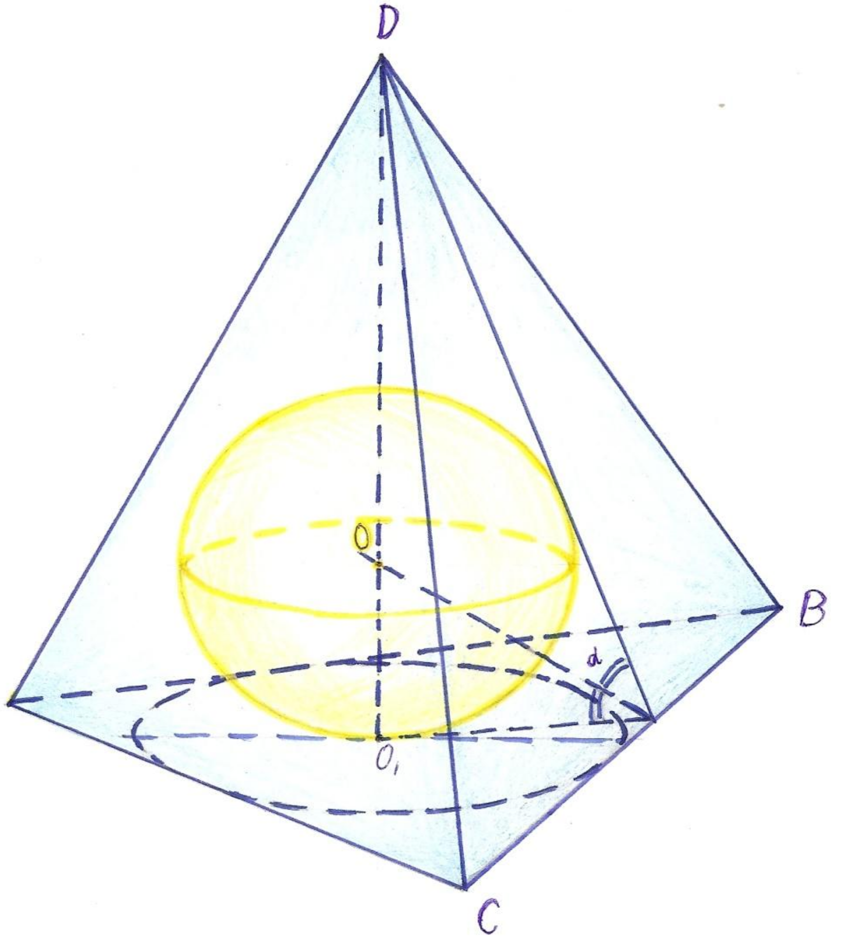
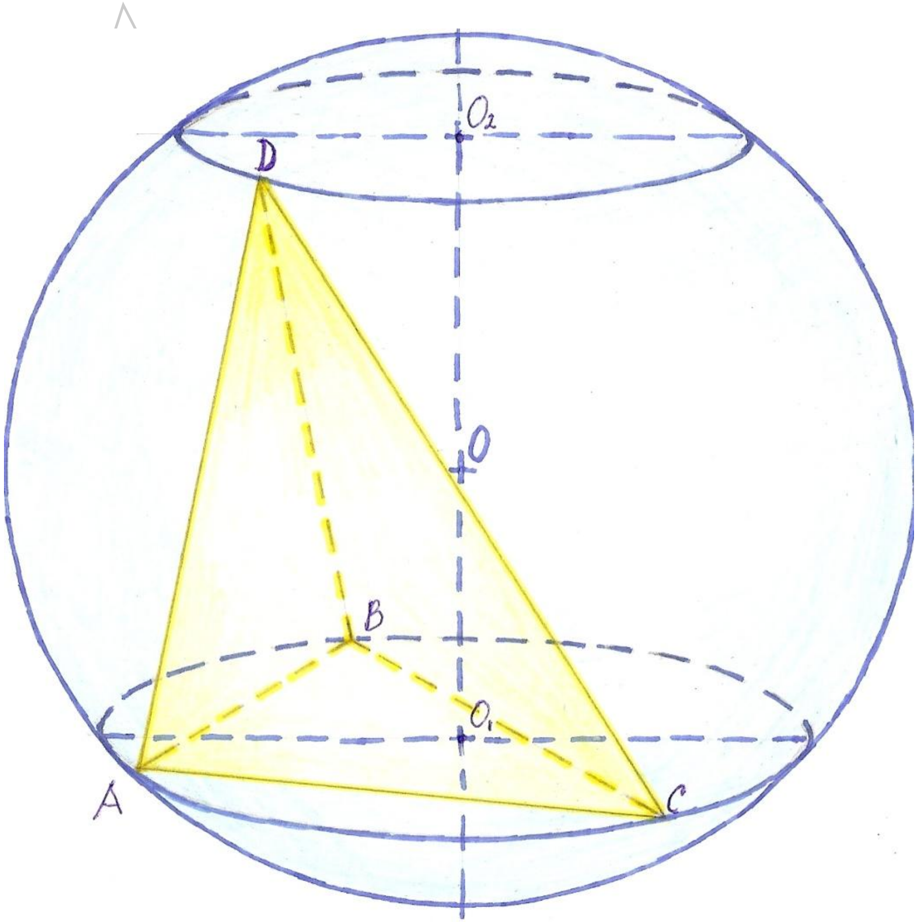
# Решение задач на комбинации призмы, шара и пирамиды.

