

**МОУ «СОШ №14»**



**Решение задач с помощью  
дробно-рациональных  
выражений**

**8 класс**

**г.Череповец**

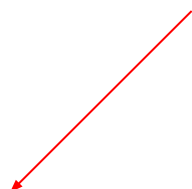
***«Успех – это не пункт  
назначения.***

***Это движение».***

***Т. Фастер.***

Если обе части уравнения являются рациональным выражением, то такие уравнения называют рациональным уравнением.

### Рациональные уравнения



Целые рациональные уравнения

Дробно-рациональные уравнения

$$\frac{2x+3}{5} = 5x;$$
$$x^2 + 6x + 8 = 0;$$
$$\frac{x+5}{4} = \frac{x-9}{6}.$$

$$\frac{2x+3}{5+x} = 4x;$$
$$\frac{x^2 + 6x + 8}{x+2} = 0;$$
$$\frac{x+5}{4x} = \frac{x-9}{6}.$$

# Алгоритм решения дробно-рациональных уравнений

- Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
- Умножить обе части уравнения на этот общий знаменатель, чтобы получить целое уравнение;
- Решить полученное целое уравнение;
- Исключить корни, обращающие каждый знаменатель в нуль  
или найти ОДЗ (Область допустимых значений переменных в знаменателях данных дробей)

- ***Задачи на движение по местности.***
- ***Задачи на движение по воде.***
- ***Задачи на работу.***
- ***Задачи на нахождение дробей и т.д.***

***s** – расстояние, **v** – скорость, **t** - время*

$$s = vt$$

$$t = s : v$$

~~$$s = v : t$$~~

$$v = s : t$$

~~$$t = s \cdot v$$~~

~~$$t : v = s$$~~

~~$$v = t : s$$~~

$$v \cdot t = s$$



ВЫХОД

# ***Устные упражнения:***

- **1. При каких значениях переменной существует данная дробь**
- **а)  $\frac{3 + 6a}{3 - 6a}$       б)  $\frac{a + 1}{a^2 - 4}$       ?**
- **2. Разложите на множители**
- **а)  $x^2 - 2xy + y^2 - 25$       б)  $x^2 + 8x - 9$**

### 3. Решите уравнения:

$$\frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5}$$

$$x \neq -5$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

*Ответ : 5*

$$\frac{2x^2}{2x-3} = \frac{3x}{2x-3}$$

$$2x-3 \neq 0, x \neq \frac{3}{2}$$

$$2x^2 = 3x$$

$$2x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = \frac{3}{2}$$

*Ответ: 0*



# Решение уравнений.

**Вариант 1.**

$$\frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}$$

**Вариант 2.**

$$\frac{2x+3}{2x-1} = \frac{x-5}{x+3}$$

**Вариант 3.**

$$\frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}$$

**Вариант 4.**

$$\frac{1+5x}{x+1} = \frac{2+x}{x}$$

# О т в е т ы:

**I вариант:**  $x_1 = -1, x_2 = -27$  ( $x \neq -7; x \neq 1$ )

**II вариант:**  $x = 0,2$  ( $x \neq 0,5; x \neq -3$ )

**III вариант:**  $x = \frac{2}{9}$  ( $x \neq 0,5; x \neq -0,5$ )

**IV вариант:**  $x_1 = 1, x_2 = -0,5$  ( $x \neq -1; x \neq 0$ ).

Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 ч?

*Пусть  $x$  ч – время, затраченное на дорогу от озера до деревни. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

	Скорость	Время	Расстояние
От озера	15 км/ч	$x$ ч	$15x$ км
От деревни	10 км/ч	$(1 - x)$ ч	$10(1 - x)$ км



	Скорость	Время	Расстояние
От озера	15 км/ч	$x$ ч	$15x$ км
От деревни	10 км/ч	$(1 - x)$ ч	$10(1 - x)$ км

Расстояние одно и то же, т.е. одинаковое.

**А.**  $15x = 10(1 - x)$

верно



**Б.**  $\frac{15}{x} + \frac{10}{1 - x} = 1$

~~$v \cdot t$~~

**В.**  $15x + 10(1 - x) = 1$

~~$s_1 + s_2 = t$~~

**Г.**  $15(1 - x) = 10x$

~~$v_1 \cdot t_2 = v_2 \cdot t_1$~~

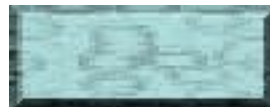


ВЫХОД

Лыжник от озера до деревни ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 12 км/ч. Сколько времени ушло у него на обратную дорогу, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 3 ч?

