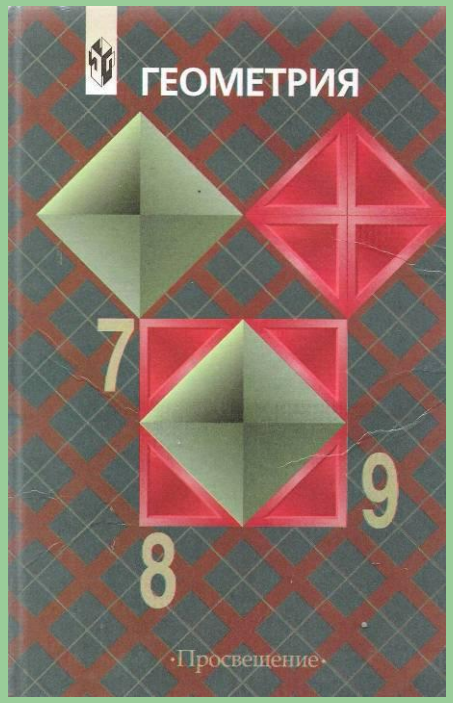
Решение треугольников



Геометрия 9 класс

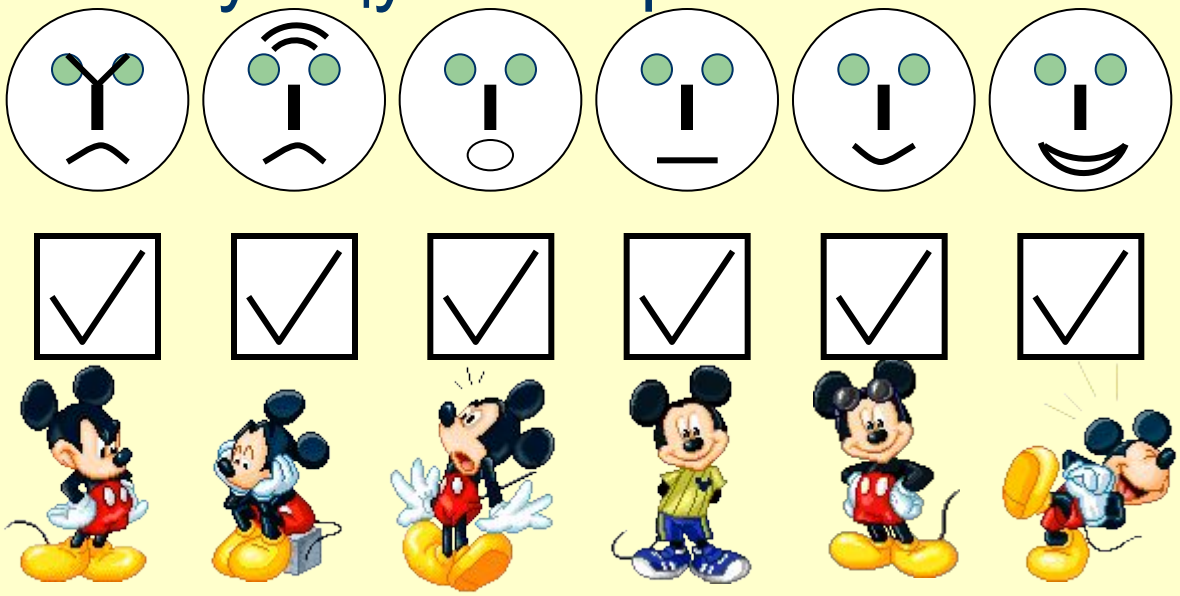
5klass.net

Организационный момент

Часто знает и дошкольник,
Что такое треугольник,
А уж вам-то, как не знать…
Но совсем другое дело –
Очень быстро и умело
Треугольники считать!

Психологическая разминка

Определите своё эмоциональное состояние в начале. Поставьте галочку в клетку, соответствующую настроению