# Шар, вписанный в пирамиду

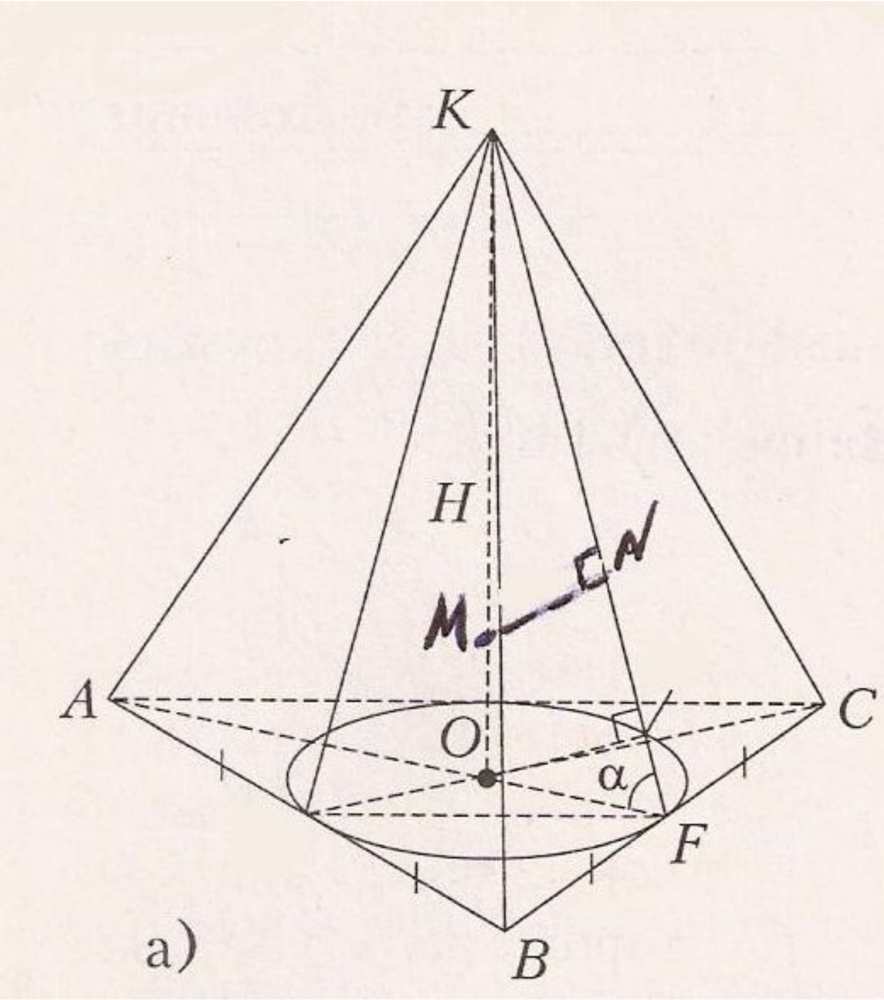
- *В любую треугольную пирамиду можно вписать шар;*
- *В пирамиду, у которой в основание можно вписать окружность; центр, которой служит основанием высоты пирамиды, можно вписать шар;*
- *В любую правильную пирамиду можно вписать шар;*
- *Центр шара, вписанного в пирамиду есть точка пересечения высоты пирамиды с биссектрисой угла, образованного апофемой и её проекцией на основание;*
- *Центр сферы (шара), вписанного в правильную пирамиду, лежит на высоте этой пирамиды.*



# Шар, описанный около пирамиды




- Около любой треугольной пирамиды можно описать шар;
- Если около основания пирамиды можно описать окружность, то около пирамиды можно описать шар;
- Около любой правильной пирамиды можно описать шар;
- Центр шара, описанного около пирамиды, лежит в точке пересечения прямой, перпендикулярной основанию пирамиды, проходящей через центр описанной около основания окружности и плоскости, перпендикулярной любому боковому ребру, проведённой через середину этого ребра.




# Рассмотрите рисунок и ответьте на вопросы:

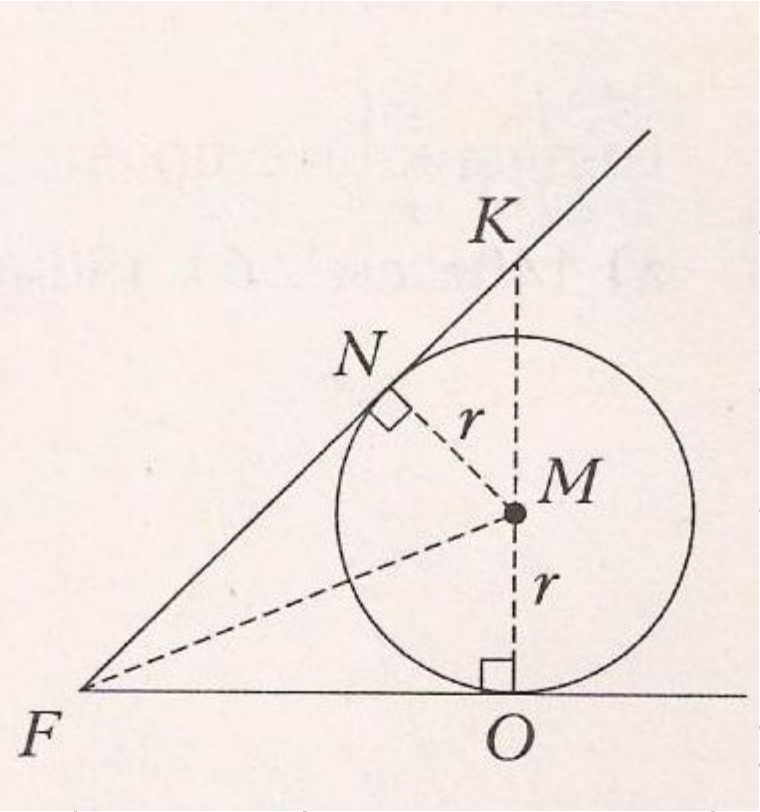
1) Где лежит центр шара?

