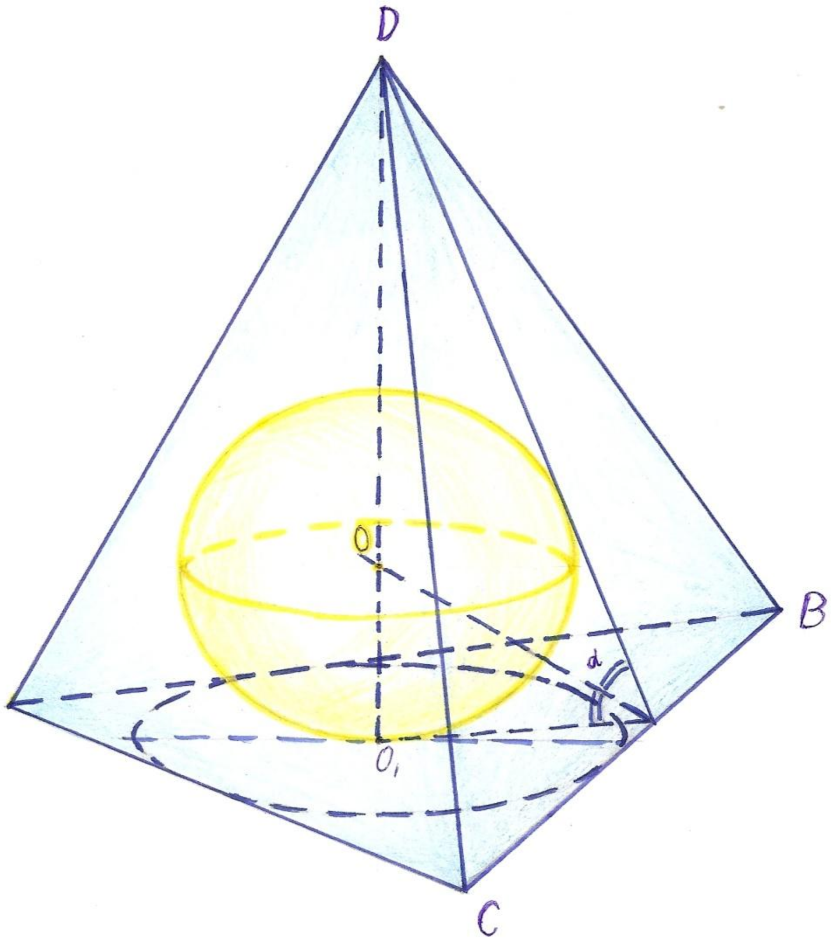
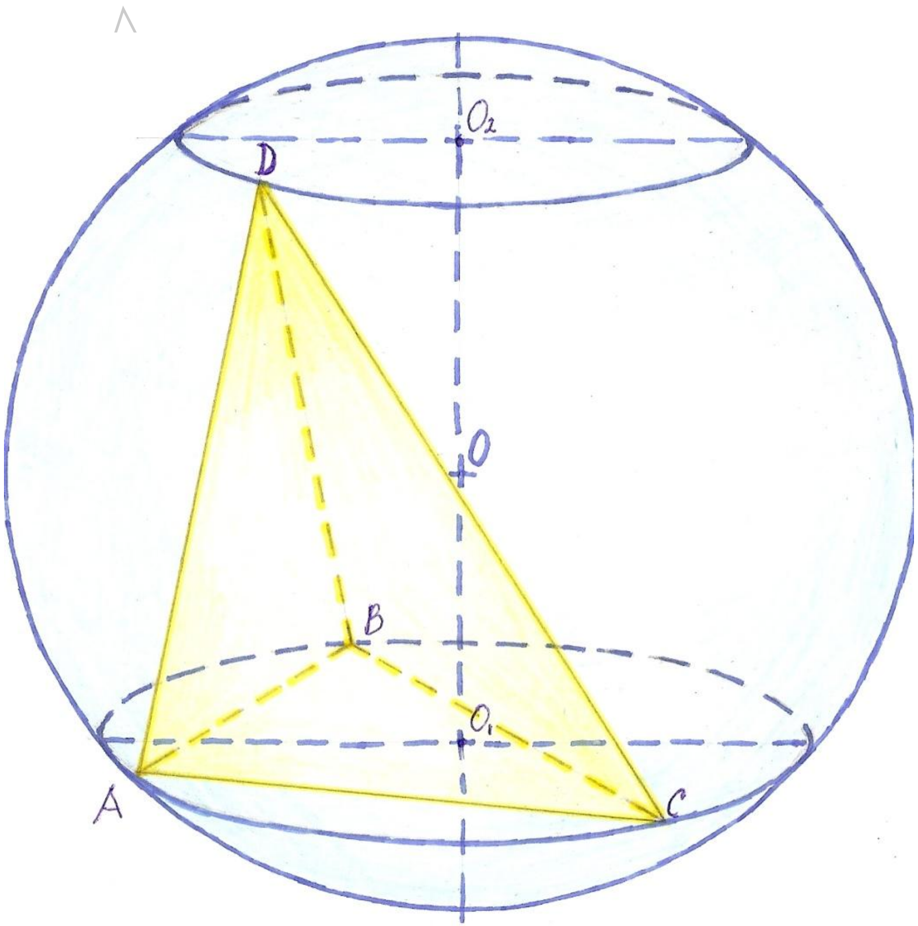
Решение задач на комбинации призмы, шара и пирамиды.