Тест на определение истинности (ложности) утверждения

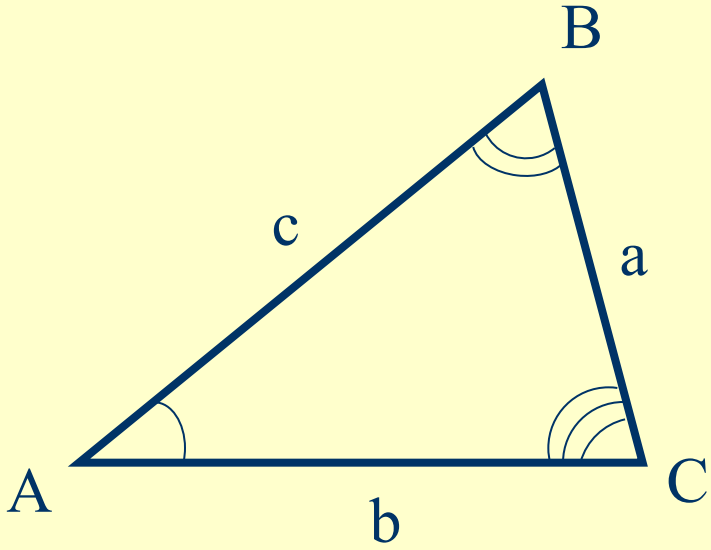
1. **И** В треугольнике против угла в 150º лежит большая сторона.
2. **И** В равностороннем треугольнике внутренние углы равны между собой и каждый равен 60º.
3. **Л** Существует треугольник со сторонами 2 см, 7 см, 3 см.
4. **И** Прямоугольный равнобедренный треугольник имеет равные катеты.
5. **Л** Сумма длин двух других сторон любого треугольника меньше третьей стороны.
6. **И** Если острый угол прямоугольного треугольника равен 60º, то прилежащий к нему катет равен половине гипотенузы.
7. **Л** Существует треугольник с двумя тупыми углами.
8. **И** В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90º.

План изучения темы «Решение треугольников»

- Что это значит?
- Для этого вспомним…
- Как это делать?
- Примеры задач.
- Реши сам.

Определение

Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (то есть трёх сторон и трёх углов) по каким-нибудь трём данным элементам.



Для этого вспомним

Решение данных задач основано на использовании теорем синуса и косинуса, теоремы о сумме углов треугольника и следствии из теоремы синусов: в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.

Причем, при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов.

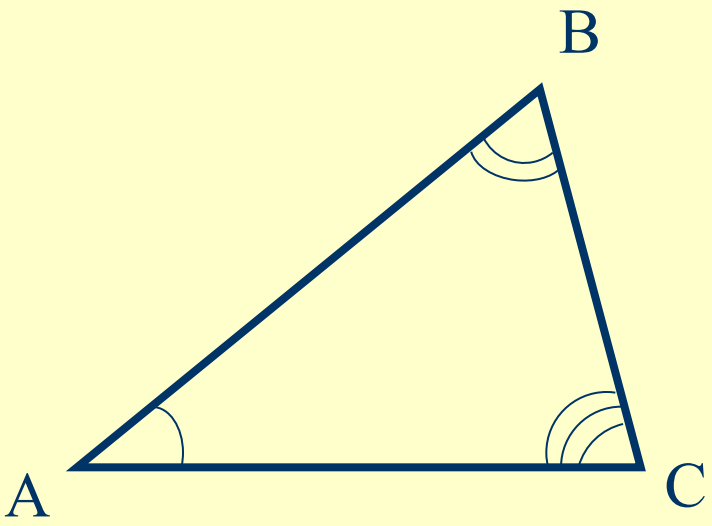
Соотношения между сторонами и углами в треугольнике

1. Сумма углов треугольника.
2. Теорема синусов.
3. Теорема косинусов.

Сумма углов треугольника

Сумма углов треугольника равна 180º

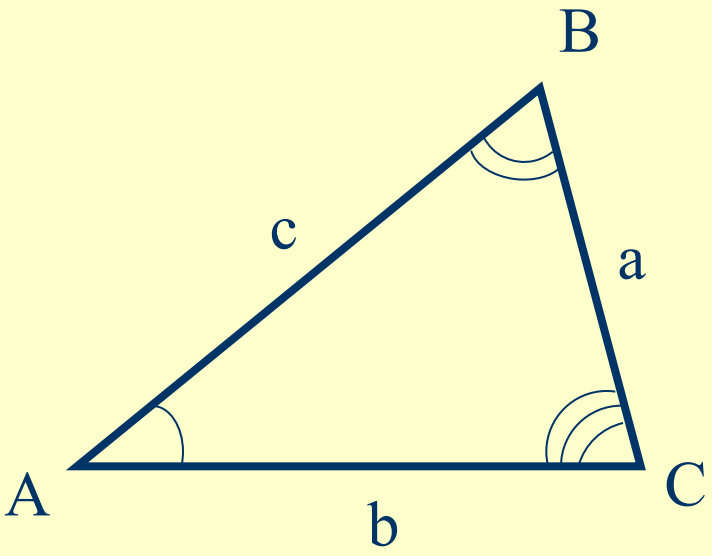
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$



Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

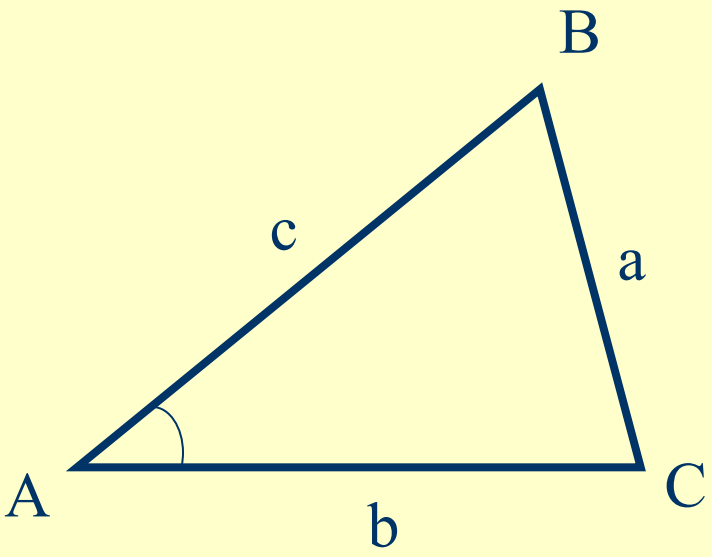
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$



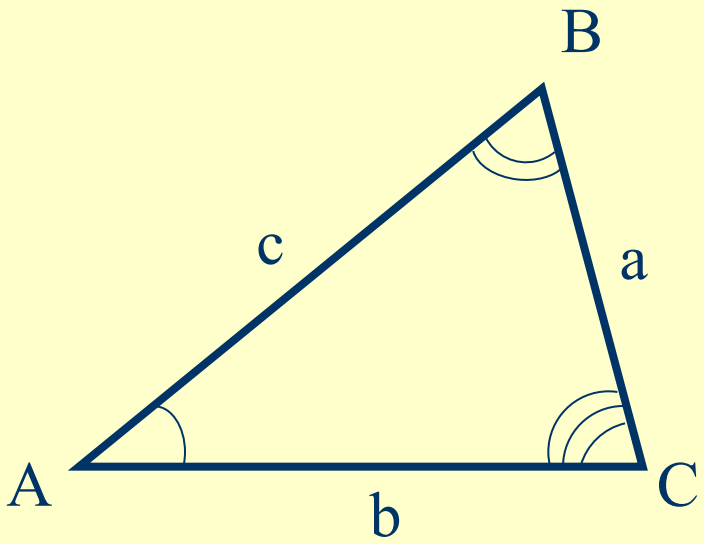
Три задачи на решение треугольника

Рассмотрим 3 задачи на решение треугольника:

- решение треугольника по двум сторонам и углу между ними;
- решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам;
- решение треугольника по трем сторонам.

Договоримся

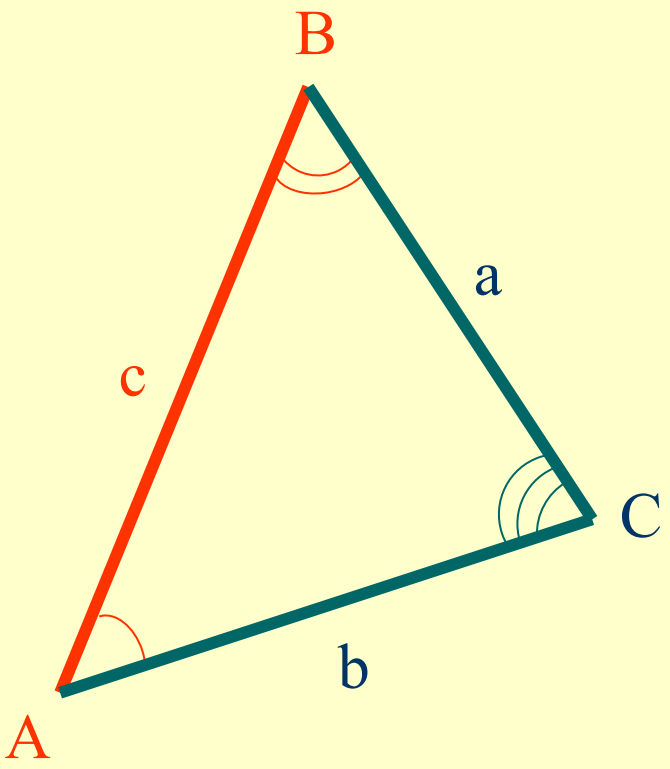
При решении треугольников будем пользоваться следующими обозначениями для сторон треугольника *ABC:*
AB = c, BC = a, CA = b.