2) Как найти радиус вписанного шара?

3) Как найти радиус описанного шара?

# Рассмотрите рисунки и вставьте пропущенные слова:

Центр шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду, лежит на ______ КО пирамиды и биссектрисы угла **KFO**, составленного ______ и её______. Треугольник **KNM** ______ треугольнику **FKO**, так как ________ **NM/ KM** = = **FO/FK**; **r**_______, где **FO** – радиус окружности, вписанной в основание

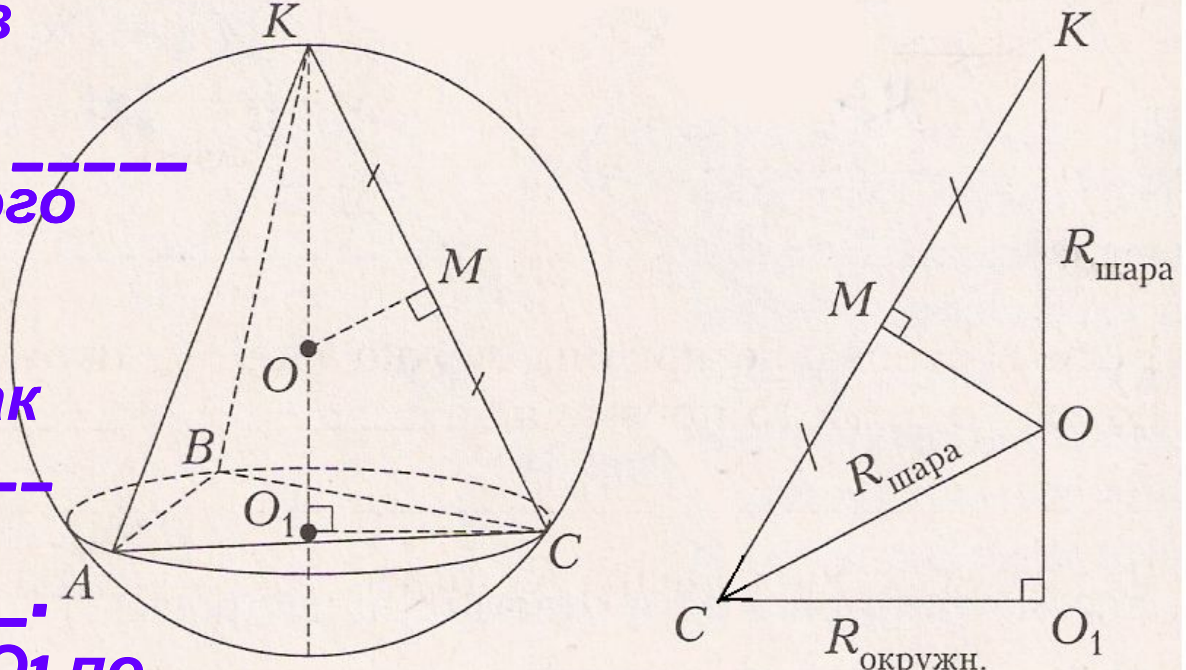


Около любой треугольной пирамиды можно описать шар. Центр шара лежит на высоте пирамиды в точке пересечения с перпендикуляром, ______ через ______ бокового ребра.

Треугольники КМО и КСО1________, так как ________ . КО1 ______ пирамиды.

