

Решение задач экономического содержания

C5

Задач
а

Задачи о
банках
и процентах

№17

Презентацию подготовил ученик 11 класса
Гимназии №3 г. Перми
Соловьёв Артём

Разбор задачи на вкладывание денег в банк

Допустим, что мы зарабатываем 300 тысяч в месяц и нам необходимо накопить 20 миллионов, чтобы купить новую квартиру. В год мы приблизительно откладываем по 3 миллиона, а остальные 600 тысяч ($3600000 = 300000 * 12$) тратим на необходимые вещи. Найдём количество лет, которые потребуются для того, чтобы накопить эти самые 20 миллионов:

$$20/3 = 6,77777\dots$$

Но т.к. мы умные люди, мы будем каждый год эти 3 миллиона откладывать в банк под процент в 15% годовых. Таким образом, каждый год сумма будет увеличиваться в 1.15 раза. Давайте посчитаем, сколько денег будет на счёте после каждого года:

Разбор задачи на вкладывание денег в

В конце первого года мы только **банк** отложим 3 миллиона рублей на счёт:

$$3m$$

В конце второго года на ту сумму начислятся первые проценты + мы доложим ещё 3 миллиона

$$3m \cdot 1,15 + 3m$$

Третий год. На сумму в банке опять будут начислены проценты + мы успеваем отложить ещё 3 миллиона рублей.

$$(3m \cdot 1,15 + 3m)1,15 + 3$$

m В конце четвёртого года:

$$((3m \cdot 1,15 + 3m) \cdot 1,15 + 3m)1,15 + 3m$$

Разбор задачи на вкладывание денег в

банк
Раскроем скобки:

$$((3m \cdot 1,15 + 3m)$$

$$\cdot 1,15 + 3m)1,15 + 3m = (3m \cdot 1,15^2 + 3m \cdot 1,15 + 3m)$$

$$1,15 + 3m = 3m \cdot 1,15^3 + 3m \cdot 1,15^2 + 3m \cdot 1,15 + 3m$$

$$m \cdot 1,15 + 3m = 3m(1,15^3 + 1,15^2 + 1,15 + 1) =$$

Как видим, в скобках у нас стоят элементы геометрической прогрессии, т. е. у нас стоит сумма элементов геометрической прогрессии.

$$3m(1 + 1,15 + 1,15^2 + 1,15^3)$$

То, что необходимо знать при решении

задач

$$S_n = b_1 \cdot \frac{(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

→ Сумма элементов геометрической прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

→

Формула n -го элемента геометрической прогрессии

$$\text{вклад} = \text{платёж} \cdot \frac{\% ^n - 1}{\% - 1}, \text{ где } \% = 1 + \frac{K}{100}, n - \text{срок}$$

Разбор задачи на выплату кредита

Допустим, что мы взяли кредит в 2 млн рублей на покупку квартиры под 15% годовых на 5 лет. Согласно договору мы должны платить x рублей в месяц. В самом начале долг составляет 2 млн рублей. Спустя год на эту сумму будет начислен процент.

Найдём коэффициент, на которую будет умножаться сумма:

$$K=1+15/100=1.15$$

Давайте посчитаем, сколько денег мы будем должны после каждого года:

Разбор задачи на выплату кредита

В конце первого года будут начислены проценты и сумма увеличится в 1.15 раза.
Сразу после этого мы выплачиваем сумму в x рублей:

$$2m \cdot 1,15 - x$$

В конце второго года на ту сумму начислятся эти же проценты и мы вновь выплатим сумму x :

$$(2m \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x$$

Третий год. На сумму вновь начисляются проценты и мы вновь выплачиваем x :

$$((2m \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15$$

$-x$ Четвёртый год:

$$(((2m \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x$$

Пятый год:

$$((((2m \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x$$

Разбор задачи на выплату кредита

Раскроем скобки:

$$\begin{aligned} & (((((2m \cdot 1,15 - x) \cdot 1,15 - x = 0 \\ 2\text{млн} \cdot 1,15^5 - 1,154x - 1,153x - 1,15^2x - 1,15x - x &= 0 \\ 2\text{млн} \cdot 1,15^5 &= 1,154x + 1,153x + 1,15^2x + 1,15x + x, \\ 2\text{млн} \cdot 1,15^5 &= \underline{(1,154 + 1,153 + 1,15^2 + 1,15 + 1)} x, \end{aligned}$$

Разбор задачи на выплату кредита

Сумма 5-ти элементов геометрической прогрессии:

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \text{ где } b_1 = 1, q = 1,15$$

X = 597325,4 руб – ежегодный платёж. Квартира обойдётся этой семье за:
597325,4 * 5 = 2 986 627 рублей.

Если внимательно посмотреть на последнее равенство, тогда можно
получить формулу:

$$\text{кредит} * \% ^n = \text{платёж} \cdot \frac{\% ^n - 1}{\% - 1}, \text{ где } \% = 1 + \frac{K}{100},$$

n – срок кредита

Разбор задачи на выплату кредита

Сумма 5-ти элементов геометрической прогрессии:

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \text{ где } b_1 = 1, q = 1,15$$

X = 597325,4 руб – ежегодный платёж. Квартира обойдётся этой семье за:
 $597325,4 * 5 = 2\,986\,627$ рублей.

Если внимательно посмотреть на последнее равенство, тогда можно
получить формулу:

$$\text{кредит} * \% ^n = \text{платёж} \cdot \frac{\% ^n - 1}{\% - 1}, \text{ где } \% = 1 + \frac{K}{100},$$

n – срок кредита

Практика

Оля хочет взять в кредит 1 200 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 000 рублей?

Задание 17 № 507913, ege.sdamgia.ru

Ответ: 5

Практика

31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?

Задание 17 № 507208, ege.sdamgia.ru

Ответ:

20%

Практика

Баба Валя, накопив часть своей пенсии, решила улучшить свое материальное положение. Она узнала, что в Спёрбанке от пенсионеров принимают вклады под определенный процент годовых и на этих условиях внесла свои сбережения в ближайшее отделение Спёрбанка. Но через некоторое время соседка ей рассказала, что недалеко от той местности, где проживают пенсионеры, есть коммерческий банк, в котором процент годовых для пенсионеров-вкладчиков в 20 раз выше, чем в Спёрбанке. Баба Валя не доверяла коммерческим банкам, но стремление улучшить свое материальное положение взяло верх. После долгих колебаний и ровно через год после открытия счета в Спёрбанке Баба Валя сняла половину образовавшейся суммы от ее вклада, заявив: «Такой навар меня не устраивает!» И открыла счет в том коммерческом банке, о котором говорила ее соседка, не теряя надежды на значительное улучшение своего материального благосостояния. Надежды оправдались: через год сумма Бабы Вали в коммерческом банке превысила ее первоначальные кровные сбережения на 65%. Сожалела Баба Валя, что год назад в Спёрбанке сняла не всю сумму, а лишь половину, однако, подумала: «А где же мы не теряли?..»

Гендиректор коммерческого банка оказался хорошим: не оставил Бабу Валю без навара!

А каков в Спёрбанке процент годовых для пенсионеров?

Задание 17 № 506959,
ege.sdangia.ru

Ответ:

1.00%