Задача 1. *Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними*

Дано: ΔABC, a, b, $\angle C$

Найти: c, $\angle A$, $\angle B$.



Задача 1. *Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними*

1. Применим теорему косинусов

$$\tilde{n} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos C}$$

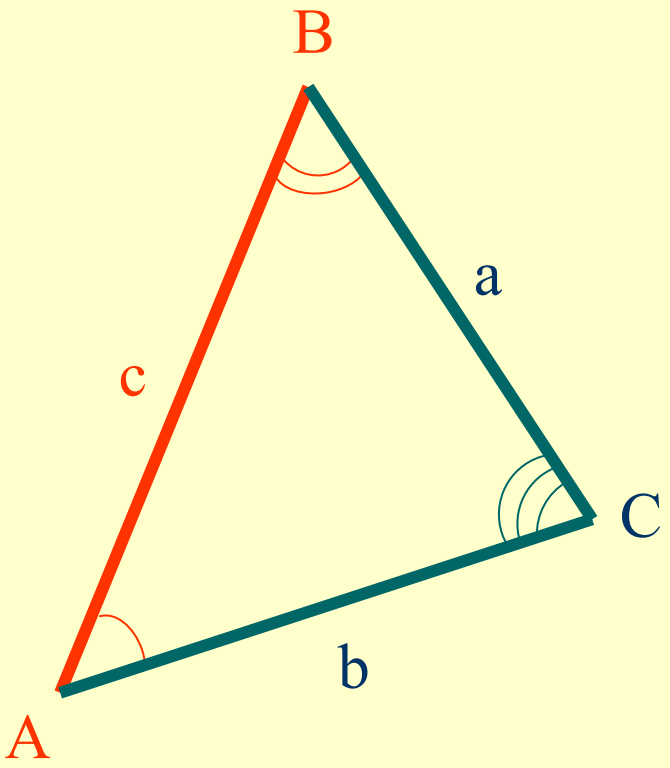
2. По теореме косинусов находим

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

3. Угол A находим с помощью таблицы Брадиса

$$\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$$

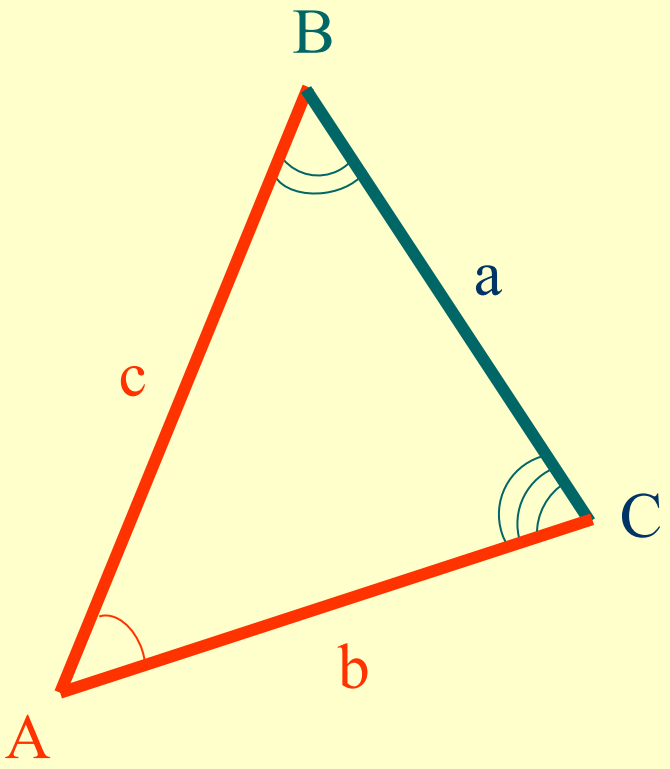
4. Запишем ответ



<u>Задача 2</u>. *Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам*

Дано: ΔABC, a, $\angle B$, $\angle C$

Найти: b, c, $\angle A$