Шар, вписанный в пирамиду

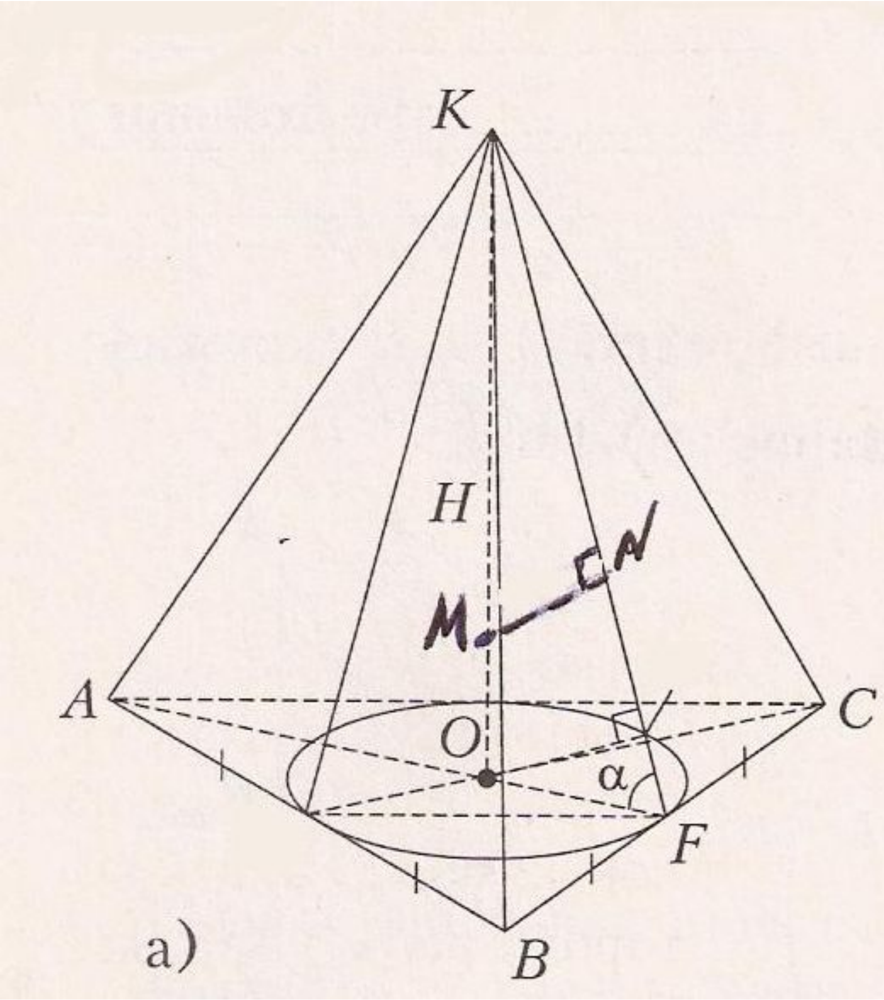
- В любую треугольную пирамиду можно вписать шар;
- В пирамиду, у которой в основание можно вписать окружность; центр, которой служит основанием высоты пирамиды, можно вписать шар;
- В любую правильную пирамиду можно вписать шар;
- Центр шара, вписанного в пирамиду есть точка пересечения высоты пирамиды с биссектрисой угла, образованного апофемой и её проекцией на основание;
- Центр сферы (шара), вписанного в правильную пирамиду, лежит на высоте этой пирамиды.



Шар, описанный около пирамиды



- Около любой треугольной пирамиды можно описать шар;
- Если около основания пирамиды можно описать окружность, то около пирамиды можно описать шар;
- Около любой правильной пирамиды можно описать шар;
- Центр шара, описанного около пирамиды, лежит в точке пересечения прямой, перпендикулярной основанию пирамиды, проходящей через центр описанной около основания окружности и плоскости, перпендикулярной любому боковому ребру, проведённой через середину этого ребра.



Рассмотрите рисунок и ответьте на вопросы:

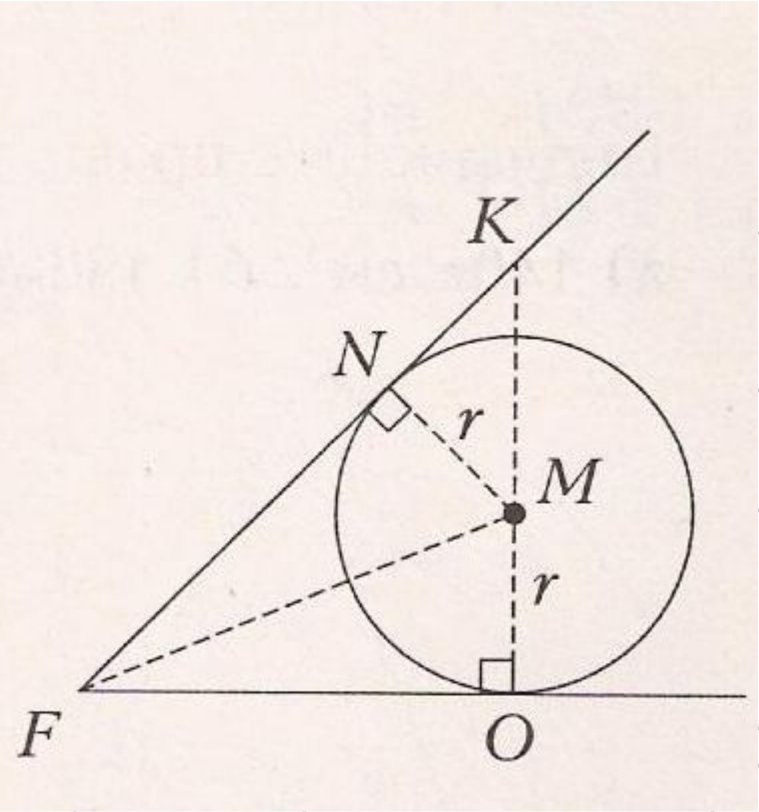
1) Где лежит центр шара?

