

Решение уравнений в целых числах

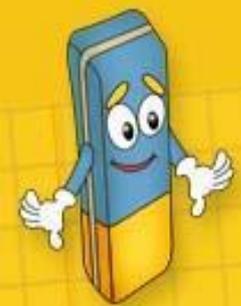
Васюнина Светлана

ученица 8 В класса

МОУ «СОШ №19 с углубленным изучением
предметов физико - математического профиля»

ГО Краснотурьинск





Цель:

*научиться решать уравнения
в целых чисел различными
методами*





Задачи:

- ✓ Изучить литературу по данной теме;
- ✓ Рассмотреть некоторые методы решения неопределенных уравнений;
- ✓ Показать практическое применение неопределенных уравнений;
- ✓ Систематизировать и углубить накопленные мной знания;
- ✓ Повысить качество знаний и умений;
- ✓ Интеллектуально развиваться.





«Бог ниспослал ему быть мальчиком шестую часть жизни; добавив к сему двенадцатую часть, Он покрыл его щеки пушком; после седьмой части Он зажег ему свет супружества и через пять лет после вступления в брак даровал ему сына. Увы! Несчастный поздний ребенок, достигнув меры половины полной жизни отца, он был унесен безжалостным роком. Через четыре года, утешая постигшее его горе наукой о числах, он [Диофант] завершил свою жизнь»

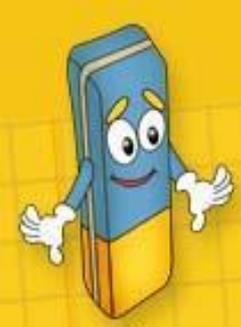




Гипотеза:

можно ли разрешить уравнение с двумя неизвестными и целыми коэффициентами с помощью алгоритма





**$ax+by=c$, где
 a, b, c -целые,
 $\text{НОД}(a, b)=1$**





Теорема 1. Если в уравнении $ax+by=c$, НОД $(a;b)=1$, то уравнение имеет, по крайней мере, одно решение.





Теорема 2. Если в уравнении $ax+by=c$, $\text{НОД}(a;b)=d>1$, и c не делится на d , то уравнение целых решений не имеет.





Теорема 3. Если в уравнении $ax+by=c$, $\text{НОД}(a;b)=d>1$ и c делится на d , то оно равносильно уравнению

$a_1x + b_1y = c_1$, в котором

$\text{НОД}(a_1; b_1) = 1$





Теорема 4. Если в уравнении $ax+by=c$, НОД $(a; b)=1$, то все целые решения этого уравнения заключены в формулах:

$$x = x_0c + bt \quad y = y_0c - at$$





$$5x + 8y = 39$$

$$x = \frac{39 - 8y}{5}$$

$$x = (7 - y) + \frac{4 - 3y}{5}$$

$$4 - 3y \stackrel{\cdot}{:} 5$$

$$4 - 3y = 5z$$

$$y = \frac{4 - 5z}{3}$$

Метод спуска





$$y = 1 - z + \frac{1 - 2z}{3}$$

$$3u = 1 - 2z$$

$$z = \frac{1 - 3u}{2} = \frac{1 - u}{2} - u$$

$$1 - u = 2v$$

$$u = 1 - 2v$$





$$z = \frac{1 - u}{2} - u = \frac{1 - 1 + 2u}{2} - 1 + 2v = 3v - 1$$

$$y = \frac{4 - 5z}{3} = \frac{4 - 5(3v - 1)}{3} = 3 - 5v$$

$$x = \frac{39 - 8y}{5} = \frac{39 - 8(3 - 5v)}{5} = 3 + 8v$$

$$x = 3 + 8v$$

$$y = 3 - 5v$$





Метод перебора

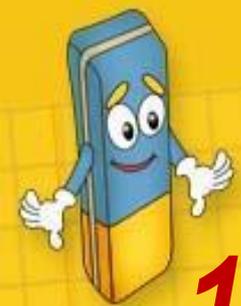
В клетке сидят кролики и фазаны, всего у них 18 ног. Узнать, сколько в клетке тех и других?

Пусть x – число кроликов, а y – число фазанов:

$$4x + 2y = 18, \text{ или } 2x + y = 9.$$

$$\text{Выражу } y \text{ через } x: y = 9 - 2x.$$





Ответ.

- 1) 1 кролик и 7 фазанов;**
- 2) 2 кролика и 5 фазанов;**
- 3) 3 кролика и 3 фазана;**
- 4) 4 кролика и 1 фазан.**



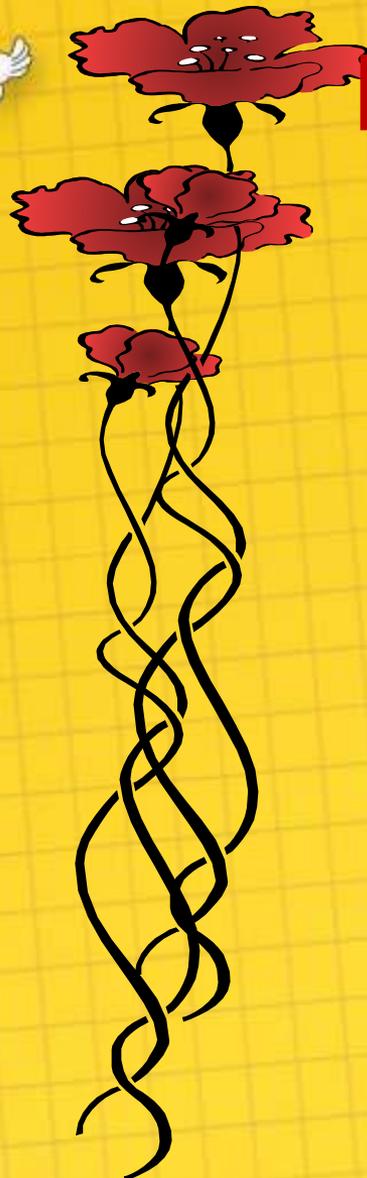


ПНаблюдение может привести к
открытию;

ПЛучший способ изучить что-
либо – открыть это самому;

ПНужно отыскать в задаче то,
что может пригодиться при
решении других задач (т.е.
обнаружить общий метод).





**Приобретать знания –
храбрость,
Приумножать их –
мудрость,
А умело применять
великое искусство.**





Спасибо за внимание!