Задача 2. *Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам*

1. Найдём неизвестный угол

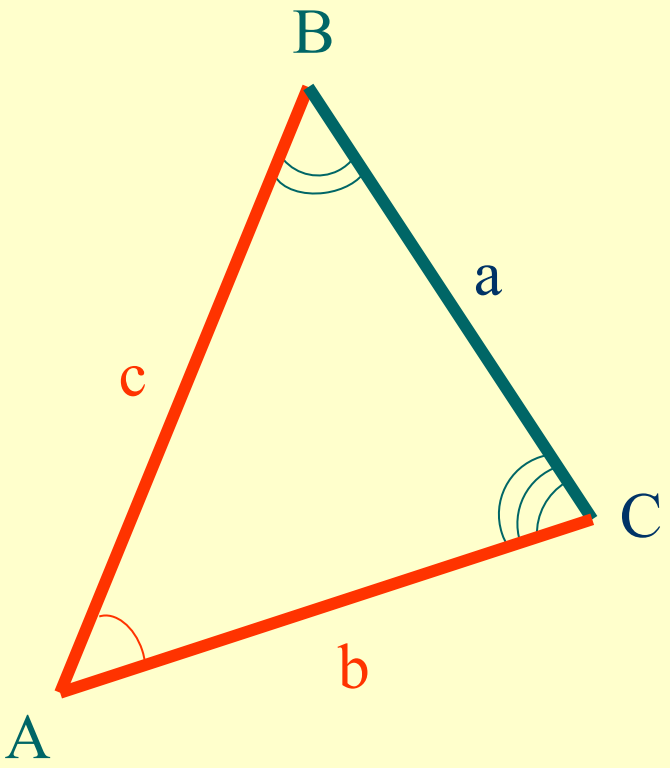
$$\angle A = 180° - (\angle B + \angle C)$$

2. С помощью <u>теоремы синусов</u>:

$$b = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

$$\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$$

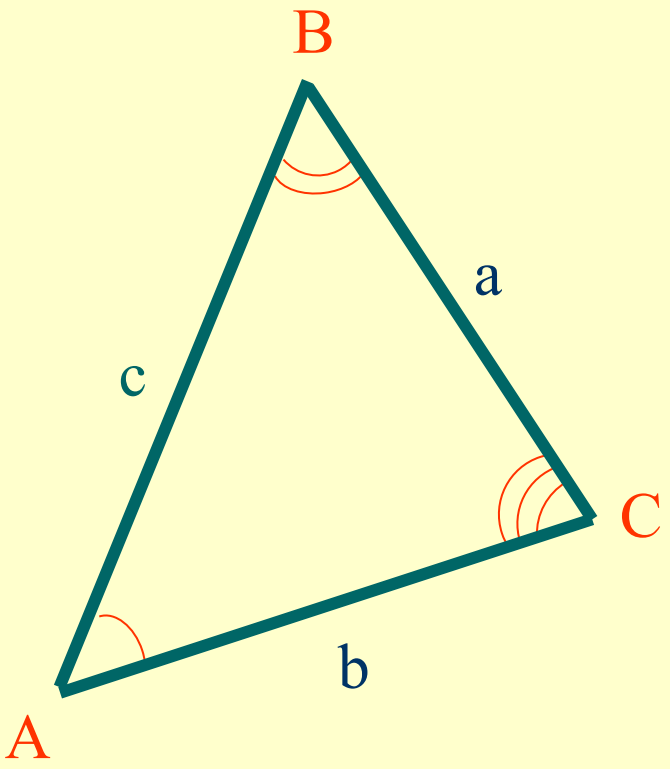
3. Запишем ответ



<u>Задача 3</u>. *Решение треугольника по трём сторонам*

Дано: ΔABC, a, b, c

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.



Задача 3. *Решение треугольника по трём сторонам*

1. По теореме косинусов найдём

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$$

2. Значения углов А и В находим с помощью таблицы Брадиса.
3. Находим оставшийся угол

