

14.01.2016

тема урока:

**« Решение простейших
тригонометрических
уравнений »**



Халиди Сауле Мухтаркызы

*ГККП «Колледж общественного
питания и сервиса» г. Астаны*

Девиз

« Не делай никогда того, чего не знаешь , но научись всему, что следует знать»

Пифагор

Цели урока:



Образовательные:

- ❖ Актуализировать знания учащихся по теме «Решение простейших тригонометрических уравнений» и обеспечить их применение при решении задач;
- ❖ Повторить, углубить, обобщить и систематизировать приобретенные знания по теме «Обратные тригонометрические уравнения» для дальнейшего использования при решении тригонометрических уравнений.

Развивающие:

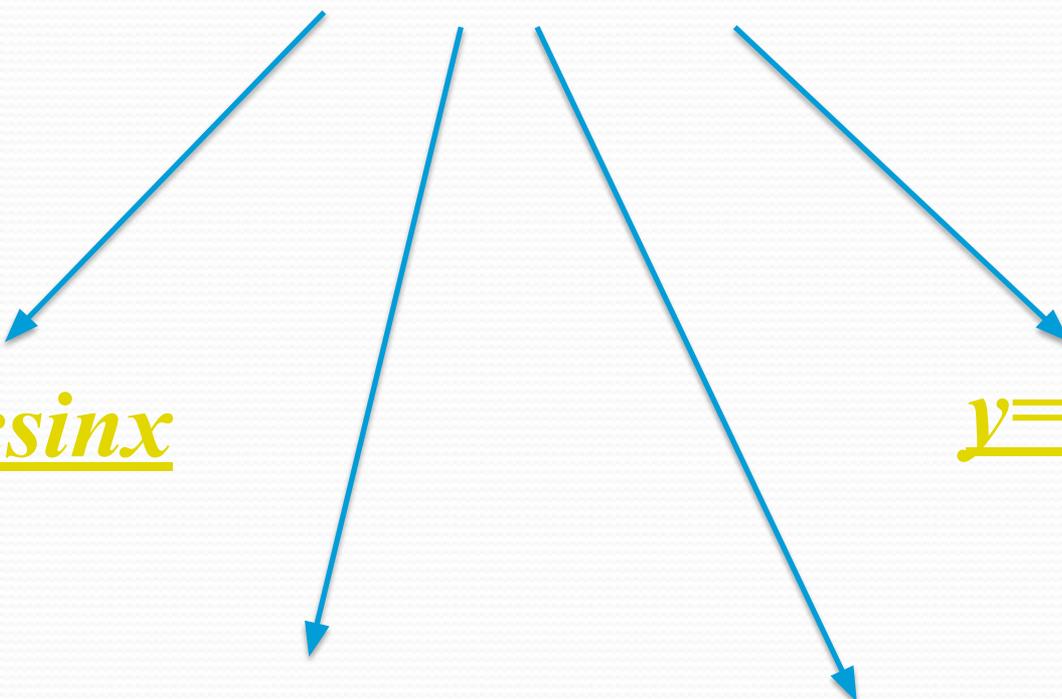
- ❖ **Содействовать развитию у учащихся мыслительных операций: умение анализировать, синтезировать, сравнивать;**
- ❖ **Формировать и развивать общеучебные умения и навыки: обобщение, поиск способов решения;**
- ❖ **Отрабатывать навыки самооценивания знаний и умений, выбора задания, соответствующего их уровню развития.**

Воспитательные:

- ◆ **Вырабатывать внимание, самостоятельность при работе на уроке;**
- ◆ **Способствовать формированию активности и настойчивости, максимальной работоспособности;**
- ◆ **Развивать интерес к урокам математики.**