2) Как найти радиус вписанного шара?

3) Как найти радиус описанного шара?

Рассмотрите рисунки и вставьте пропущенные слова:

Центр шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду, лежит на ______ КО пирамиды и биссектрисы угла **KFO**, *составленного ______ и её______. Треугольник* **KNM** *______ треугольнику* **FKO**, *так как ________* **NM/ KM = = FO/FK; r_______**, *где* **FO** *– радиус окружности, вписанной в основание*

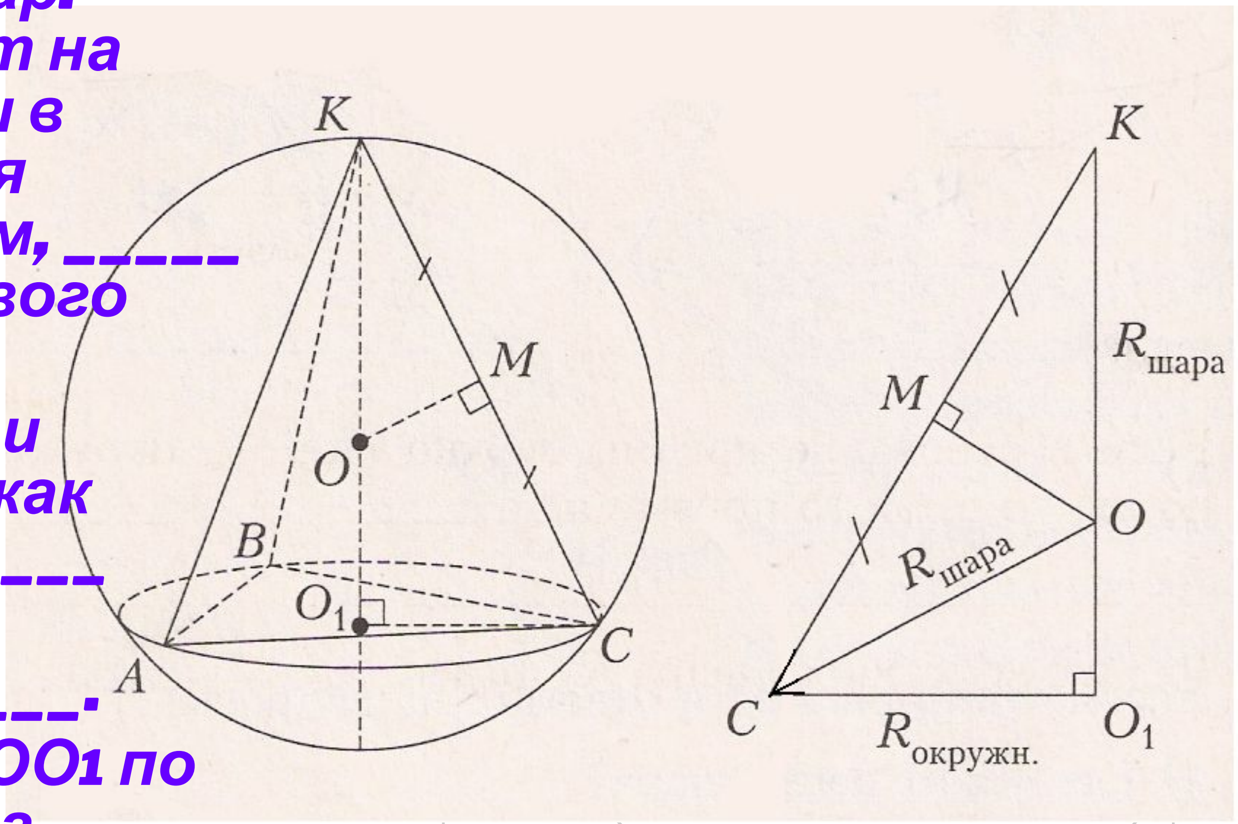


Около любой треугольной пирамиды можно описать шар. Центр шара лежит на высоте пирамиды в точке пересечения с перпендикуляром, _____ через ______ бокового ребра.

Треугольники КМО и КСО1________, так как ________ . КО1 ______ пирамиды.

