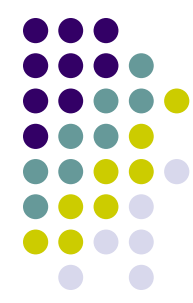


# Решение задач с параметрами

Выполнила: Матвиенко Елена  
Валентиновна – учитель математики  
ГООУ санаторной школы-интерната г.  
Петровска Саратовской области.



1. Найти все значения параметра  $a$ , при которых решением системы является вся прямая.

$$\begin{cases} \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 2, \\ \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} > -3. \end{cases}$$


?

2. При каких значениях параметра  $p$  функция определена при всех  $x \in \mathbb{R}$  ?

$$y = \sqrt{(4 - p)x^2 - 5x + \frac{5}{8}(1 - p)}$$

?

3. При каких значениях параметра  $a$  система неравенств

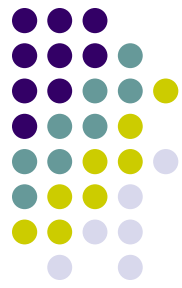
а) имеет единственное решение;  
 б) не имеет решений;  
 в) имеет бесконечно много решений?

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0, \\ x^2 - (a + 4)x + 4a \leq 0. \end{cases}$$

?

1. Найти все значения параметра  $a$ , при которых решением системы является вся прямая.

$$\begin{cases} \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 2, \\ \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} > -3. \end{cases}$$

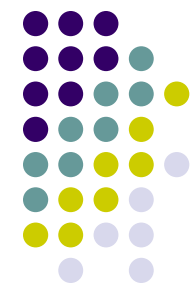


Решение.

$$\begin{cases} \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} < 2, \\ \frac{x^2 + ax - 2}{x^2 - x + 1} > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 2 - 2x^2 + 2x - 2}{x^2 - x + 1} < 0, \\ \frac{x^2 + ax - 2 + 3x^2 - 3x + 3}{x^2 - x + 1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - (a + 2)x + 4}{x^2 - x + 1} > 0, \\ \frac{4x^2 + (a - 3)x + 1}{x^2 - x + 1} > 0. \end{cases}$$

Так как квадратный трехчлен  $x^2 - x + 1 = (x^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot x + 0,25) + 0,75 = (x - 0,5)^2 + 0,75 > 0$  при любом значении  $x$ , то получим систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - (a + 2)x + 4 > 0, \\ 4x^2 + (a - 3)x + 1 > 0. \end{cases}$$



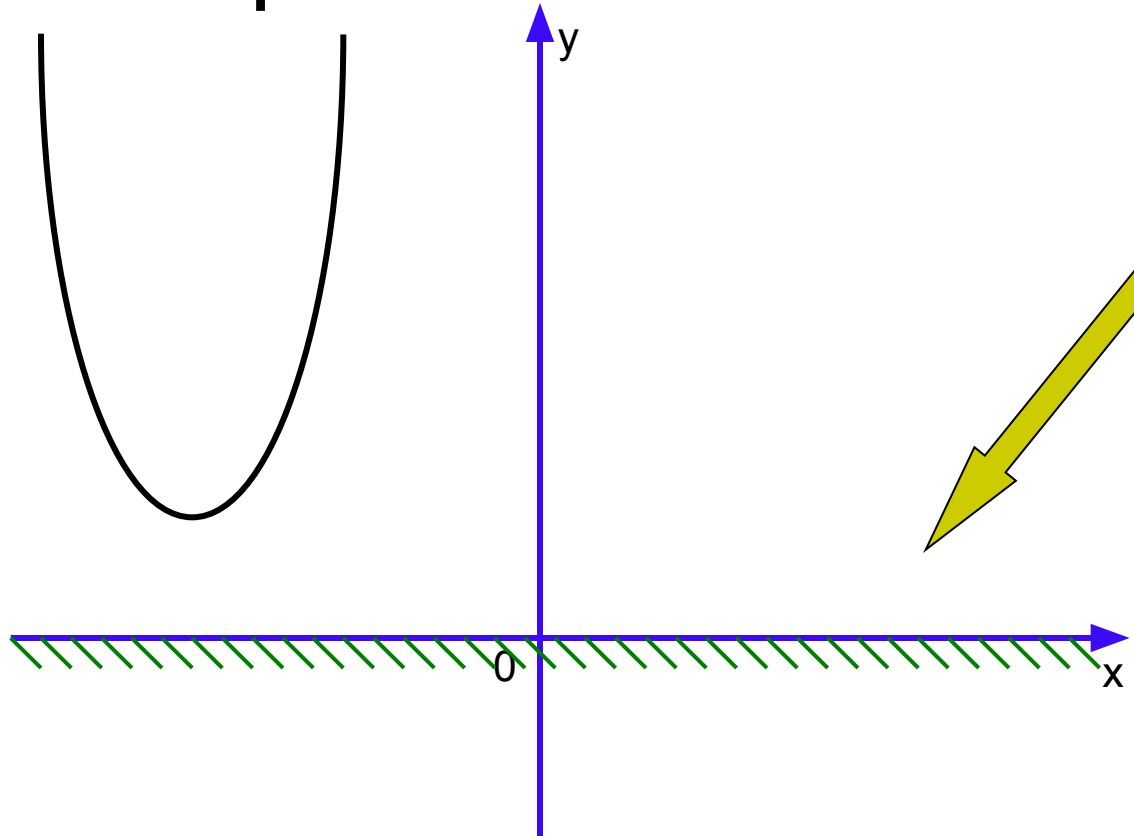
Когда система неравенств будет иметь решением всю числовую прямую?  
 когда решение каждого неравенства этой системы – есть вся числовая прямая.