Обратные тригонометрические функции



$y = \arcsin x$

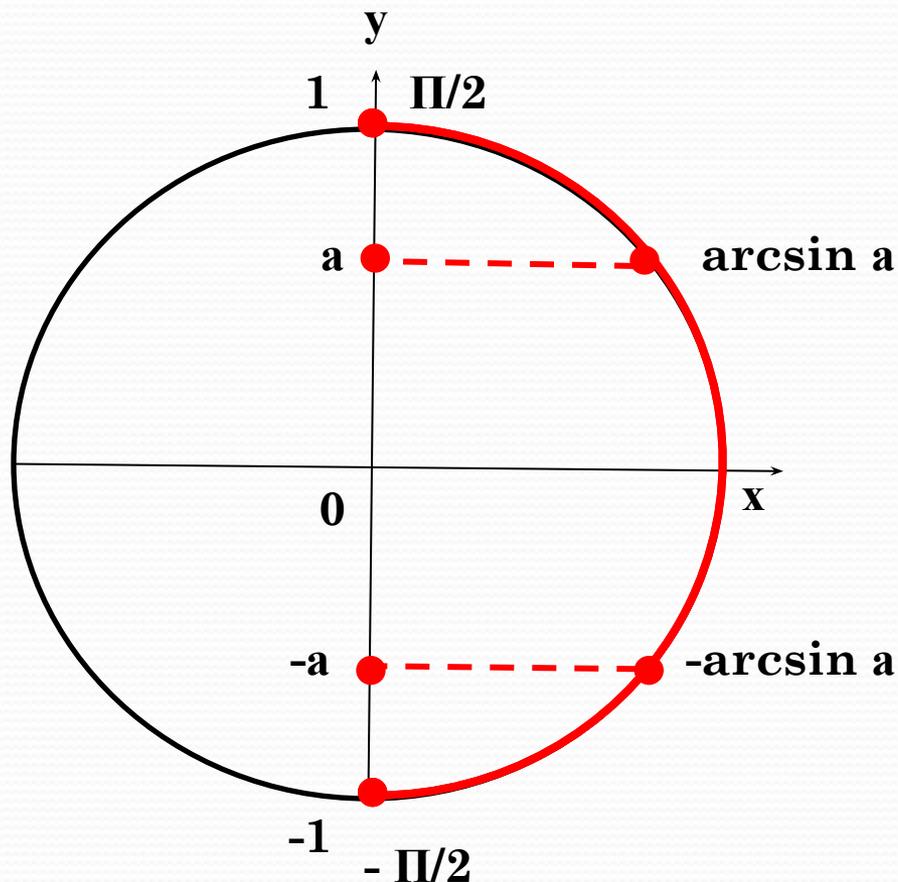
$y = \arccos x$

$y = \arctg x$

$y = \text{arcctg} x$

Арксинус и решение уравнений $\sin t = a$.

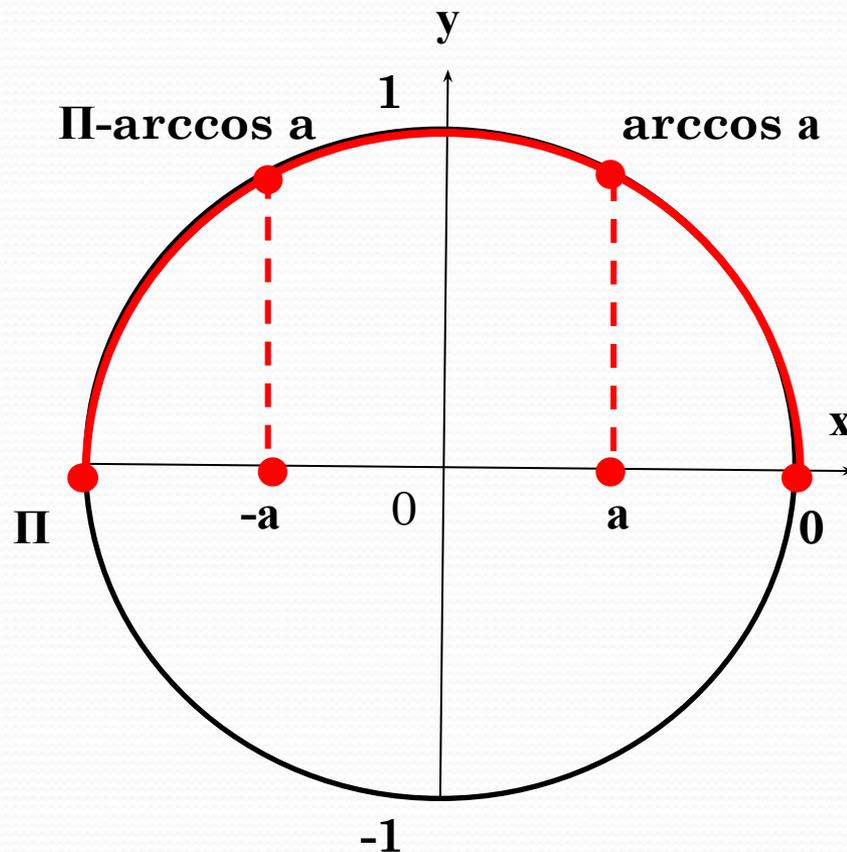
Арксинусом числа a называют такое число из отрезка $[-\pi/2; \pi/2]$, синус которого равен a .



$$\arcsin (-a) = -\arcsin a$$

Арккосинус и решение уравнений $\cos t = a$.