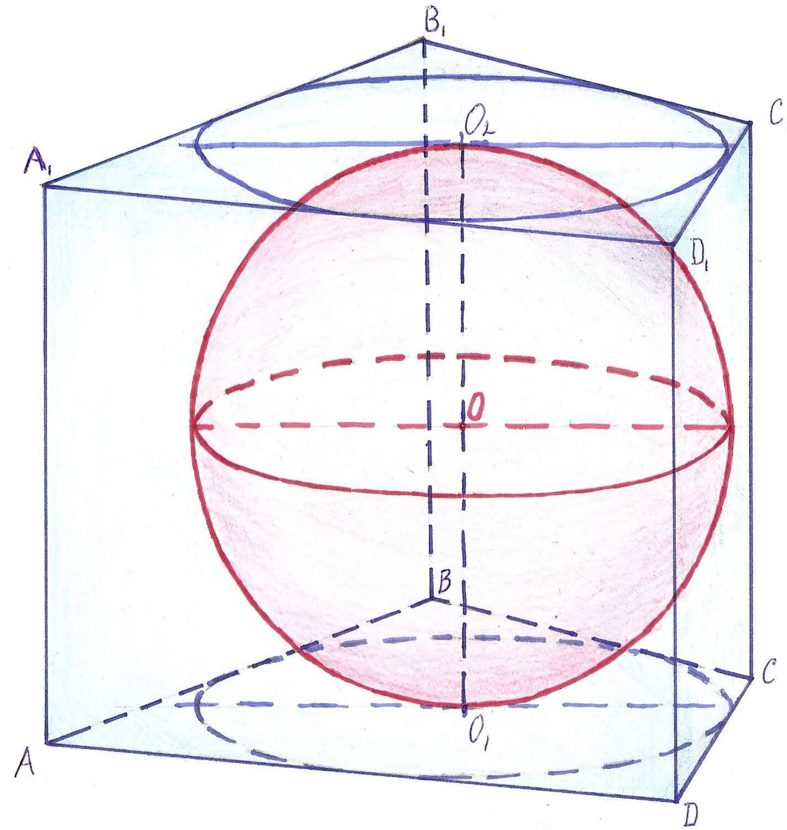
ОО1= КО1– КО=______.

В треугольнике СОО1 по теореме Пифагора СО=___________.

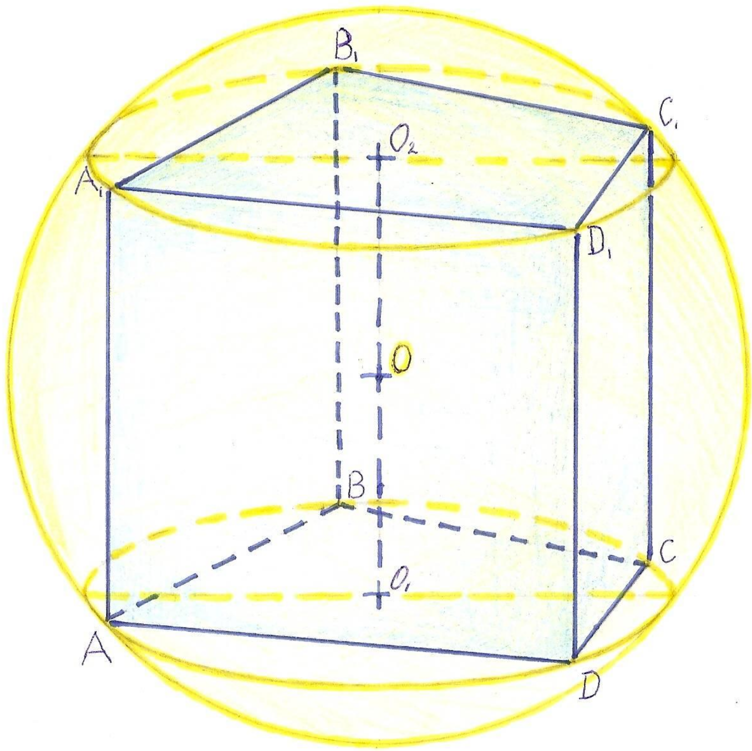


Шар, вписанный в призму

- **Шар можно вписать в прямую призму, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности;**
- **Центр вписанного шара лежит на середине высоты прямой призмы, проходящей через центры окружностей, вписанных в основания призмы (Rшара = Rокружности, вписанной в основание призмы).**



Шар, описанный около призмы



- ***Около призмы можно описать шар, тогда и только тогда, когда призма прямая и около основания можно описать окружность;***
- ***Центр шара, описанного около прямой призмы, лежит на середине высоты призмы, проведённой через центр окружности, описанной около основания.***

Решите задачу №1.

В четырёхугольную призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$, вписана сфера. Площади граней ABB_1A_1 и CDD_1C_1 соответственно равны 6см и 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Решите задачу №2.

Сфера описана около четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Двугранные углы при рёбрах AA_1 и BB_1 сооттветственно равны 60° и 95°. Найдите величины двугранных углов при рёбрах CC_1 и DD_1.

Тест по теме: «Вписанные и описанные многогранники».

Вариант 1

Уровень А

1. Нельзя описать шар около…

1) *куба;*
2) *прямоугольного параллелепипеда;*
3) *прямого параллелепипеда.*

2. Можно описать шар около пирамиды, основанием которой является…

1) *тупоугольный треугольник;*
2) *ромб;*
3) *прямоугольная трапеция.*

3. Центр вписанного шара равноудалён…

1) *от вершин многогранника;*
2) *рёбер многогранника;*
3) *граней многогранника.*

4. Нельзя вписать шар в пирамиду, у которой равны…

1) *углы между боковыми рёбрами и высотой пирамиды;*
2) *апофемы;*
3) *двугранные углы при рёбрах основания.*

5. Нельзя вписать шар в пирамиду, основанием которой является…

1) ромб;

2) прямоугольник;

3) квадрат.