*Пусть  $x$  ч – время на обратную дорогу. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

	Скорость	Время	Расстояние
От озера	15 км/ч	$(3 - x)$ ч	$15(3 - x)$ км
От деревни	12 км/ч	$x$ ч	$12x$ км



	Скорость	Время	Расстояние
От озера	15 км/ч	$(3 - x)$ ч	$15(3 - x)$ км
От деревни	12 км/ч	$x$ ч	$12x$ км

Расстояние одно и то же, т.е. одинаковое.

**А.**  $15(3 - x) = 12x$

верно

**Б.**  $\frac{15}{x} + \frac{12}{3 - x} = 3$

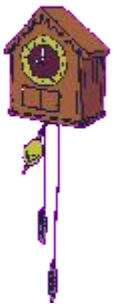
~~$v \cdot t$~~

**В.**  $15x + 12(3 - x) = 3$

~~$v_1 \cdot t_2 + v_2 \cdot t_1$~~

**Г.**  $15x = 12(3 - x)$

~~$v_1 \cdot t_2 = v_2 \cdot t_1$~~



ВЫХОД

Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 20 км ему потребовалось на 20 мин меньше, чем второму. Чему равны скорости велосипедистов?

*Пусть  $x$  км/ч – скорость первого велосипедиста. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Первый велосипедист	20	на 3 км/ч больше	$\frac{20}{x}$
Второй велосипедист	20	на 3 км/ч меньше	$\frac{20}{x-3}$



	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Первый велосипедист	20	$x$	$\frac{20}{x}$
Второй велосипедист	20	$x - 3$	$\frac{20}{x - 3}$

**Время первого велосипедиста на 20 мин меньше, чем время второго.**

**А.**  $\frac{20}{x} - \frac{2}{x} = \frac{1}{13}$

$t_1 < t_2$

**Б.**  $\frac{20}{x-3} - \frac{20}{x} = \frac{1}{13}$

**верно**

**В.**  $\frac{20}{x-3} - \frac{2}{3x} = 20$

~~20 мин!~~

**Г.**  $20x - 20(x - 3) = 20$

~~S.V.~~



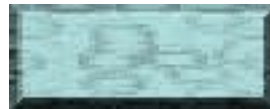
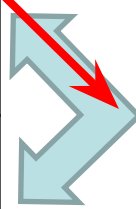
**ВЫХОД**



Скорость первого пешехода на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 5 км ему потребовалось на 15 мин меньше, чем второму. Чему равны скорости пешеходов?

*Пусть  $x$  км/ч – скорость первого пешехода. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Первый пешеход	5	на 1 км/ч больше	$\frac{5}{x}$
Второй пешеход	5	на 1 км/ч меньше	$\frac{5}{x-1}$



	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Первый пешеход	5	$x$	$\frac{5}{x}$
Второй пешеход	5	$x - 1$	$\frac{5}{x - 1}$

**Время первого пешехода на 15 мин меньше,  
чем время второго.**

**А.**  $\frac{5}{x - 1} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}$

**верно**

**Б.**  $\frac{5}{x} - \frac{5}{x - 1} = \frac{1}{4}$

$t_1 < t_2$

**В.**  $\frac{5}{x - 1} - \frac{5}{x} = 15$

~~15 мин!~~

**Г.**  $5x - 5(x - 1) = 15$

~~8.2~~

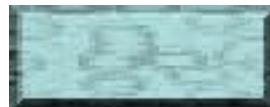


**ВЫХОД**

Расстояние по реке между двумя деревнями равно 2 км. На путь туда и обратно моторная лодка затратила 22 мин. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 1 км/ч?

