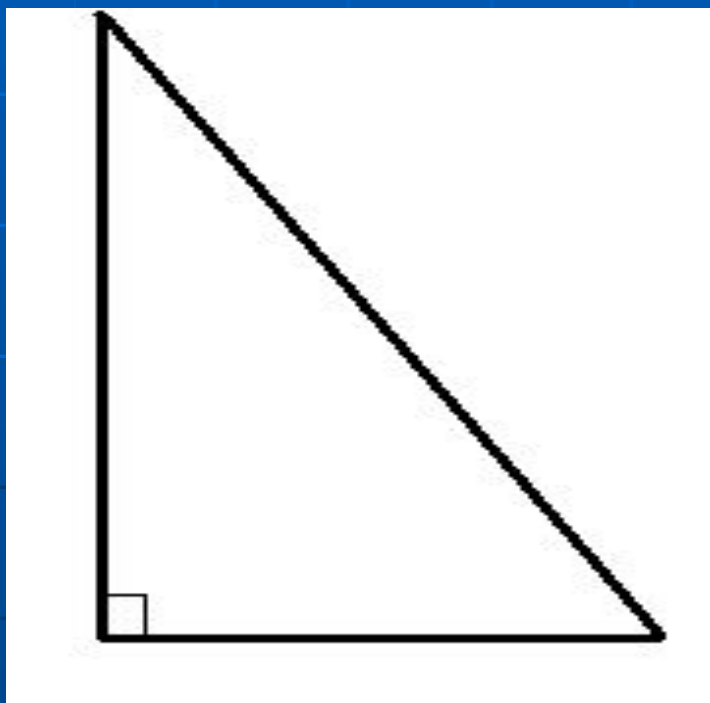
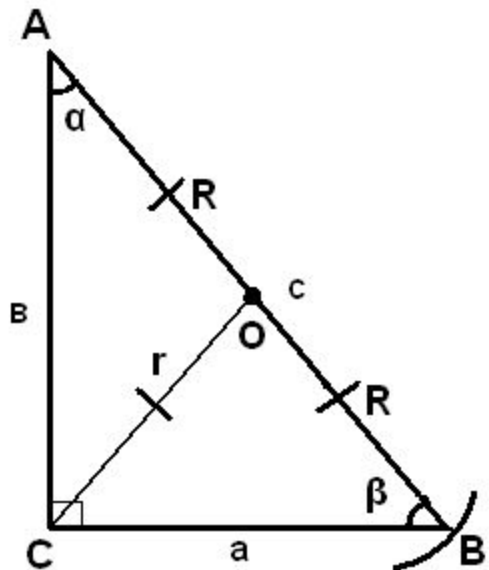


# Решение прямоугольного треугольника





$$1) \sphericalangle A + \sphericalangle B = 90^{\circ}, \sin A = \cos B$$

$$2) c^2 = a^2 + b^2$$

$$3) a = c \cos \beta$$

$$b = c \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} B = b/a$$

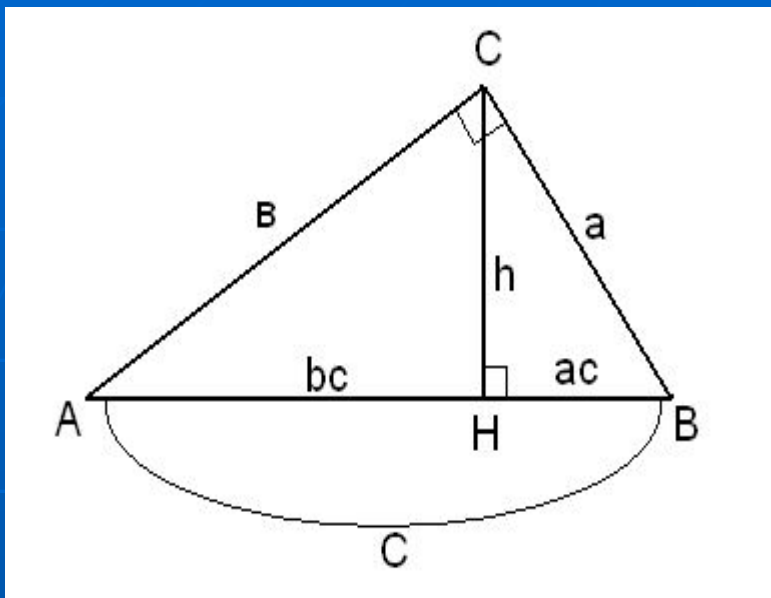
O – середина AB ( O – центр описанной окружности)