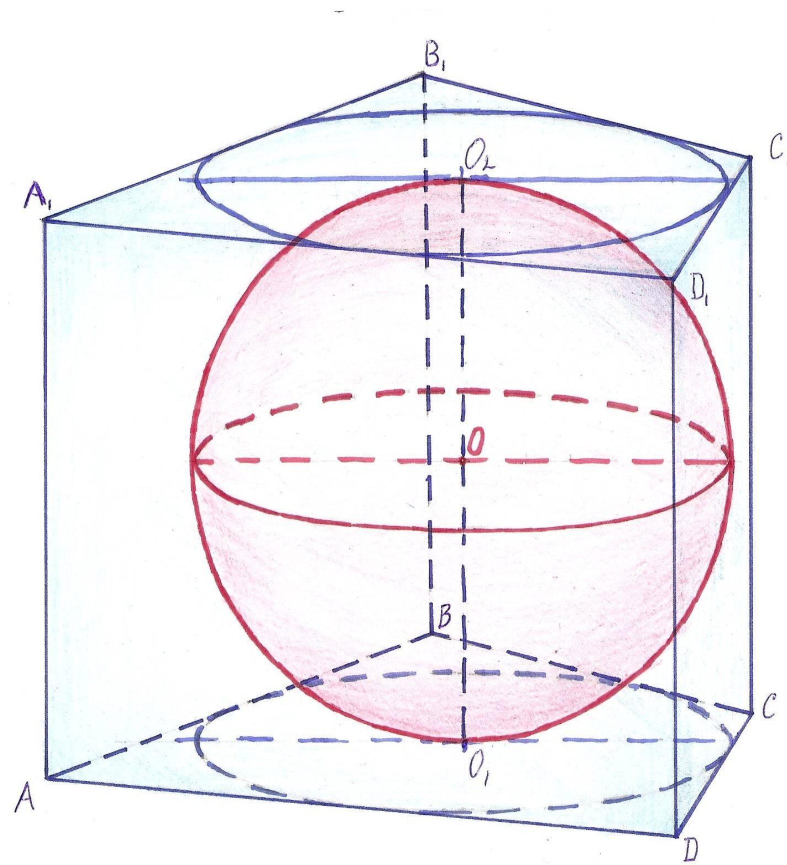
ОО1= КО1– КО=______.

В треугольнике СОО1 по теореме Пифагора СО=____________.

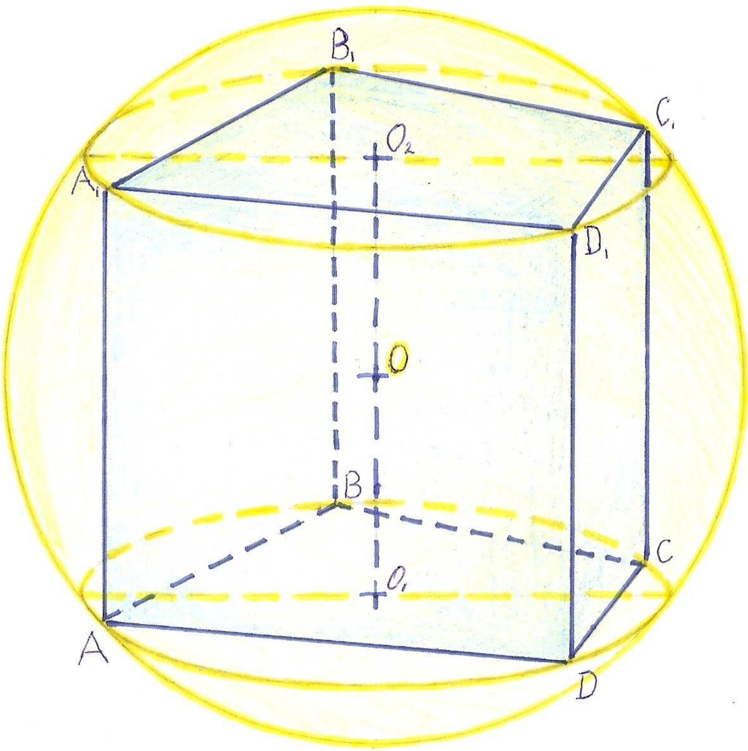


# Шар, вписанный в призму

- **Шар можно вписать в прямую призму, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности;**
- **Центр вписанного шара лежит на середине высоты прямой призмы, проходящей через центры окружностей, вписанных в основания призмы ($R_{шара} = R_{окружности}$, вписанной в основание призмы).**



# Шар, описанный около призмы




- Около призмы можно описать шар, тогда и только тогда, когда призма прямая и около основания можно описать окружность;
- Центр шара, описанного около прямой призмы, лежит на середине высоты призмы, проведённой через центр окружности, описанной около основания.

## *Решите задачу №1.*

*В четырёхугольную призму* **$ABCDA_1B_1C_1D_1$**, *вписана сфера. Площади граней* **$ABB_1A_1$** *и* **$CDD_1C_1$** *соответственно равны* **6** *см и* **5** *см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.*

## *Решите задачу №2.*

*Сфера описана около четырёхугольной призмы* **$ABCDA_1B_1C_1D_1$**. *Двугранные углы при рёбрах* **$AA_1$** *и* **$BB_1$** *cоотвтетственно равны* **60°** *и* **95°**. *Найдите величины двугранных углов при рёбрах* **$CC_1$** *и* **$DD_1$**.

# Тест по теме: «Вписанные и описанные многогранники».

### Вариант 1

### Уровень А

**1. Нельзя описать шар около…**

1) *куба;*
2) *прямоугольного параллелепипеда;*
3) *прямого параллелепипеда.*

**2. Можно описать шар около пирамиды, основанием которой является…**

1) *тупоугольный треугольник;*
2) *ромб;*
3) *прямоугольная трапеция.*

**3. Центр вписанного шара равноудалён…**

1) *от вершин многогранника;*
2) *рёбер многогранника;*
3) *граней многогранника.*

**4. Нельзя вписать шар в пирамиду, у которой равны…**

1) *углы между боковыми рёбрами и высотой пирамиды;*
2) *апофемы;*
3) *двугранные углы при рёбрах основания.*