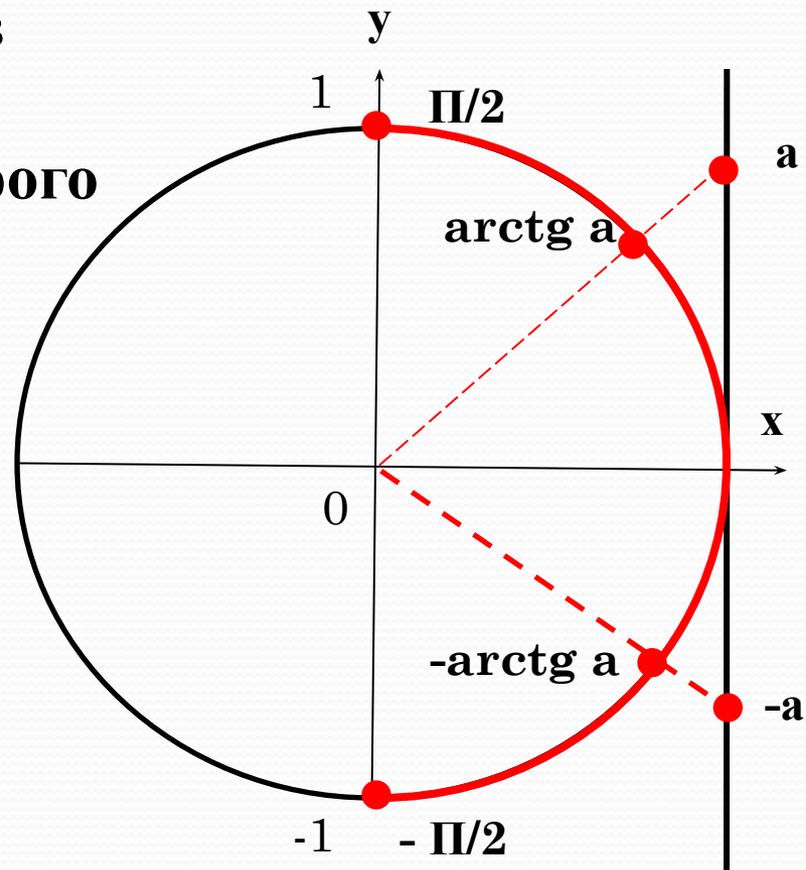
Арккосинусом числа a называют такое число из промежутка $[0; \pi]$, косинус которого равен a



$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Арктангенс и решение уравнений $\operatorname{tg} t = a$.

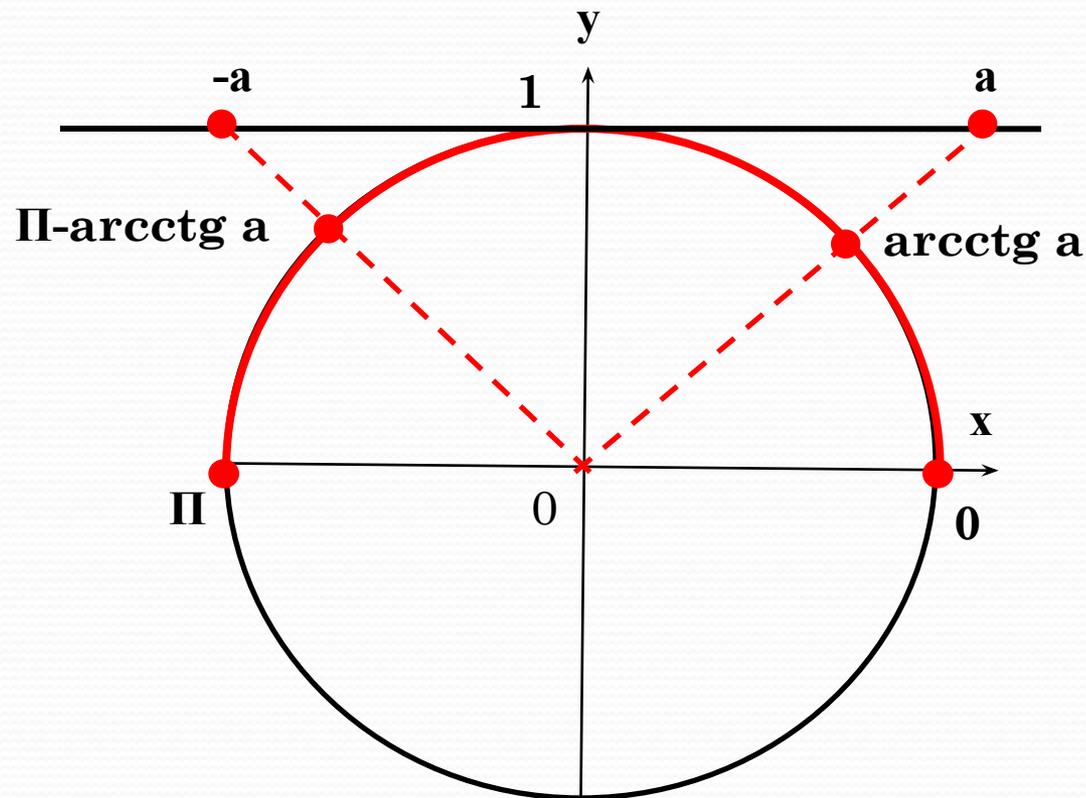
Арктангенсом числа a называют такое число из интервала $(-\pi/2; \pi/2)$, тангенс которого равен a



$$\operatorname{arctg} (-a) = -\operatorname{arctg} a$$

Арккотангенс и решение уравнений $\operatorname{ctg} t = a$.