6. Можно вписать шар в пирамиду, у которой равны…

1) двугранные углы при рёбрах основания;

2) боковые рёбра;

3) углы между боковыми рёбрами и высотой пирамиды.

7. В прямую треугольную призму вписан шар. Тогда высота призмы не может быть равна…

1) диаметру вписанной в основание окружности;

2) диаметру шара;

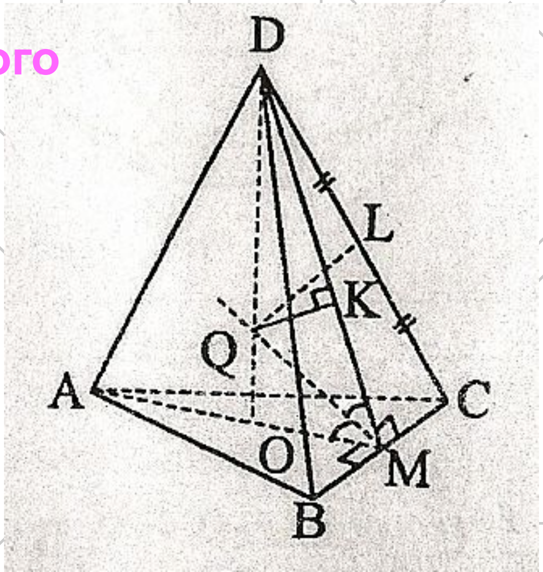
3) радиусу шара.

8. DABC – правильная пирамида. **Q** – центр вписанного шара. Тогда радиус шара – отрезок…

1) QM;

2) QL;

3) QK.



9. Объём многогранника, описанного около шара радиуса r, равен…

*1) V= 1/3r*Sполн;*

*2) V= 3r*Sполн;*

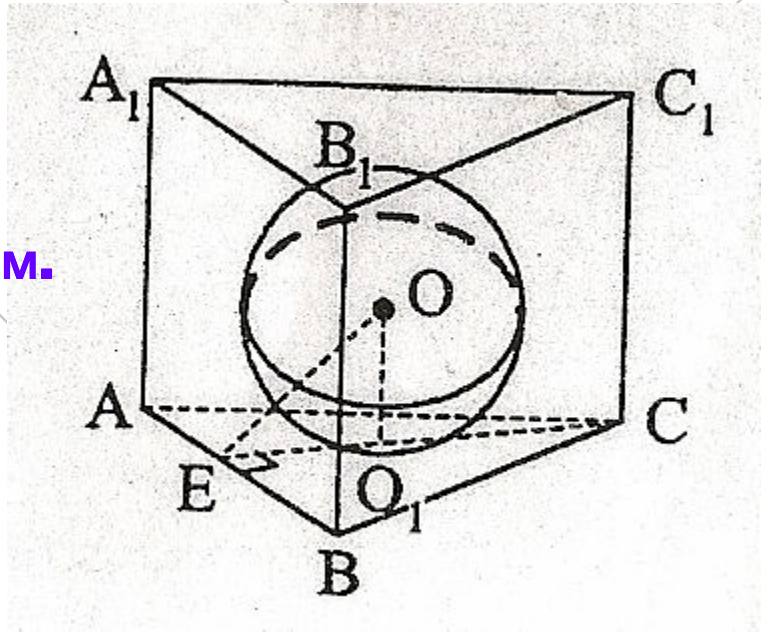
3) V= Sполн/3r/

Уровень В

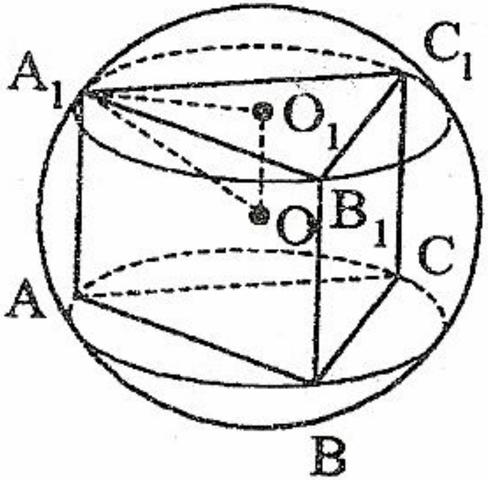
1. Ребро куба равно **6** см. Тогда радиус вписанного в куб шара равен…

2. Радиус описанного около куба шара равен **$2\sqrt{3}$** см. Тогда ребро куба равно …