R- радиус описанной окружности,  
AB- диаметр описанной окружности.

$$R = 1/2 c$$

r- радиус вписанной окружности

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$



$$S_{\Delta} = 1/2ab$$

$h$  – высота, проведённая к гипотенузе  $C$ .

$$h = \frac{2S_{\Delta}}{c}$$

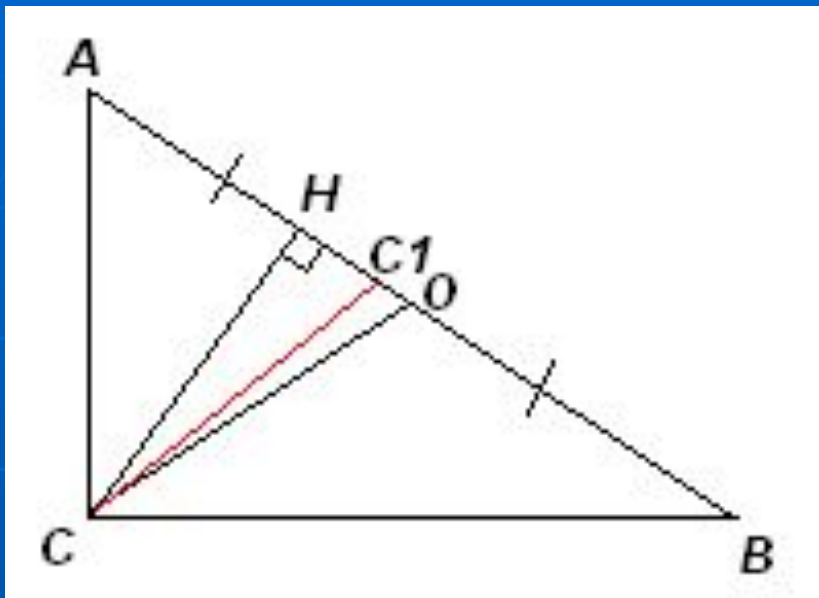
или

$$h = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$h^2 = ac \cdot bc$$

$$b^2 = c \cdot bc$$

$$a^2 = c \cdot ac$$



$\triangle ABC$ :

CO – медиана

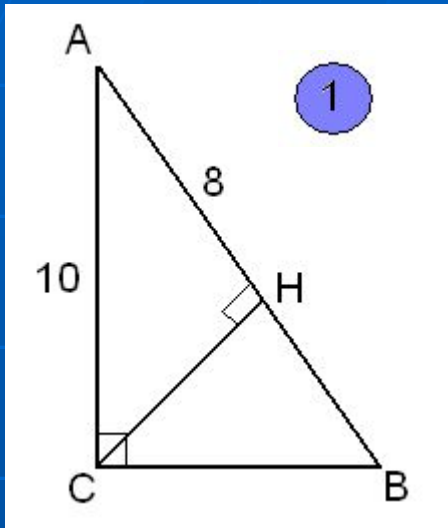
CH – высота

$CC_1$  – биссектриса  $\sphericalangle C$

Тогда  $\sphericalangle OCC_1 = \sphericalangle HCC_1$

Биссектриса прямого угла делит угол между высотой и медианой пополам, проведёнными из той же вершины угла.

# Примеры решения задач



Дано:

$\triangle ABC$  – прямоугольный ( $\angle C = 90^\circ$ ),  
CH – высота

$$AC = 10, AH = 8$$

Найти:

$$S_{\triangle ABC}$$

Решение:

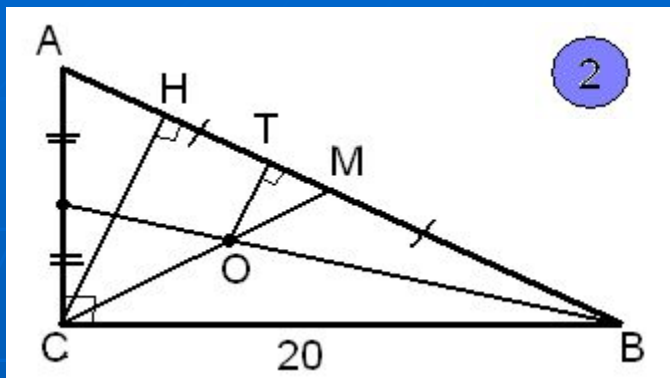
$$1) \triangle ACH: AH = 8; AC = 10; CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$2) CH^2 = AH \cdot HB, HB = CH^2 / AH = 6^2 / 8 = 9/2 = 4.5$$

$$3) AB = AH + HB = 8 + 4.5 = 12.5$$

$$4) S_{\triangle} = 1/2 AB \cdot CH = 1/2 \cdot 6 \cdot 12.5 = 37.5$$

Ответ. 37.5



Найти расстояние от точки пересечения медиан прямоугольного треугольника до его гипотенузы.

