,\overline{\text{xyz}} = 1000\,(\overline{\text{авс…к}}) + \overline{\text{xyz}} = 1000$
$\overline{\text{авс…к}} + \overline{\text{авс…к}} - \overline{\text{авс…к}} + \overline{\text{xyz}} = 1001\,\overline{\text{авс…к}} +$
$(\overline{\text{xyz}} - \overline{\text{авс…к}})$ скобка уже делится на 7 , то и число 1001 тоже делится на 7, т.к каждое слагаемое делится на 7, то и вся сумма делится на 7 ( признак делимости суммы)

Теперь мы можем сами вывести признак делимости на 7,11,13

# ГИПОТЕЗА!

Если разность между самим многозначным числом и числом, состоящим из 3х последних цифр, делится на 7,11,13, то и все число делится на 7,11,13

НАПРИМЕР: 235 123 Вычтем из самого числа меньшее число и разность разделим на 7

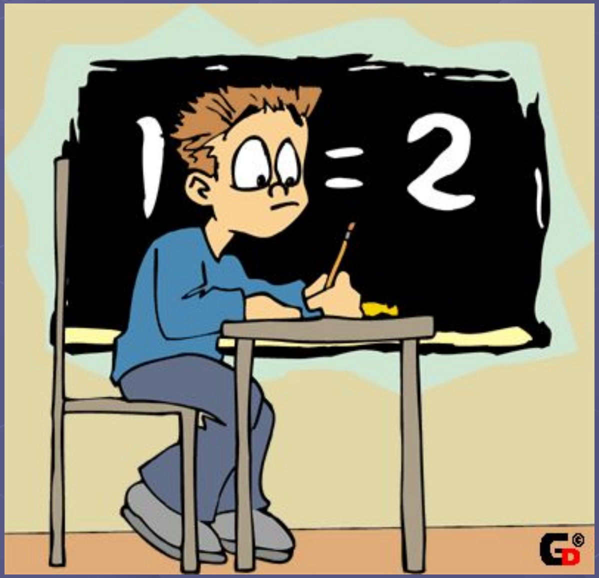
235 – 123 = 112 : 7 = 16

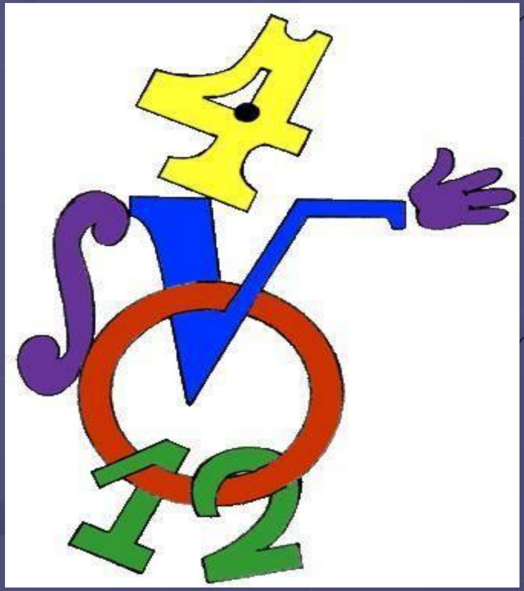
Проверим делится ли само число на 7. Число делится!

А, например, число 234123 не делится на 7.

(проверено на10 примерах)

Решив данную задачу, стало интересно, можно ли этот подход применить к другим подобным задачам, например таким:



# Задача. Найти двузначное число, которое в 4 раза больше суммы его цифр

Решение: (1 способ) пусть само число $\overline{ав} = 10а + в$, $0 \angle а \angle 9$, $0 \angle в \angle 9$

По условию задачи составим уравнение

$10а + в = 4 ( а + в )$

$6а = 3в$

$2а = в$

в этом уравнении нужно решать с помощью подбора , учитывая что а,в – цифры ( использовать метод полной индукции)

Если а = 1 то в = 2, т.е число = 12

а = 2 то в = 4 т.е число = 24

а = 3 то в = 6 т.е число = 36

а = 4 то в = 8 т.е число = 48

а = 5 то в = 10 такого быть не может т.к в не должно быть больше 9

ОТВЕТ: 12, 24,36,48

# 2 – ой способ

РЕШЕНИЕ: $\overline{\text{ав}}$ больше (а + в) в 4 раза

Возьмем например а = 1 ( 1 *10), в = 4

ав = 14

14 не больше 5 в 3 раза

Возьмем а = 1 ( 1 *10), в =3

ав = 13

13 не больше 4 в 4 раза

Возьмем а = 1 ( 1 *10), в = 2

ав = 12

12 больше 3 в 4 раза !

Так же можно взять числа 24, 36, 48

# ЗАДАЧА

К некоторому двузначному числу слева и справа приписали по 1. В результате получили число, в 23 раза больше первоначального. Найти это двузначное число.

РЕШЕНИЕ1: $1*\overline{ав}*1=23*\overline{ав}$ $\overline{ав}=10а+в$

$1000+10\overline{ав}+1=23\overline{ав}$

$1001=13\overline{ав}$

$\overline{ав}=77$

Ответ:77

# РЕШЕНИЕ (способ 2):

$1\overline{ав}1=23\overline{ав}$

Вместо в должно быть число 7 т.к 3*7= ( а $1\overline{ав}1$ заканчивается 1)

1а71=23 а7

1000+100а+10в+1=230а+23в

130а+13в=1001

130а+13*7=1001

130а=910

а=910/130

а=7 а - десятки, в – единицы ав=77

ответ:77

# ЗАДАЧА

Если к задуманному числу справа приписать 0 и результат вычесть из числа 143, то получится утроенное задуманное число. Какое число задумано?

РЕШЕНИЕ: 143 – хо=3*х

Если х - однозначное, то хо – двузначное число

143-10х-о=3х

143=13х

Х=11 ( задуманное число)

Если х – двузначное число, то хо – трехзначное

143-100х-о=3х

143=103х

Х=1 (приблизительно) (ВАРИАНТ не подходит)

# Вспомогательные задачи

( придуманные мною)

1. К числу х приписали справа цифру 3, представить полученное число в виде суммы, если х  а)двузначное число б) трёхзначное число
2. К числу у приписали слева цифру 7, представить полученное число в виде суммы, если у  а)двузначное число б) трёхзначное число

# Рефлексия

- Мне очень понравилось работать с этим типом задач ( разложение на множители в виде разрядных слагаемых). Эти задачи не просты в решении, поэтому к ним нужен особый подход. Может поэтому они мне очень понравились. Тем более эти задачи помогут при подготовке и проведении  олимпиадных задач. В дальнейшем я хочу разобраться в решении задач со степенями

# Литература

- Энциклопедический словарь юного математика/Составитель Э-68 А.П. Савин,-М., Педагогика,1989
- Алгебра, 7класс. Под редакцией С.А. Теляковского

Спасибо за внимание!