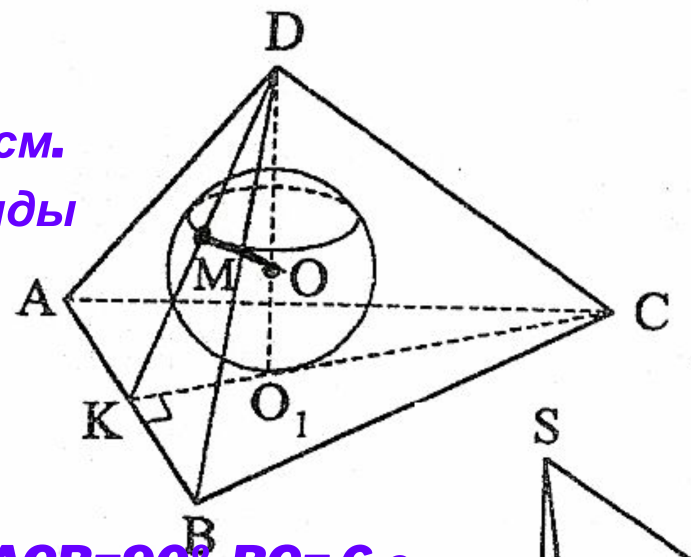
3. В правильную треугольную призму вписана сфера, радиус которой равен **$\sqrt{2}$** см. Тогда расстояние от центра сферы до ребра основания равно…



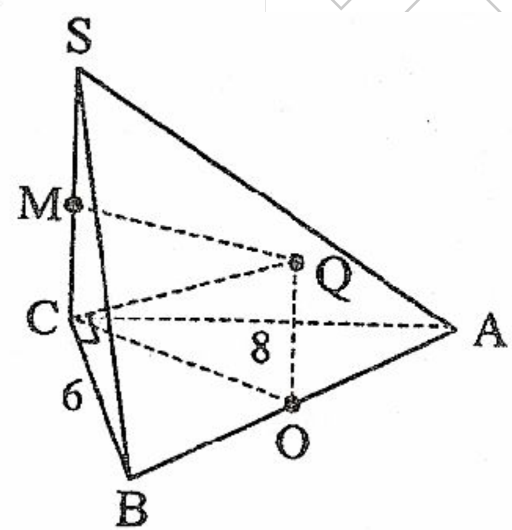
4. *Около правильной треугольной призмы описан шар радиуса **10** см. АВ = $6\sqrt{3}$ см. Тогда боковое ребро призмы равно… .*



5. *В правильную треугольную пирамиду **DABC** вписан шар с центром О. М – точка касания шара и боковой поверхности грани **ABD**. МК=$2\sqrt{3}$ см. Тогда периметр основания пирамиды равен… .*



6. ***SABC** – пирамида, **$CS \perp (ABC)$**. ∠ **$ACB=90°$, BC= 6 с** **AC = 8** см, **CS= 24** см. Тогда радиус описанного около пирамиды шара равен… .*



Вариант 2.
Уровень А

1. Можно описать шар около…

   1) прямоугольного параллелепипеда;

   2) прямого параллелепипеда;

   3) наклонного параллелепипеда.

2. Нельзя описать шар около пирамиды, основанием которой является…

   1) тупоугольный треугольник;

   2) ромб;

   3) равнобедренная трапеция.

3. Центр описанного шара равноудалён от…

   1) вершин многогранника;

   2) рёбер многогранника;

   3) граней многогранника.

4. Нельзя не описать шар около пирамиды, у которой равны…

   1) двугранные углы при рёбрах основания;

   2) апофемы;

   3) боковые рёбра.

5. Можно вписать шар в пирамиду, основанием которой является...

1) *ромб;*

2) *прямоугольник;*

3) *параллелограмм.*

6. Нельзя вписать шар в пирамиду, у которой равны...

1) углы наклона боковых рёбер;

2) *апофемы;*

3) *двугранные углы при рёбрах основания.*

7. В прямую треугольную призму вписан шар. Тогда высота призмы...

1) *равна радиусу шара;*

2) *в два раза больше радиуса;*

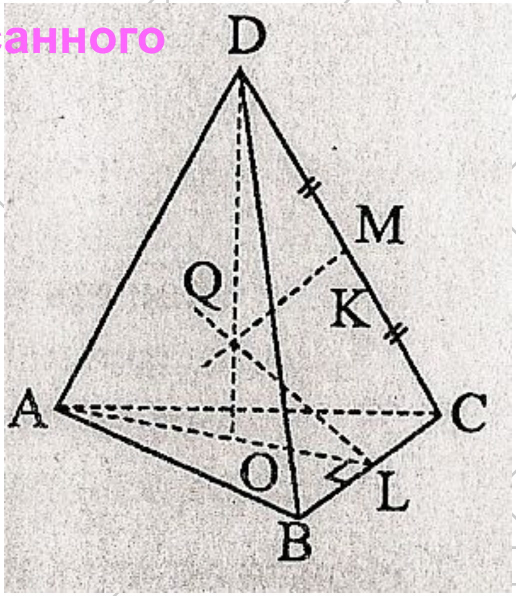
3) *в два раза меньше радиуса.*

8. DABC – правильная пирамида. Q – центр описанного шара. Тогда радиус шара – отрезок...

1) *QM;*

2) *QC;*

3) *QL.*



9. Многогранник описан около шара. Тогда радиус шара равен…

1) $r = 3V/S_{полн}$;

2) $r = 3S_{полн}/V$;

