



□ *Лучинина*  
□ *Лариса*  
□ *Антиповна*

- учитель математики высшей
- квалификационной категории
- ГОУ НПО ПУ № 72
- г. Королёв Московской области





*Урок алгебры и начала анализа*

**«Решение простейших  
тригонометрических  
уравнений»**

# Цели и задачи

- **Образовательные** – вывести формулы решения простейших тригонометрических уравнений, сформировать у учащихся первичные умения и навыки их решения;
- **Развивающие** – развивать и совершенствовать у учащихся умение применять знания в изменённой ситуации; развивать логическое мышление, умение делать выводы и обобщения;
- **Воспитательные** – воспитывать у учащихся аккуратность, культуру поведения, чувство ответственности.

# Содержание урока

◆ Ход урока,  
деятельность  
учителя

I. **Организационный этап**

II. **Задачи:** ПОДГОТОВИТЬ  
учащихся к работе на  
уроке.

III. Взаимное  
приветствие;  
проверка  
подготовленности  
учащихся к уроку  
(рабочее место,  
внешний вид);  
организация  
внимания.

◆ Деятельность ученика

# II. Этап проверки домашнего задания

## Ход урока, деятельность учителя

**Задачи:** установить правильность и осознанность выполнения домашнего задания всеми учащимися.

1. Проверка домашнего задания у доски.

а) Сравнить:

$$\arctg(-\frac{1}{2}) \text{ и } \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{arctg}(\sqrt{3}) \text{ и } \arcsin 1$$

б) Вычислить:

$$\arctg(-\sqrt{3}) + \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \arcsin 1$$

$$\arcsin(-1) - \frac{3}{2}\arccos\frac{1}{2} +$$

$$+ 3\arctg(-\frac{1}{\sqrt{3}})$$

в) расположить в порядке возрастания:

## Деятельность ученика

Трое учащихся решают данные задания у интерактивной доски.

## *II. Этап проверки домашнего задания*

- Ход урока, деятельность учителя
- 2. С классом проводится фронтальный опрос и устная работа
- Вопросы:
- а) **Дать определение:**
- $\text{Arc sin } \alpha$ ,
- $\text{Arc cos } \alpha$ ,
- $\text{Arc tg } \alpha$
- $\text{Arc ctg } \alpha$ ;
- б) **Имеют ли смысл выражения:**
- $\text{Arc sin } 1/3$
- $\text{Arc cos } 2/5$
- $\text{Arc tg } 5$
- $\text{Arc ctg } \sqrt{3}$
- $\text{Arc cos } 1,8$
- $\text{Arc sin } (- 1,5)$
- Деятельность ученика
- **Учащиеся отвечают на вопросы учителя, выполняют устные упражнения.**

## II. Этап проверки домашнего задания

### Ход урока, деятельность учителя

в) Найти значение выражений и мотивировать свой ответ:

$$\text{arc sin } 0$$

$$\text{arc cos } \frac{1}{2}$$

$$\text{arc tg } \sqrt{3}$$

$$\text{arc ctg } 1$$

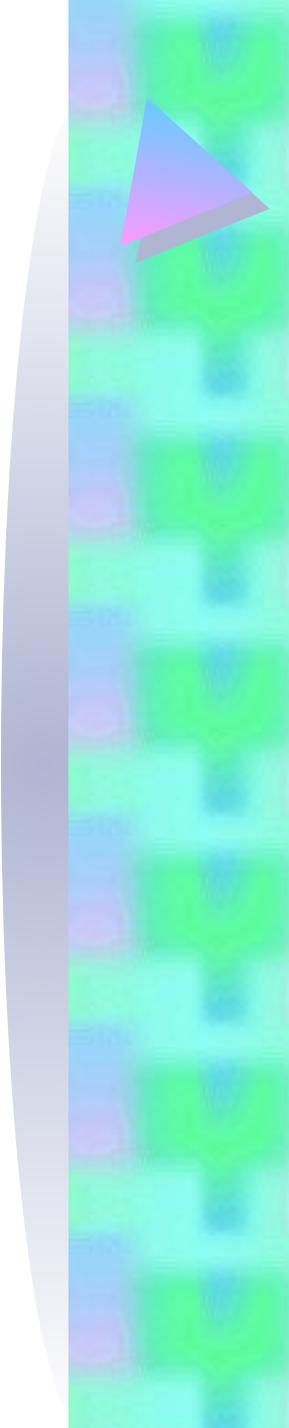
г) Расположить в порядке возрастания:

$$\text{arc sin } \frac{1}{2}; \text{ arc sin } \sqrt{3}/2; \text{ arc sin } \sqrt{2}/2;$$

$$\text{arc cos } 1; \text{ arc cos } \sqrt{2}/2; \text{ arc cos } \sqrt{3}/2.$$

### Деятельность ученика

Учащиеся отвечают на вопросы учителя, выполняют устные упражнения.



## II. Этап проверки домашнего задания

- Ход урока, деятельность учителя
- **3. Проверка работ, выполненных учащимися у доски.**
- **4. Назовите несколько значений угла поворота, при которых выполняются условия:**
  - $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ;
  - $\cos \alpha = 1$ ;
  - $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ .
- Деятельность ученика
- Каждый учащийся, выполнявший работу, комментирует свой пример.
- Предполагаемый вариант ответа:
- $\alpha = \arcsin \frac{1}{2} = \pi/6$
- Учитывая период функции синус  $\alpha = \arcsin \frac{1}{2} + 2\pi = 13\pi/6$  и т.д.

# ***III. Этап получения новых знаний***

## ***Ход урока, деятельность учителя***

**Задача:** познакомить учащихся с простейшими тригонометрическими уравнениями, вывести формулы и отработать первичные навыки их решения.

Учитель диктует, а учащиеся записывают тему урока: «Решение простейших тригонометрических уравнений».

Открывается флипчарт интерактивной доски, где записаны уравнения:

## ***Деятельность ученика***

Учащиеся привлекаются к определению координат точек пересечения графиков; Делают выводы по ходу рассуждений вместе с учителем.

Полученные формулы записывают в тетрадь.

# III. Этап получения новых знаний

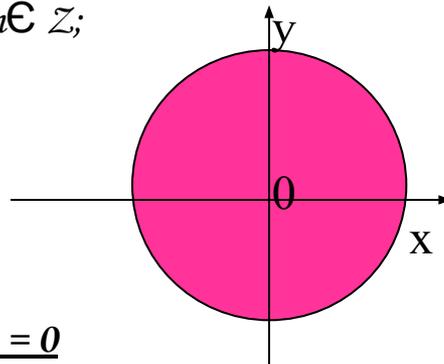
## Ход урока. деятельность учителя

1. Дается определение простейших тригонометрических уравнений.

2. Осуществляется решение уравнений:  $\sin t = 0$ ,  $t = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

$\cos t = 0$ .  $t = \pi/2 + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

## Деятельность ученика



$\sin t = 0$

Найдём на тригонометрической окружности точки с координатой 0.

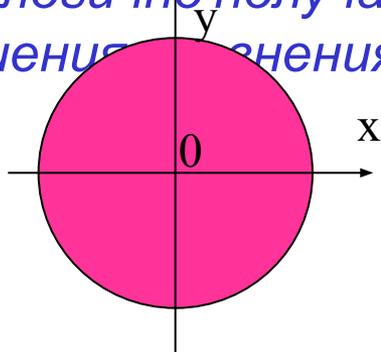
Из А (1;0) в них можно попасть поворотом на угол  $\pi n$ ; т.е.  $t = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

# ***III. Этап получения новых знаний***

**Ход урока, деятельность учителя**

**Деятельность ученика**

*Аналогично получают решения уравнения  $\cos t = 0$*



$$t = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

# ***III. Этап получения новых знаний***

- *Ход урока, деятельность учителя*
  - *Решения уравнений*
  - $\sin t = 1, t = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$
  - $\cos t = 1, t = 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$
  - $\sin t = -1, t = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$
  - $\cos t = -1, t = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$
  - учащиеся по вариантам получают самостоятельно и осуществляют проверку через представленную учителем таблицу.
  - Получили формулы решения уравнений (**Приложение №1**)
- *Деятельность ученика*