Арккотангенсом числа a называют такое число из интервала $(0; \Pi)$, котангенс которого равен a



$$\operatorname{arcctg} (-a) = \Pi - \operatorname{arcctg} a$$

Определение

- Уравнения с неизвестной переменной, заданной в виде аргумента тригонометрической функции, называется **тригонометрическим уравнением**.
- Решить тригонометрическое уравнение – значит найти значения аргумента, приводящие данное уравнение в верное тождество.
- **Простейшими тригонометрическими уравнениями** называют уравнения вида $\cos x=a$, $\sin x=a$, $\operatorname{tg} x= a$, $\operatorname{ctg} x=a$. В этих уравнениях переменная находится под знаком тригонометрической функции, a – данное число.



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

Если $ a \leq 1$, то уравнение $\sin t = a$ имеет решение $t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$		
$\sin t = 1$, то $t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin t = -1$, то $t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin t = 0$, то $t = \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Если $ a \leq 1$, то уравнение $\cos t = a$ имеет решение $t = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$		
$\cos t = 1$, то $t = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.	$\cos t = -1$, то $t = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos t = 0$, то $t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Уравнение $\operatorname{tg} t = a$ имеет решения $t = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.		
Уравнение $\operatorname{ctg} t = a$ имеет решение $t = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$		

Примеры уравнений.

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

Уравнение переносом слагаемого и делением обеих частей легко сводится к простейшему.

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

Разделим обе части на 4.

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

О:

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$

Это частный вид
уравнения $\cos t = a$
 $a = 0$

$$\frac{\pi}{3} - 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

→

$$-3x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

$$-3x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad | \quad \div (-3)$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

Ответ : $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$

$$\operatorname{tg} (3x + \pi/4) + 1 = 0.$$

РЕШЕНИЕ:

$$\operatorname{tg} (3x + \pi/4) = -1;$$

$$3x + \pi/4 = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$3x = -\pi/4 - \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$3x = -\pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = -\pi/6 + \pi/3 n, n \in \mathbb{Z};$$

ОТВЕТ: $x = -\pi/6 + \pi/3 n, n \in \mathbb{Z}.$

Запомни

Частные случаи решений уравнения

$$|a| < 1 \quad a=0 \quad a=1 \quad a=-1 \quad a \neq 0$$

$$\sin t = a \quad t = \pi k \quad t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad t = (-1)^k \arcsin a + \pi k$$

$$\cos t = a \quad t = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad t = 2\pi k \quad t = \pi + 2\pi k \quad t = \pm \arccos a + 2\pi k$$

$$\operatorname{tg} t = a \quad t = \pi k \quad t = -\frac{\pi}{4} + \pi k \quad t = \arctg a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} t = a \quad t = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \left[\begin{array}{l} t = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ t = \frac{3\pi}{4} + \pi k \end{array} \right. \quad t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Свойства аркфункций

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$$

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x,$$

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x) = x.$$

Закрепление знаний и умений.

Работа с учебниками (№81, №82, стр 59
Учебник. Алгебра и начала анализа. 10
класс. А. Е. Абылкасымова.



Самостоятельная работа обучающего характера

тригонометрия

тест



Реши сам

Группа 1

Группа 2

Решите уравнения:

1. $\sin x = \frac{1}{2}$

2. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

3. $2 \cos(\pi - x) + 1 = 0$

1. $\cos 3x + 4 = 0$

2. $4 \cos^2 x - 4 \cos x + 1 = 0$

$2 \sin 2x - 1 = 0$

п/п	ответ	код	п/п	ответ	код
1	Решений нет	С	5	$(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$	М
2	$\frac{\pi}{6} + \pi t, t \in \mathbb{Z}$	К	6	$\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	Р
3	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$	А	7	$(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} k, k \in \mathbb{Z}$	П
4	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	У	8	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$	О

Реши сам

Уровень А

Уровень Б

УРА

САМ

МОЛОДЦЫ

Домашнее задание



«Алгебра и начала анализа»
А.Е. Абылкасымова.
стр.60 №87, 88.

Фронтальным опросом вместе с учащимися подводятся итоги урока:

- Что нового узнали на уроке?
- Испытывали ли вы затруднения при выполнении самостоятельной работы?
- Какие пробелы в знаниях выявились на уроке?
- Какие проблемы у вас возникли по окончании урока?

*Спасибо, урок
окончен!!!*