$$\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$$

4. Запишем ответ

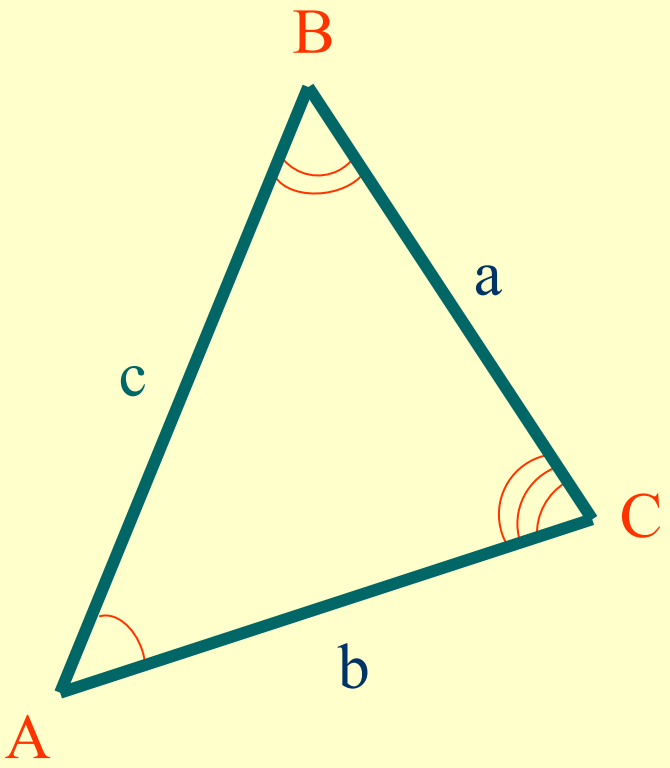
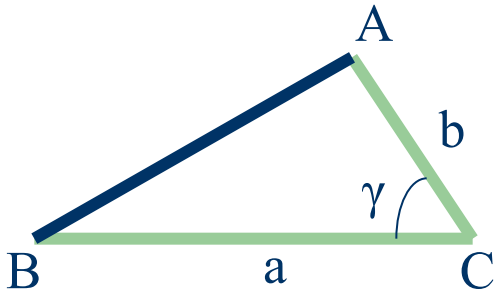
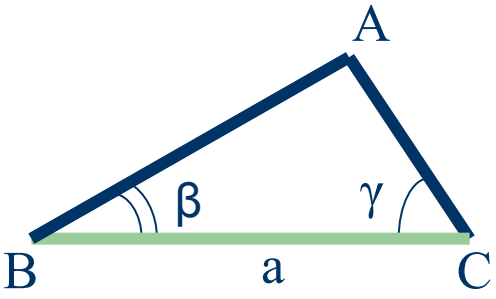
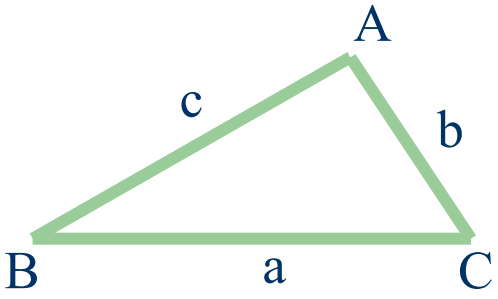
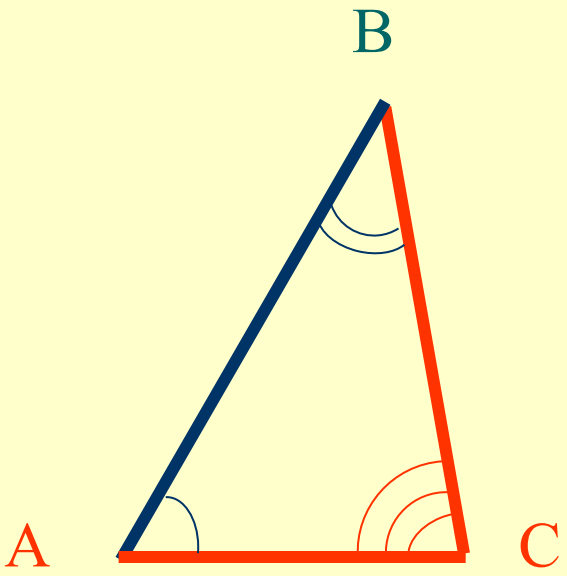


Таблица – памятка

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
		
$\tilde{n} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos C}$ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$	$\angle A = 180° - (\angle B + \angle C)$ $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$ $\tilde{n} = \frac{a \sin \tilde{N}}{\sin A}$	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$ $\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$

Решаем задачу 1

Решить треугольник ABC, если
∠A=60º ∠B=40º, c=14см.