$$\begin{cases} x^2 - (a + 2)x + 4 > 0, \\ 4x^2 + (a - 3)x + 1 > 0. \end{cases}$$

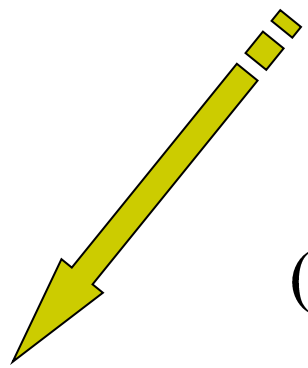
Решим каждое неравенство системы:

1.  $x^2 - (a + 2)x + 4 > 0$

Решением неравенства является вся числовая прямая, если  $D < 0 \Leftrightarrow (a + 2)^2 - 4 \cdot 4 < 0$ , т. е. квадратичная функция  $y = x^2 - (a + 2)x + 4$  этого неравенства являлась **всю числовую прямую?**



не пересекает ось абсцисс.



$$(a + 2)^2 - 4 \cdot 4 < 0$$

Решим второе неравенство системы:

$$2. \quad 4x^2 + (a - 3)x + 1 > 0.$$

Решением неравенства является вся числовая прямая, если

$D < 0 \Leftrightarrow (a - 3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 < 0$ , т. е. квадратичная функция

$y = 4x^2 + (a - 3)x + 1$  **не пересекает ось абсцисс.**



**Решением неравенства**

**является**

**вся числовая прямая,**

**если...**

$$(a - 3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 < 0$$

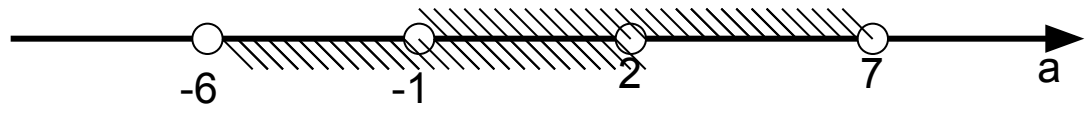
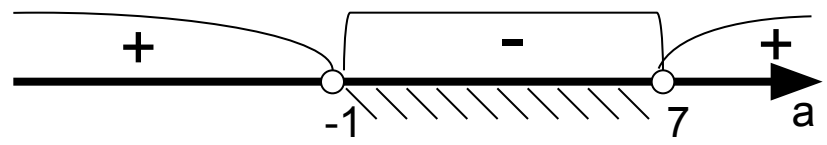
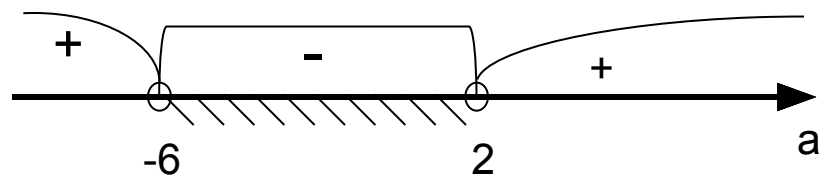




# Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} (a+2)^2 - 16 < 0, \\ (a-3)^2 - 16 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 4a - 12 < 0, \\ a^2 - 6a - 7 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (a+6)(a-2) < 0, \\ (a+1)(a-7) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < a < 2, \\ -1 < a < 7. \end{cases}$$



**Ответ: (-1;2).**

4. При каких значениях параметра  $p$  функция определена при всех  $x \in \mathbb{R}$  ?

$$y = \sqrt{(4-p)x^2 - 5x + \frac{5}{8}(1-p)}$$



Решение.

**Область определения функции** - множество действительных чисел, удовлетворяющих условию...  $(4-p)x^2 - 5x + \frac{5}{8}(1-p) \geq 0$

**Какие условия** должны выполняться, чтобы **решением** этого неравенства  $(4-p)x^2 - 5x + \frac{5}{8}(1-p) \geq 0$  являлась **вся числовая прямая**?

$$\begin{cases} D \leq 0, \\ 4-p > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 - 4 \cdot \frac{5}{8}(1-p)(4-p) \leq 0, \\ p < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^2 - 5p - 6 \geq 0, \\ p < 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -1, \\ p \geq 6, \\ p < 4 \end{cases} \Leftrightarrow p \leq -1.$$

Ответ:  $(-\infty ; -1]$ .

# Домашнее задание:



3. При каких значениях параметра  $a$  система неравенств

а) имеет единственное решение;

б) не имеет решений;

в) имеет бесконечно много решений?

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0, \\ x^2 - (a + 4)x + 4a \leq 0. \end{cases}$$