**5.** Нельзя вписать шар в пирамиду, основанием которой является…

***1) ромб;***

***2) прямоугольник;***

***3) квадрат.***

**6.** Можно вписать шар в пирамиду, у которой равны…

***1) двугранные углы при рёбрах основания;***

***2) боковые рёбра;***

***3) углы между боковыми рёбрами и высотой пирамиды.***

**7.** В прямую треугольную призму вписан шар. Тогда высота призмы не может быть равна…

***1) диаметру вписанной в основание окружности;***

***2) диаметру шара;***

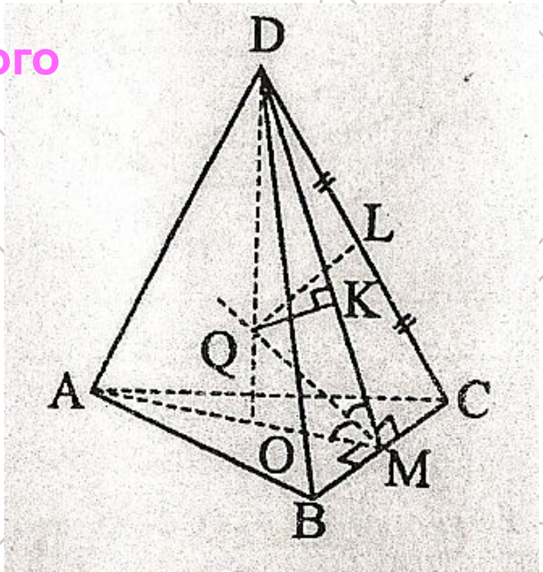
***3) радиусу шара.***

**8. DABC** – правильная пирамида. **Q** – центр вписанного шара. Тогда радиус шара – отрезок…

***1) QM;***

***2) QL;***

***3) QK.***



9. Объём многогранника, описанного около шара радиуса r, равен…

1) $V = 1/3r*S_{полн}$;

2) $V = 3r*S_{полн}$;

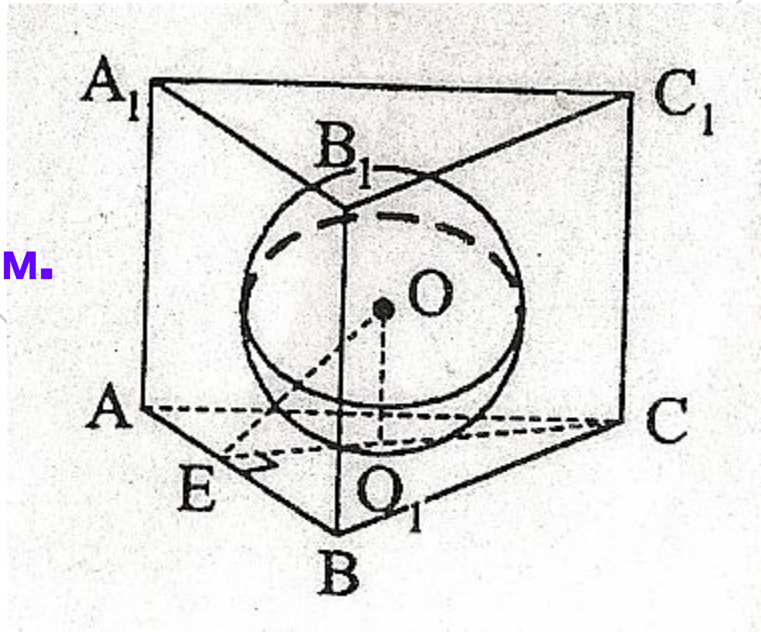
3) $V = S_{полн}/3r$/

## *Уровень В*

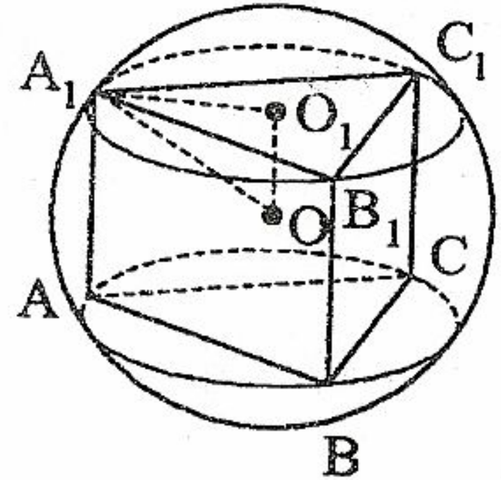
1. Ребро куба равно 6 см. Тогда радиус вписанного в куб шара равен…

2. Радиус описанного около куба шара равен $2\sqrt{3}$ см. Тогда ребро куба равно …

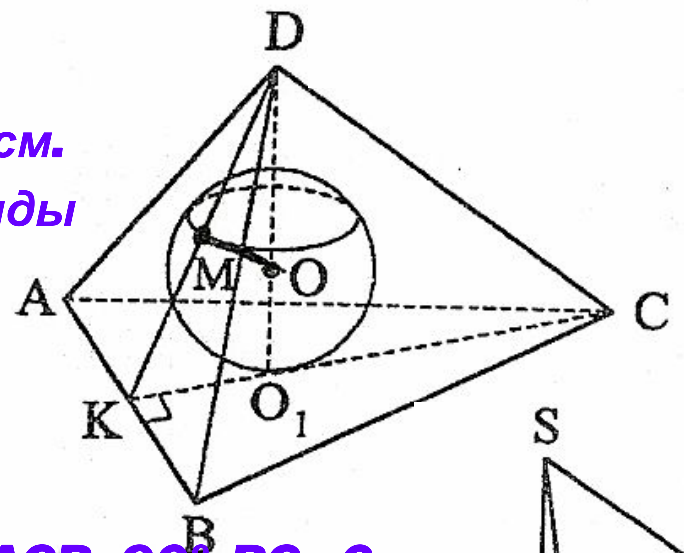
3. В правильную треугольную призму вписана сфера, радиус которой равен $\sqrt{2}$ см. Тогда расстояние от центра сферы до ребра основания равно…