# III. Этап получения НОВЫХ ЗНАНИЙ

- Ход урока, деятельность учителя
- 4. Выводятся формулы корней уравнений:
- $\sin t = a$ ,  $\cos t = a$ ,  $\operatorname{tg} t = a$ .
- а) Для вывода формулы корней уравнения  $\sin t = a$  высвечивается флипчарт с изображением в одной системе координат графиков функций  $y = \sin x$  и  $y = a$ .
- Если  $a > 1$ , (см. рис. 1, приложение № 2), то графики функций  $y = \sin x$  и  $y = a$  не пересекаются, и уравнение  $\sin t = a$  не имеет корней.
- Если  $a < 1$ , (см. рис.2, приложение № 2), то на отрезке  $[-\pi/2; \pi/2]$  графики пересекаются в точке с абсциссой  $x = \arcsin a$ , и, учитывая период функции синус, получаем:
- $x = \arcsin a + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ; (1)
- Деятельность ученика

# III. Этап получения НОВЫХ ЗНАНИЙ

- Ход урока, деятельность учителя
- На отрезке  $[\pi/2; 3\pi/2]$  графики пересекаются в точке с абсциссой
- $x = \pi - \arcsin a$  и, учитывая период, получаем:
- $x = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, (2)$
- Эти две формулы можно объединить одной:
- $t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}, (3)$
- б) Аналогично выводятся формулы корней уравнений (см. приложение № 2, рис. 3, 4):
- $\cos t = a, t = \pm \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z},$
- $\operatorname{tg} t = a, t = \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
- Деятельность ученика

# III. Этап получения новых знаний

- Ход урока, деятельность учителя
- в) Для решения уравнений  $\operatorname{ctg} t = a$  используется тождество
- $\operatorname{tg} \alpha * \operatorname{ctg} \alpha = 1$ , откуда  $\operatorname{tg} \alpha = 1/\operatorname{ctg} \alpha$ , и записывают уравнение в виде:
- $\operatorname{tg} t = 1/a$ .
- По окончании вывода формул высвечивается флипчарт интерактивной доски с конспектом по теме урока (см. приложение № 3)
- Деятельность ученика

# IV. Этап первичного закрепления навыков решения простейших тригонометрических

Ход урока, деятельность учителя

**Задачи:** первичное закрепление навыков решения тригонометрических уравнений в ходе устной работы.

Устно решить уравнения:

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = 3$$

$$\cos x = \frac{1}{4}$$

$$\cos x = -2,4$$

$$\operatorname{tg} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = 1,7.$$

Решения высвечиваются на интерактивной доске по мере поступления ответов.

Деятельность ученика

Учащиеся, пользуясь полученными формулами, устно решают уравнения.

## уравнений

## ***У. Этап отработки умений и навыков по решению простейших тригонометрических уравнений.***

- **Ход урока, деятельность учителя**

- **Задачи:** отработать умения и навыки решения уравнений.
- У доски 4 учащихся по очереди решают по два уравнения:
- а)  $2\sin x = 1$ ,  $2\cos x = \sqrt{3}$ ;
- б)  $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$ ,  $\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 1 = 0$ ;
- в)  $\sin 2x = \sqrt{2}/2$ ,  $\cos x/3 = -\frac{1}{2}$ ;
- г)  $\operatorname{tg} x = 0,8$ ,  $\operatorname{ctg} x = 2,5$

- **Деятельность ученика**

- Учащиеся работают вместе с отвечающими у доски или решают уравнения самостоятельно и сверяют решение с записями на доске.

## ***VI. Этап проверки первичного усвоения знаний, умений и навыков по теме в ходе самостоятельной работы.***

- **Ход урока, деятельность учителя**

- **Задачи:** проверить степень усвоения нового материала, выявить пробелы в знаниях учащихся.

- **Самостоятельная работа.**

- **Решите уравнения:**

- 1 вариант

- $\sin x = -\sqrt{3}/2$

- $\cos x = 1,1$

- $2\sin x - 1 = 0$

- $\operatorname{tg} 2x = 1$

- 2 вариант

- $\cos x = 1/2$

- $\sin x = \sqrt{3}$

- $2\cos x - \sqrt{3} = 0$

- $\operatorname{ctg} 2x = 1$

- **Деятельность ученика**

- Учащиеся выполняют самостоятельную работу,
- по команде учителя обмениваются тетрадями и осуществляют взаимопроверку.
- Верное решение показывается учителем на интерактивной доске.

