Решение уравнений n-й степени, n>2. Нахождение корней многочленов.

Выполнила: Адаменко Лада
Проверила: Мякинникова О. Б.

-2009-

Уравнение вида

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$

называется алгебраическим уравнением n-й степени

Свойство № 1

Пусть несократимая дробь p/ q является корнем многочлена n-й степени $P(x)= a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_o$ с цельными коэффициентами. Тогда число p является делителем свободного члена a , а q – делителем старшего коэффициента

$$\underline{a_n} x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + \underline{a_o}$$

q - делитель

P - делитель

Если число a – корень многочлена P(x), то P(x) делится на (x – a) без остатка

$$
\begin{array}{r|l}
P(x) & (x - a) \\
\cline{2-2}
-\ (x - a) & F(x) \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Свойство №2

Задача 1

Решить уравнение: $3x^4+x^3+3x^2-5x-2=0$

p	Делители свободного члена	±1, ±2
q	Делители старшего коэффициента	±1, ±3

⇒ ± 1, ±2, ±⅓, ±⅔. *Возможные* корни уравнения

$$3*1^4+1^3+3*1^2-5*1-2=0$$

$$3*1+1+3*1-5*1-2=0$$

$$0=0$$

⇒ **1 - корень уравнения**

Задача 1

$$3x^4+x^3+3x^2-5x-2 \;\Big|\; x-1$$

$3x^4-3x^3$ | $3x^3+4x^2+7x+2$

$4x^3+3x^2$

$4x^3-4x^2$

$7x^2-5x$

$7x^2-7x$

$2x-2$

$2x-2$

0

Задача 1

$3x^3+4x^2+7x+2$ | $x+\frac{1}{3}$

$3x^3+x^2$ | $3x^2 \pm 3x+6$

$3x^2+7x$

$3x^2+x$

$6x+2$

$6x+2$

0

Возможные корни: ±1, ±⅔, ±⅓, ±2

- ⅓ - корень уравнения

Ответ: 1, −⅓

УРАВНЕНИЯ ВЫСОКИХ СТЕПЕНЕЙ

Ме
то
ды

- 1.*Метод подбора корня многочлена по его старшему и свободному коэффициентам*
- ***2. Метод понижения степени.***
- ***3. Замена переменных***

Решить уравнение $(x+1)^2(x^2+2x)=12$

Задача 2

$(x^2+2x+1)(x^2+2x)=12$

$(y+1)y$

$x^2+2x=y$

$y^2+y=12$

$y^2+y-12=0$

$y=3,$ $\qquad$ $y=-4$

x^2+2x

$x=1$ $\qquad$ Корней нет

$x=-3$

Ответ: 1; - 3

УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Уравнения вида (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=A

- $a < b < c < d$,
- $b-a=d-c$

$$y = x - \frac{(a+b+c+d)}{4}$$

За
да
ча
3

Решить уравнение

$(12x-1)(6x-1)(4x-1)(3x-1)=5$

$$\frac{(12x-1)}{12}\cdot\frac{(6x-1)}{6}\cdot\frac{(4x-1)}{4}\cdot\frac{(3x-1)}{3}=\frac{5}{3*4*6*12}$$

$$\left(x-\frac{1}{12}\right)\left(x-\frac{1}{6}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{3\bullet4\bullet6\bullet12}$$

Задача 3

$$y = -\frac{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}}{4} + x = x - \frac{5}{24}$$

$$\Rightarrow x = y + \frac{5}{24}$$

$$\left(y^2 - \left(\frac{1}{24}\right)^2\right)\left(y^2 - \left(\frac{3}{24}\right)^2\right) = \frac{5}{3*4*6*12}$$

Задача 3

$$\begin{cases} X = y + \dfrac{5}{24} = -\dfrac{11}{12} \\ Z = y^2 \\ \left(z - \left(\dfrac{1}{24}\right)^2\right)\left(z - \left(\dfrac{3}{24}\right)^2\right) = \dfrac{5}{3*4*6*12} \end{cases}$$

$$\frac{49}{576};\ -\frac{39}{576}$$

Ответ: $-\frac{1}{12}$ $\frac{1}{2}$

Уравнения вида $\underline{(x-a)}\underline{(x-b)}\underline{(x-c)}\underline{(x-d)}=Ax^2$

$$\underline{ab = cd \neq 0}$$

$$(x^2-(a+b)x+\underline{ab})\,(x^2-(c+d)x+\underline{cd})=Ax^2$$

$$b_1 \qquad\qquad b_2$$

$$(x^2+b_1x+c)(x^2+b_2x+c)=Ax^2, \quad \Big|\, x^2$$

$$(\underline{ax+{}^c/_x}+b_1)(\underline{ax+{}^c/_x}+b_2)=A$$

$$y \qquad\qquad y$$

Решить уравнение

$$(x+2)(x+3)(x+8)(x+12)=4x^2$$

$$(x^2+14x+24)(x^2+11x+24)=4x^2. \,\Big|\, x^2$$

$$\left(x+{}^{24}/_{x}+14\right)\left(x+{}^{24}/_{x}+11\right)=4$$

$$\begin{cases} y=x+{}^{24}/_{x} \\ (y+14)(y+11)=4 \end{cases}$$

$$y=x+{}^{24}/_{x}=-15,$$

$$y=x+{}^{24}/_{x}=-10$$

$$x_1=\frac{-15\pm\sqrt{129}}{2} \qquad x_2=-4;\ -6$$

За

да

ча

4

Используемая литература:

- Энциклопедия для детей. Математика. М.Аксенова
- Новый справочник школьника. Математика.
- 1С: Репетитор. Математика.
- Алгебраические уравнения и неравенства. А. И. Азаров.