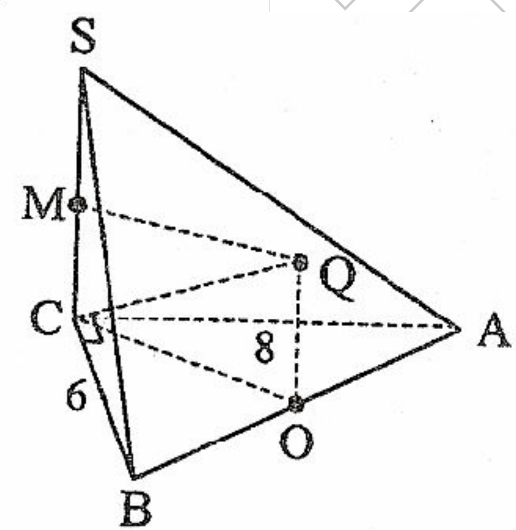
**4.** *Около правильной треугольной призмы описан шар радиуса* **10** *см.* $AB = 6\sqrt{3}$ *см. Тогда боковое ребро призмы равно… .*




**5.** *В правильную треугольную пирамиду* **DABC** *вписан шар с центром О.*
*М – точка касания шара и боковой поверхности грани* **ABD**. *МК=*$2\sqrt{3}$ *см.*
*Тогда периметр основания пирамиды равен… .*




**6.** **SABC** *– пирамида,* **CS**$\perp$ **(ABC).** $\angle$ **ACB=90°, BC= 6 с**
**AC = 8** *см,* **CS= 24** *см. Тогда радиус описанного около*
*пирамиды шара равен… .*



# Вариант 2.
## Уровень А

1. Можно описать шар около…
   1) *прямоугольного параллелепипеда;*
   2) *прямого параллелепипеда;*
   3) *наклонного параллелепипеда.*
2. Нельзя описать шар около пирамиды, основанием которой является…
   1) *тупоугольный треугольник;*
   2) *ромб;*
   3) *равнобедренная трапеция.*
3. Центр описанного шара равноудалён от…
   1) *вершин многогранника;*
   2) *рёбер многогранника;*
   3) *граней многогранника.*
4. Нельзя не описать шар около пирамиды, у которой равны…
   1) *двугранные углы при рёбрах основания;*
   2) *апофемы;*
   3) *боковые рёбра.*

5. Можно вписать шар в пирамиду, основанием которой является…

1) *ромб;*

2) *прямоугольник;*

3) *параллелограмм.*

6. Нельзя вписать шар в пирамиду, у которой равны…

1) углы наклона боковых рёбер;

2) *апофемы;*

3) *двугранные углы при рёбрах основания.*

7. В прямую треугольную призму вписан шар. Тогда высота призмы…

1) *равна радиусу шара;*

2) *в два раза больше радиуса;*

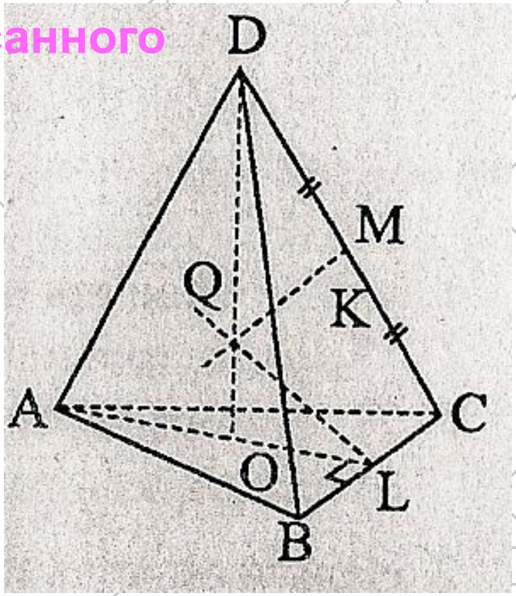
3) *в два раза меньше радиуса.*

8. DABC – правильная пирамида. Q – центр описанного шара. Тогда радиус шара – отрезок…

1) *QM;*

2) *QC;*

3) *QL.*



**9. Многогранник описан около шара. Тогда радиус шара равен…**

1) $r = 3V/S_{полн}$;

2) $r = 3S_{полн}/V$;