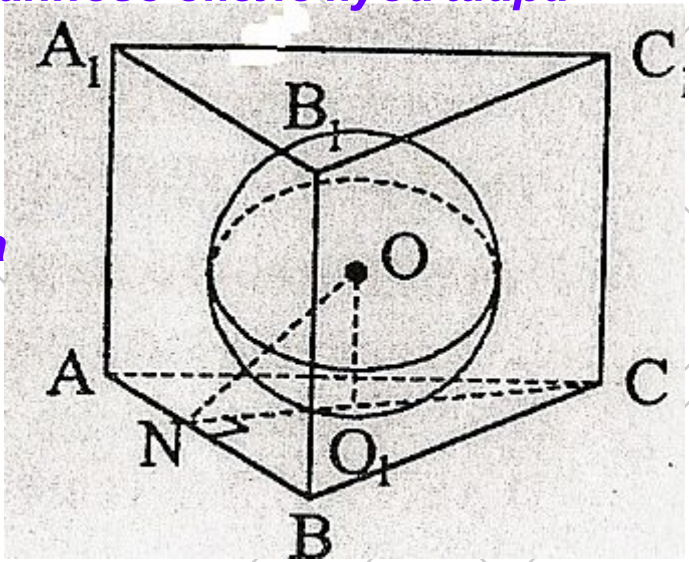
3) $r = V/S_{полн}$.

Уровень В

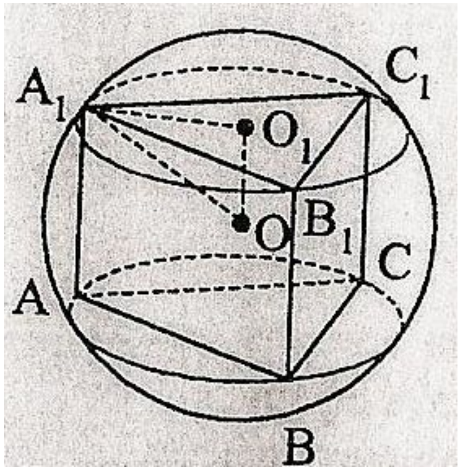
1. Радиус вписанного в куб шара равен 3 см. Тогда ребро куба равно… .

2. Ребро куба равно $4\sqrt{3}$ см. Тогда радиус описанного около куба шара равен… .

3. В правильную треугольную призму вписана сфера. Расстояние от центра сферы до ребра основания равно $5\sqrt{2}$ см. Тогда радиус сферы равен… .

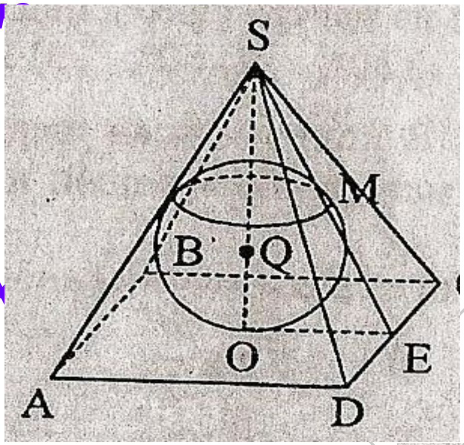


4. $ABCA_1B_1C_1$ *- правильная треугольная призма, боковое ребро которой равно* **8 см.** *AB=* **$3\sqrt{3}$** *см. тогда радиус описанного шара равен… .*



5. *В правильную четырёхугольную пирамиду* **SABCD** *вписан шар с центром* **Q** *и радиусом равным* **1** *см.* **$P_{ABCD} = 8\sqrt{3}$** *см.*

Тогда двугранные углы при рёбрах основания равны… .

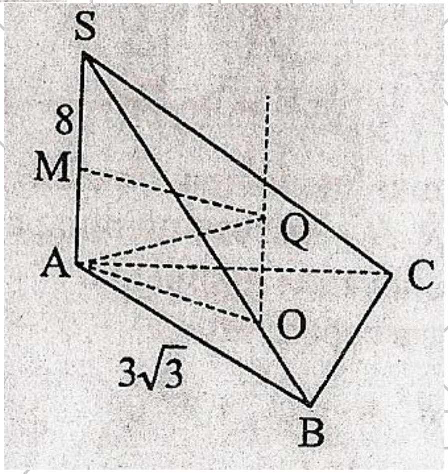


6. SABC *– пирамида,* **AS$\perp$ (ABC).**

AB=BC=AC=$3\sqrt{3}$ *см.*

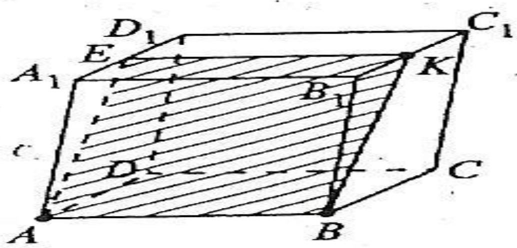
AS=8 *см.*

Тогда радиус описанного около пирамиды шара равен… .