Дано:

$\triangle ABC$  – прямоугольный ( $\angle C = 90^\circ$ ),

$AB = 25$ ,  $BC = 20$

O – точка пересечения медиан.

Найти: OT

Решение:

Проведём CH – высоту, тогда  $OT \parallel OH$ , как перпендикуляры, проведённые к AB.

Значит  $\triangle OTM \sim \triangle OHM$ , следовательно  $\frac{OT}{CH} = \frac{OM}{CM}$  CM – медиана, значит  $OM / CM = 1/3$

Тогда  $OT / CH = 1/3$ , т.к. CH – высота, проведённая из вершины прямого угла, то

$$CH = AC \cdot BC / AB$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ (см)}$$

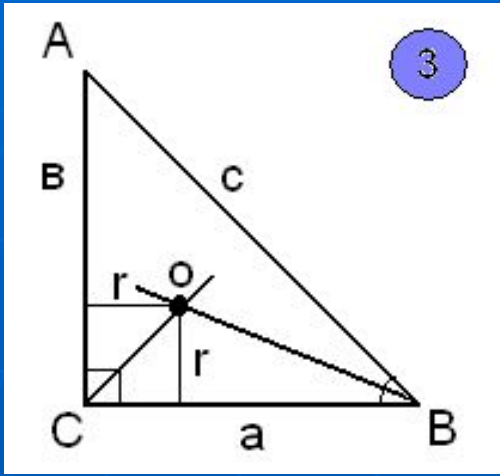
$$CH = 15 \cdot 20 / 25 = 12 \text{ (см)}$$

$$OT = CH / 3 = 12 / 3 = 4 \text{ (см)}$$

Ответ. 4 см

3

Периметр прямоугольного треугольника равен 72см, а радиус вписанной окружности равен 6см. Найти диаметр описанной окружности.



Дано:  
 $\triangle ABC$  – прямоугольный ( $\angle C = 90^\circ$ ),  
 $P = 72\text{см}$ ,  $r = 6\text{см}$ .

Найти:  $AB$

Решение:

$AB$ - диаметр описанной окружности.  $O$  - центр вписанной окружности ( точка пересечения биссектрис углов).

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

$$r = 6, (a + b - c) / 2 = 6$$

$P = a + b + c$ ,  $a + b = P - c = 72 - c$ , тогда

$$(72 - c - c) / 2 = 6,$$

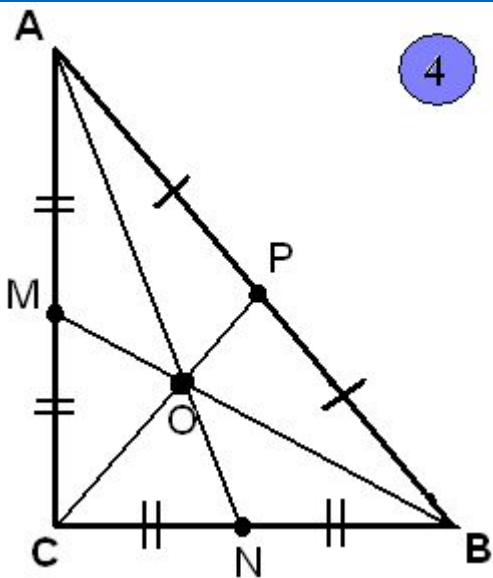
$$72 - 2c = 12,$$

$$2c = 60,$$

$$C = 30, AB = 30.$$

Ответ. 30 см

4



Дано:

$\triangle ABC$  – прямоугольный,  $BM$ ,  $AN$ ,  $CP$  – медианы.

$AN = 12$  см,  $BM = 4\sqrt{11}$  см.