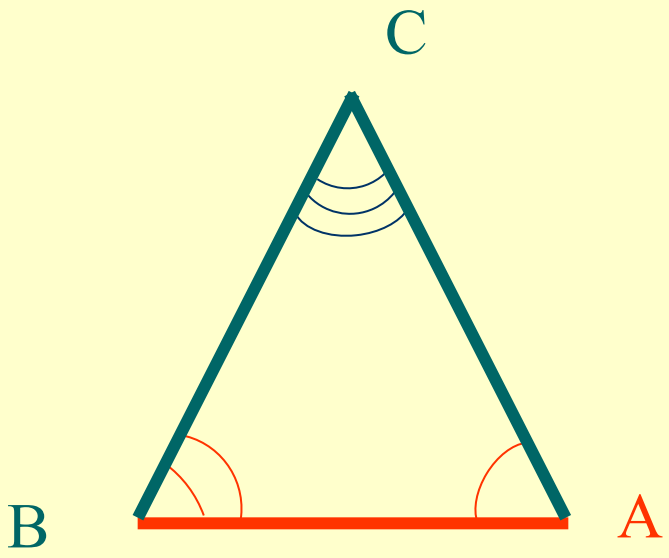


Дано: ΔABC, ∠A=60º,
∠B=40º, c=14см.
Найти: a, b, ∠C.

Ответ

Решаем задачу 2

Решить треугольник ABC, если
a=6,3 см, b=6,3 см, ∠C=54º.



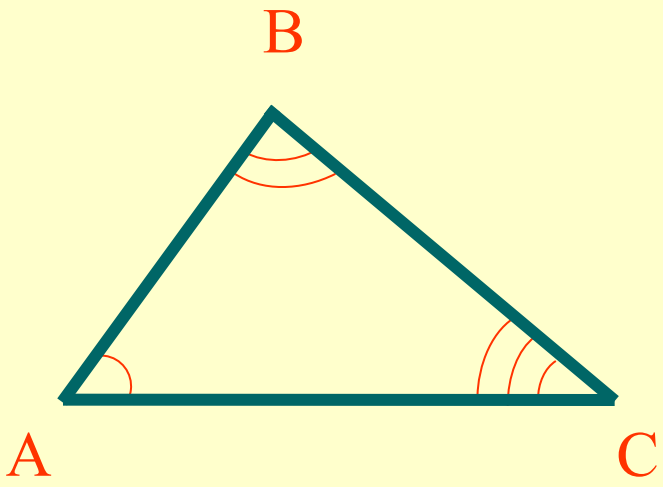
Дано: ΔABC, a=6,3 см,
b=6,3 см, ∠C=54º.
Найти: ∠A, ∠B, c.

Ответ

Решаем задачу 3

Решить треугольник ABC, если
a=6 см, b=7,7 см, c=4,8 см.

Дано: a=6 см, b=7,7 см,
c=4,8 см.
Найти: ∠A, ∠B, ∠C.



Ответ

Ответ к примеру 1

$\angle C=80^{o}$

$a\approx12,3$ см

$b\approx9,1$ см

Ответ к примеру 2

$\angle A=63^{\circ}$

$\angle B=63^{\circ}$

$c\approx5{,}7$ см

Ответ к примеру 3

$\angle A = 54^{\circ}52'$

$\angle B = 84^{\circ}16'$

$\angle C = 40^{\circ}52'$

Найди ошибку

$$\grave{a}^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$a^2 = a^2 + c^2 - 2ac\sin\alpha$$

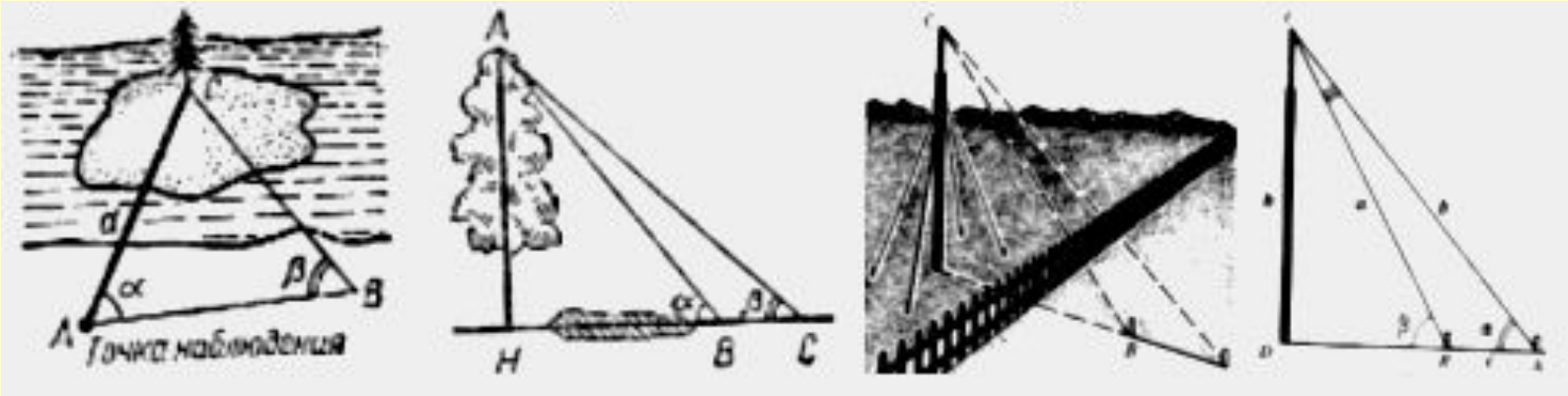
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$2R = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2r$$