*Пусть  $x$  ч – собственная скорость лодки. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

	Расстояние	Скорость	Время
По течению	2 км	$(x + 1)$ км/ч	$\frac{2}{x + 1}$ ч
Против течения	2 км	$(x - 1)$ км/ч	$\frac{2}{x - 1}$ ч



	Расстояние	Скорость	Время
<b>По течению</b>	2 км	$(x + 1)$ км/ч	$\frac{2}{x + 1}$ ч
<b>Против течения</b>	2 км	$(x - 1)$ км/ч	$\frac{2}{x - 1}$ ч

**На весь путь по течению и против течения лодка затратила 22 мин.**

**А.**  $2(x + 1) + 2(x - 1) = 22$

~~S & V~~

**Б.**  $\frac{2}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} = \frac{22}{60}$

верно



**В.**  $\frac{x + 1}{2} - \frac{x - 1}{2} = \frac{22}{60}$

~~V : S~~

**Г.**  $\frac{2}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} = 22$

~~22 мин~~

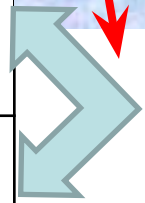


ВЫХОД

Моторная лодка курсирует между двумя пристанями, расстояние между которыми по реке равно 4 км. На путь по течению у нее уходит на 3 мин меньше, чем на путь против течения. Чему равна скорость течения реки, если известно, что скорость лодки в стоячей воде равна 18 км/ч?

*Пусть  $x$  ч – скорость течения реки. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

	Расстояние	Скорость	Время
По течению	4 км	$(18 + x)$ км/ч	$\frac{4}{18 + x}$ ч
Против течения	4 км	$(18 - x)$ км/ч	$\frac{4}{18 - x}$ ч



	Расстояние	Скорость	Время
По течению	4 км	$(18 + x)$ км/ч	$\frac{4}{18 + x}$ ч
Против течения	4 км	$(18 - x)$ км/ч	$\frac{4}{18 - x}$ ч

**Время по течению на 3 мин меньше, чем время против течения.**

**А.**  $\frac{4}{18 - x} - \frac{2}{18 + x} = \frac{1}{20}$

**верно**



**Б.**  $\frac{18 - x}{4} - \frac{18 + x}{4} = 3$

~~$v : s$~~

**В.**  $\frac{4}{18 + x} - \frac{2}{18 - x} = \frac{1}{20}$

$t_1 < t_2$



**Г.**  $4(18 + x) - 4(18 - x) = 3$

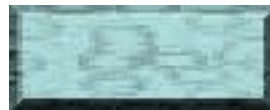
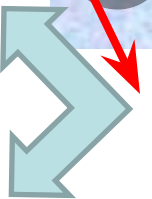
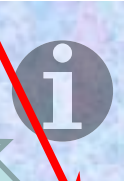
~~$s : v$~~

**ВЫХОД**

От города до поселка автомобиль доехал за 3 ч. Если бы он увеличил скорость на 25 км/ч, то затратил бы на этот путь на 1 ч меньше. Чему равно расстояние от города до поселка?

*Пусть  $x$  км – расстояние от города до поселка. Какое уравнение соответствует условию задачи?*

	Расстояние (км)	Время (ч)	Скорость (км/ч)
Проехал	<input type="text" value="x"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="x/3"/>
Мог проехать	<input type="text" value="x"/> на <input type="text" value="2"/> ше	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="x/2"/>



	Расстояние (км)	Время (ч)	Скорость (км/ч)
Проехал	$x$	3	$\frac{x}{3}$
Мог проехать	$x$	2	$\frac{x}{2}$

**Увеличится скорость автомобиля  
на 25 км/ч.**



**А.**  $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 25$

**верно**

**Б.**  $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} = 25$

$v_1 < v_2$

**В.**  $\frac{2}{x} - \frac{3}{x} = 25$

~~$t : s$~~

**В.**  $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} = 25$

~~$t : s$~~



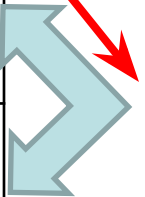
**ВЫХОД**



От дома до школы Коля обычно едет на велосипеде со скоростью 10 км/ч. Чтобы приехать в школу раньше на  $\frac{1}{4}$  ч, ему надо ехать со скоростью 12 км/ч. Чему равно расстояние от дома до школы?