Найти:  $CP$ 

Решение:

$P$  – середина  $AB$ .  $P$  – центр описанной окружности около  $\triangle ABC$ . Значит  $AP = PB = PC$ , следовательно  $CP = \frac{1}{2} AB$ .

$$\begin{cases} AN^2 = AC^2 + CN^2, \\ BM^2 = BC^2 + CM^2; \end{cases} \begin{cases} 144 = AC^2 + (1/2 BC)^2, \\ 176 = BC^2 + (1/2 AC)^2; \end{cases} \begin{cases} AC^2 + 1/4(BC)^2 = 144, \\ BC^2 + 1/4(AC)^2 = 176; \end{cases}$$

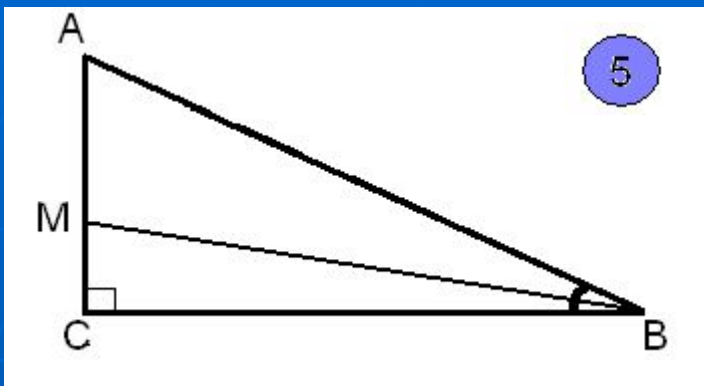
$$\begin{aligned} 5/4 AC^2 + 5/4 BC^2 &= 320, \\ 5/4 (AC^2 + BC^2) &= 320 / \cdot 4/5 \\ AC^2 + BC^2 &= 256. \end{aligned}$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2, \text{ значит } AB^2 = 256, AB = 16.$$

$$\text{Тогда } CP = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ (см)}$$

Ответ. 8 см





Дано:

$\triangle ABC$  – прямоугольный ( $\angle C = 90^\circ$ ),  
 $BM$  – биссектриса  $\angle B$ .  $\sin A = 0.8$ ,  $S_{\triangle CBM} = 8$

Найти:

$$S_{\triangle ABC}$$

Решение:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$S_{\triangle CBM} = \frac{1}{2} MC \cdot BC, \quad \frac{1}{2} MC \cdot BC = 8, \quad \underline{MC \cdot BC = 16. (1)}$$

$$\sin A = 0.8, \text{ значит } \cos B = 0.8$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{\sqrt{1 - \cos B}}{\sqrt{1 + \cos B}} = \frac{\sqrt{1 - 0.8}}{\sqrt{1 + 0.8}} = \frac{\sqrt{0.2}}{\sqrt{1.8}} = \frac{\sqrt{1/9}}{1} = \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{MC}{BC}, \quad \frac{MC}{BC} = \frac{1}{3}, \quad \underline{MC = \frac{1}{3} BC. (2)}$$

Подставим в (1) равенство, получим:  $BC \cdot \frac{1}{3} BC = 16, \quad \frac{1}{3} BC^2 = 16$

Значит  $BC^2 = 48, \quad BC = 4\sqrt{3}$  (см)

$\triangle ABC: \quad BC = 4\sqrt{3}, \quad \sin A = 0.8$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} A &= BC/AC, \quad AC = BC : \operatorname{tg} A = BC : \sin A / \cos A = 4\sqrt{3} : 0.8 / \sqrt{1 - (0.8)^2} = \\ &= 4\sqrt{3} \cdot 0.6 / 0.8 = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}. \end{aligned}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 18 \text{ (cm)}^2$$

Ответ.  $18 \text{ (cm)}^2$

# Реши самостоятельно:

1) В прямоугольном треугольнике ABC высота CH, проведенная из вершины прямого угла, равна 3, AC= 5. Найти  $S_{ABC}$

Ответ. 9.375.

2) В прямоугольном треугольнике ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ), проведена биссектриса BK. Найти  $9\sqrt{5}S$ , где S- площадь  $\triangle CBK$ .  $S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{5}$ , а  $\sin A = 2/7$ .

Ответ. 63.

3) В прямоугольном треугольнике ABC ( $\angle C = 90^\circ$ ). Через центр O – вписанной в треугольник окружности проведён луч BO, пересекающий катет AC в точке M. Известно, что  $AM = 8\sqrt{3}$ ,  $\angle A = \angle MBC$ . Найти гипотенузу.

Ответ. 24.

4) Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15см, а проекция второго катета на гипотенузу равна 16см. Найти диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ. 25см.

5) Гипотенуза АВ прямоугольного треугольника ABC равна  $2\sqrt{22}$ , а катет BC равен 6.

Найти длину медианы BK.

Ответ. 7.