Измерительные работы

Тригонометрические функции могут быть использованы для проведения различных измерительных работ на местности.



Об этом мы поговорим на следующем уроке.

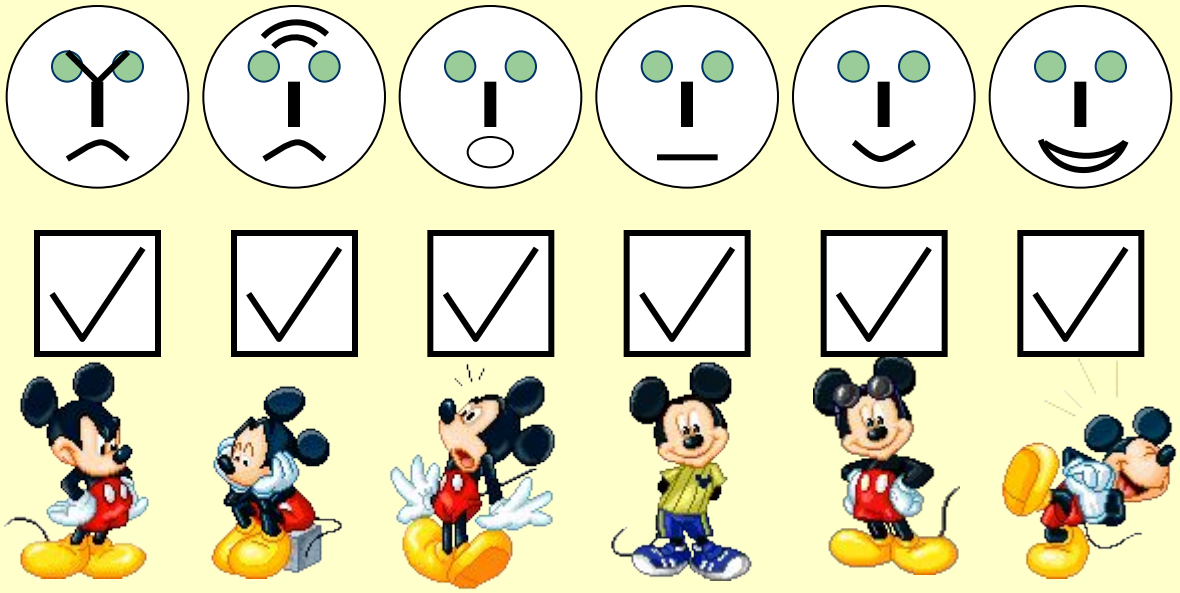
Задание на дом

- Изучить материалы пунктов 96 – 99,
- решить любые 3 задачи, вычислив неизвестные элементы треугольника ABC:

№	a	b	c	A	B	C
1	3		2		60°	
2		3	4	135°		
3	2,4	1,3				28°
4	5				30°	45°
5	2	4		60°		
6	7	2	8			
7		12		36°	25°	
8			14	64°	48°	
9	3	5				60°
10	15	24	18			

Психологическая заминка

Урок заканчивается, пожалуйста определите своё эмоциональное состояние в конце урока. Поставьте на этой же карточке галочку в клетку, соответствующую настроению



Спасибо за урок! Успехов!

До новых встреч!

Использованная литература

- «Геометрия 7-9 класс» Анатасян Л.С.
- «Задачи к урокам геометрии 7-11 класс» Зив Б.Г.

Желаю удачи!

Разработка урока:

Косулина Людмила Павловна
учитель математики

МОУ СОШ №28 г. Белгорода