*Пусть  $x$  км – расстояние от дома до школы. Какое уравнение соответствует условию задачи?*

	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Едет	$x$	10	$\frac{x}{10}$
Надо ехать	$x$	12	$\frac{x}{12}$



	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Ехал	$x$	10	$\frac{x}{10}$
Надо ехать	$x$	12	$\frac{x}{12}$

**Приедет раньше на  $\frac{1}{4}$  часа.**

**А.**  $\frac{x}{10} - \frac{x}{12} = \frac{1}{4}$

**верно**

**Б.**  $\frac{x}{10} - \frac{x}{12} = 15$

~~15 мин~~

**А.**  $\frac{x}{12} - \frac{x}{10} = \frac{1}{4}$

$t_2 < t_1$

**Б.**  $\frac{x}{12} - \frac{x}{10} = 15$

$t_2 < t_1$



**ВЫХОД**

# Задачи ГИА - 2010

**Вариант 1.  
Какова  
скорость  
автобуса?**

**Вариант 2.  
Какова  
скорость  
автобуса?**

**Вариант 3.  
Какова  
скорость  
велосипедиста?**

Скорость автобуса на 25 км/ч меньше скорости автомобиля. Расстояние от города до поселка автобус проезжает за 3 ч, а автомобиль за 2 ч. Какова скорость автобуса?

*Пусть скорость автобуса  $x$  км/ч. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

$$s = vt$$

	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	на 25 км/ч меньше	3 ч	$3x$ км
Автомобиль	на 25 км/ч больше	2 ч	$2(x + 25)$ км



	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	$x$ км/ч	3 ч	$3x$ км
Автомобиль	$(x + 25)$ км/ч	2 ч	$2(x + 25)$ км

**Расстояние одно и то же, т.е. одинаковое.**

**А.**  $3x = 2(x + 25)$

**верно**



**Б.**  $2x = 3(x - 25)$

~~$v_1 \cdot t_2$~~

**В.**  $2x = 3(x + 25)$

~~$v_1 \cdot t_2$~~

**Г.**  $3x = 2(x - 25)$

~~$v_2 \cdot t_2$~~



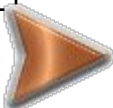
**ВЫХОД**

Скорость автобуса на 27 км/ч больше скорости велосипедиста. Расстояние от города до поселка велосипедист проезжает за 5 ч, а автобус за 2 ч. Какова скорость автобуса?

*Пусть скорость автобуса  $x$  км/ч. Какое из уравнений соответствует условию задачи?*

$$s = vt$$

	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	на 27 км/ч больше	2 ч	$2x$ км
Велосипедист	на 27 км/ч меньше	5 ч	$5(x - 27)$ км



	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	$x$ км/ч	2 ч	$2x$ км
Велосипедист	$(x - 27)$ км/ч	5 ч	$5(x - 27)$ км

**Расстояние одно и то же, т.е. одинаковое.**

**А.**  $5x = 2(x - 27)$

~~$v_1 \cdot t_2$~~



**Б.**  $5x = 2(x + 27)$

~~$v_1 \cdot t_2$~~

**В.**  $2x = 5(x + 27)$

~~$v_2 \cdot t_2$~~

**Г.**  $2x = 5(x - 27)$

**верно**



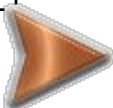
**ВЫХОД**

Скорость велосипедиста на 36 км/ч меньше скорости мотоциклиста. Расстояние от города до поселка велосипедист проезжает за 6 ч, а мотоциклист за 2 ч. Какова скорость велосипедиста?

*Пусть скорость велосипедиста  $x$  км/ч. Какое уравнение соответствует условию задачи?*

$$s = vt$$

	Скорость	Время	Расстояние
Велосипедист	на 36 км/ч меньше	6 ч	$6x$ км
Мотоциклист	на 36 км/ч больше	2 ч	$2(x + 36)$ км





	Скорость	Время	Расстояние
Велосипедист	$x$ км/ч	6 ч	$6x$ км
Мотоциклист	$(x + 36)$ км/ч	2 ч	$2(x + 36)$ км

**Расстояние одно и то же, т.е. одинаковое.**

**А.**  $6x = 2(x - 36)$

~~$v_2 \cdot t_2$~~

**Б.**  $6x = 2(x + 36)$

**верно**



**В.**  $2x = 6(x - 36)$

~~$v_1 \cdot t_2$~~

**Г.**  $2x = 6(x + 36)$

~~$v_1 \cdot t_2$~~



**ВЫХОД**