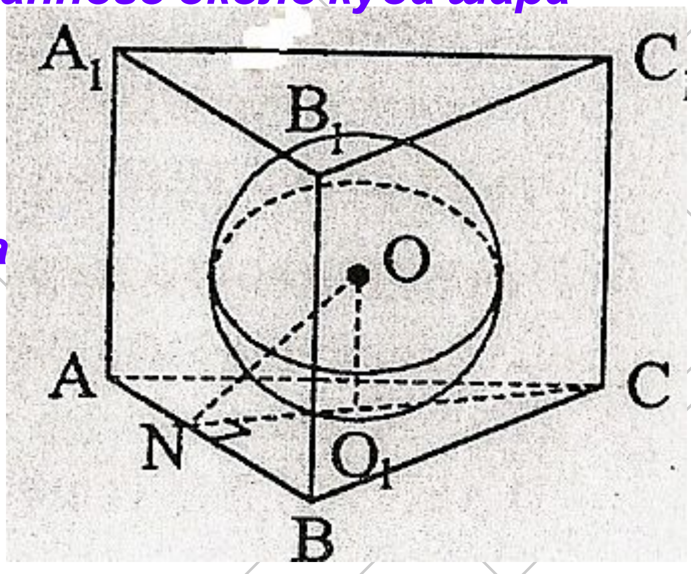
3) $r = V/S_{полн}$.

## Уровень В

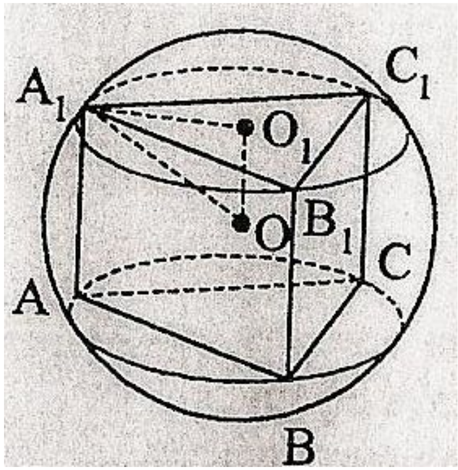
**1. Радиус вписанного в куб шара равен 3 см. Тогда ребро куба равно… .**

**2. Ребро куба равно $4\sqrt{3}$ см. Тогда радиус описанного около куба шара равен… .**

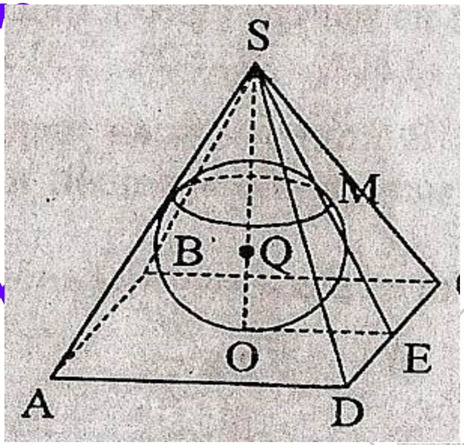
**3. В правильную треугольную призму вписана сфера. Расстояние от центра сферы до ребра основания равно $5\sqrt{2}$ см. Тогда радиус сферы равен… .**



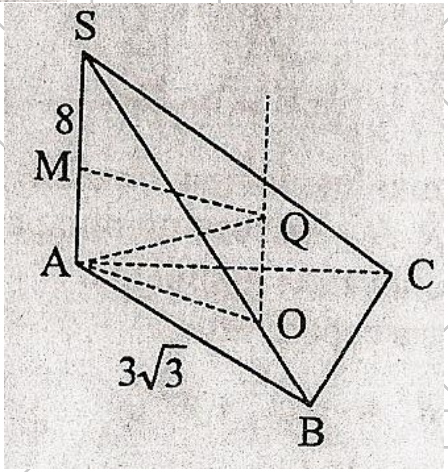
**4. $ABCA_1B_1C_1$** *- правильная треугольная призма, боковое ребро которой равно* **8 см.** *AB=*$3\sqrt{3}$ *см. тогда радиус описанного шара равен… .*




**5.** *В правильную четырёхугольну*
*пирамиду* **SABCD** *вписан шар*
*с центром* **Q** *и радиусом равным*
**1 см. $P_{ABCD} = 8\sqrt{3}$ см.**
*Тогда двугранные углы при рёбрах*
*основания равны… .*

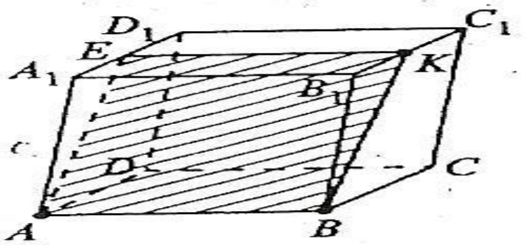



**6. SABC** *– пирамида,* **AS$\perp$ (ABC).**
**AB=BC=AC=$3\sqrt{3}$ см.**
**AS=8 см.**
*Тогда радиус описанного около пирамиды шара равен… .*

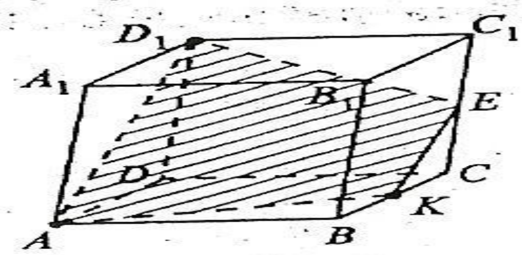


Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки:

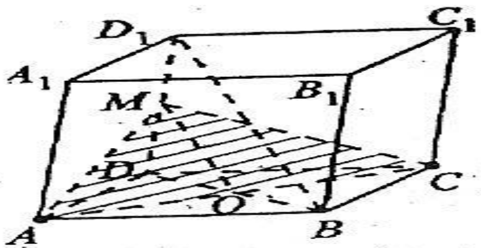
) $A, B, K$;