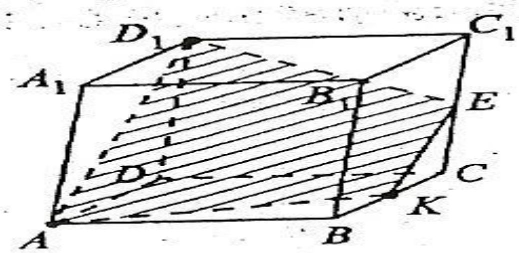


Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки:

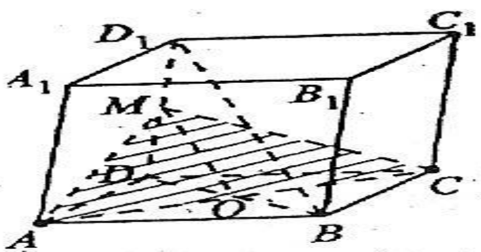
1) A, B, K;



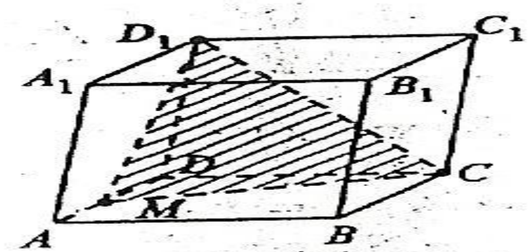
2) A, D_1, K;



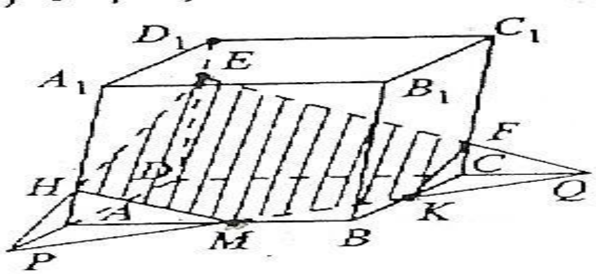
3) A и C параллельно диагонали BD_1;



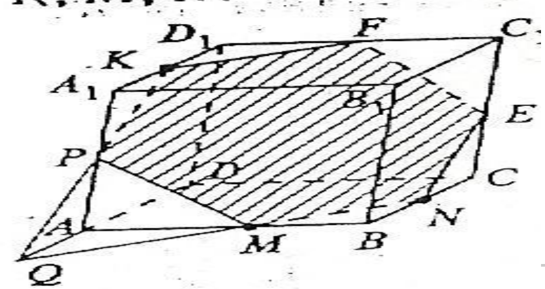
4) M, D_1, C;



5) M, E, K;



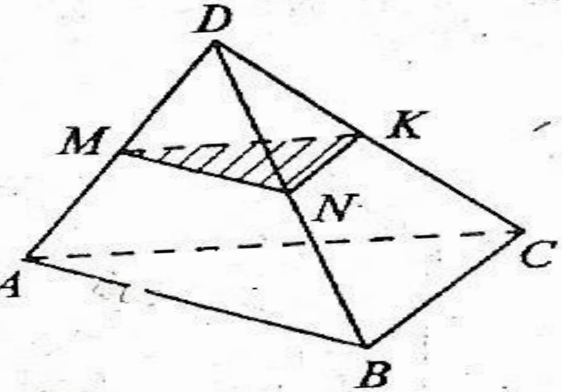
6) K, M, N.



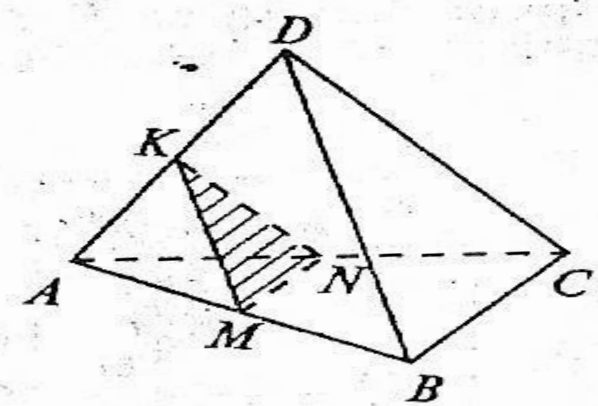
1. Объясните, как построить сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через данные точки M, N, K.

2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если M, N, K — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно a.

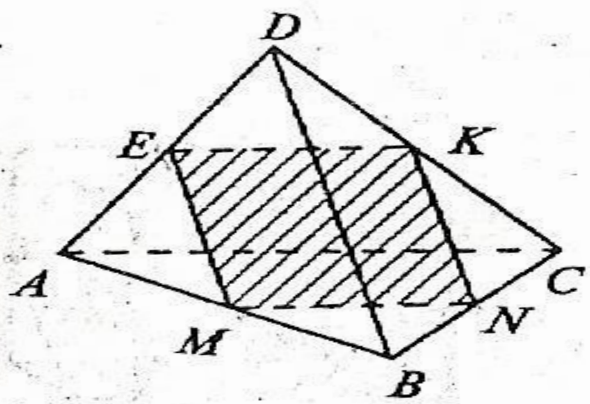
1.



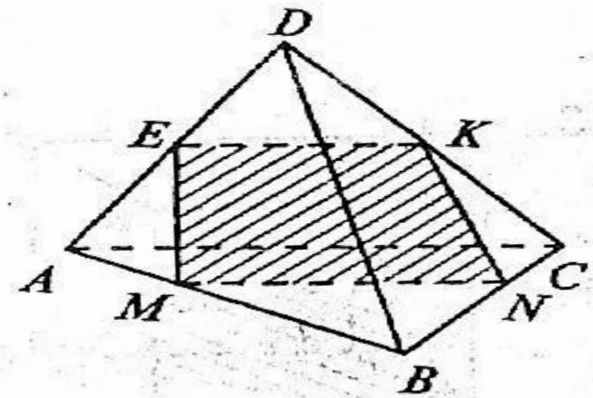
2.



3.



4.



$MN \parallel AC$