## *VII. Домашнее задание.*

- Ход урока,  
деятельность  
учителя
- **Задачи:** сообщить учащимся домашнее задание, дать краткий инструктаж по его выполнению.
- П.9, № 137 – 143 (з)
- Деятельность ученика
- Учащиеся записывают домашнее задание в тетради.



# Приложение № 1

$\sin t = 0$	$\sin t = 1$	$\sin t = -1$
$X = \pi n, n \in \mathbb{Z},$	$X = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z},$	$X = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z},$
$\cos t = 0$	$\cos t = 1$	$\cos t = -1$
$X = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z},$	$X = 2\pi n, n \in \mathbb{Z},$	$X = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z},$

# Приложение № 2

рис. 1

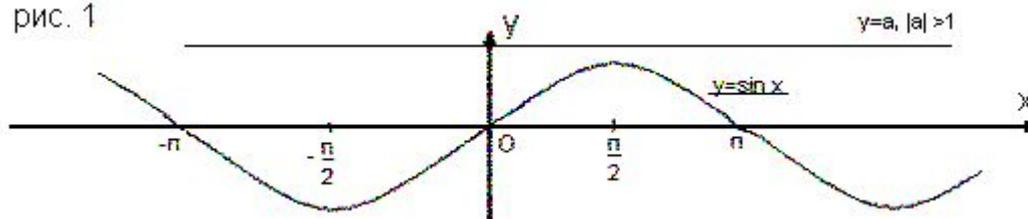


рис. 2

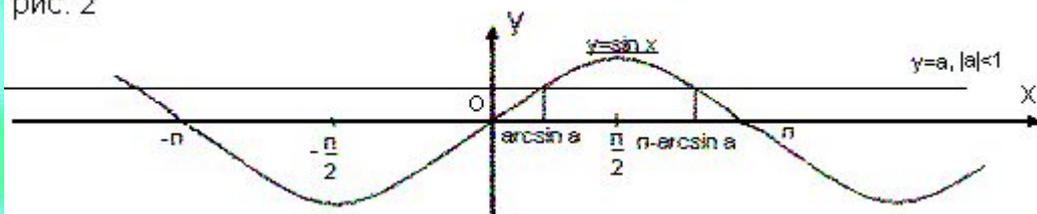


рис. 3

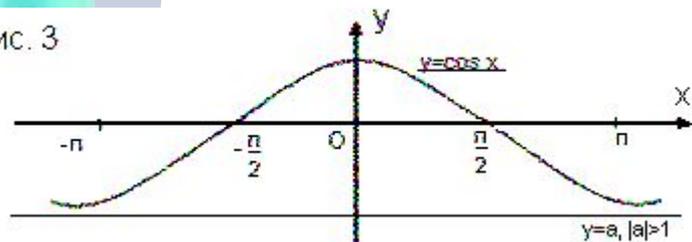
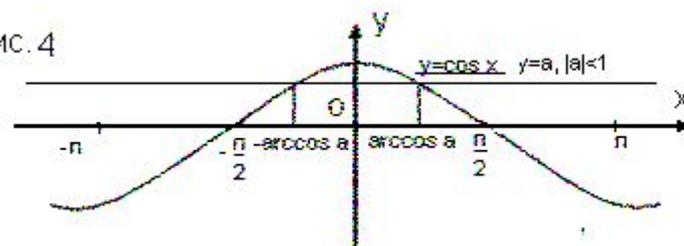


рис. 4



# Приложение № 3

- Решение простейших тригонометрических уравнений

- $\sin t = a,$   $\cos t = a$

- Если  $a = -1, 0, 1$  – см. частный случай

- Если  $|a| > 1$ , уравнения не имеют корней

- Если  $|a| < 1$ , то

- $t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

- $t = \pm \arccos a + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

- 

- $\operatorname{tg} t = a$

$$\operatorname{ctg} t = a$$

- $t = \operatorname{arc} \operatorname{tg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$t = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$