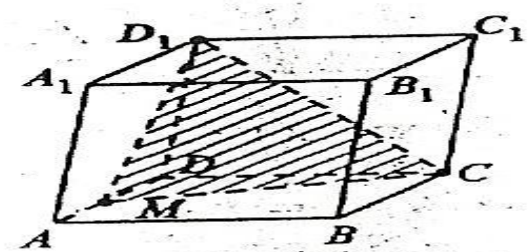

2) $A, D_1, K$;



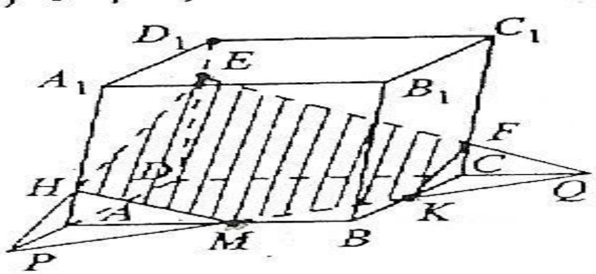

3) $A$ и $C$ параллельно диагонали $BD_1$;



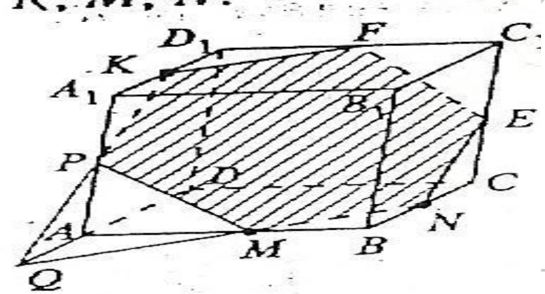

4) $M, D_1, C$;




5) $M, E, K$;



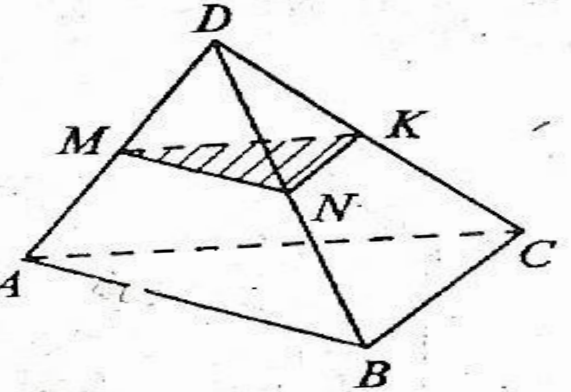

6) $K, M, N$.



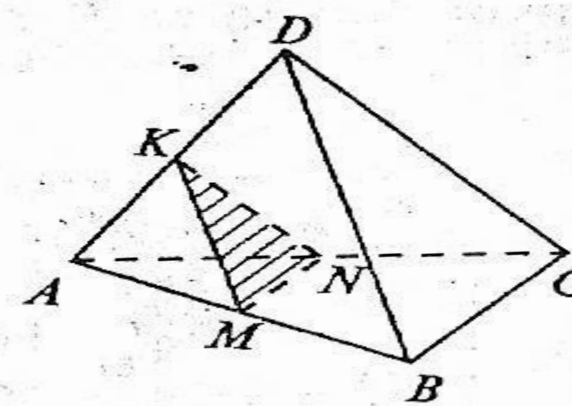
1. Объясните, как построить сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через данные точки $M$, $N$, $K$.

2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если $M$, $N$, $K$ — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно $a$.

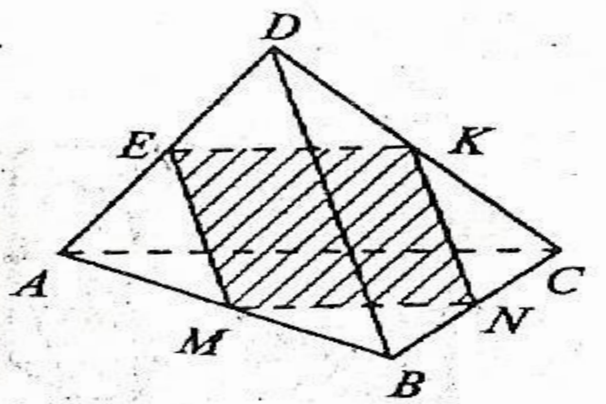
1.



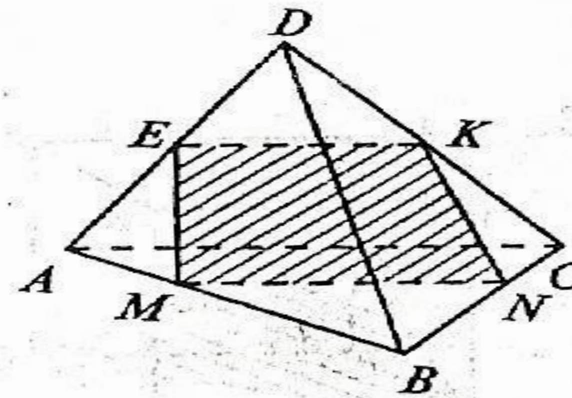

2.




3.




4.




$MN \parallel AC$