

Урок геометрии в 11 классе.  
«Решение задач с помощью  
координат точек, прямых и  
плоскостей»

Выполнила: учитель математики  
Александрова С.В.

*« Наука без практики  
похожа на стоячую  
воду, а ум человека, не  
находя себе  
применения, чахнет»*

Леонардо да Винчи

# Координатный метод решения задач.

# Цель урока:

- Показать применение и преимущество координатного метода при решении стереометрических задач.

# Задачи:

- Раскрыть содержание метода;
- Повторить и закрепить основные формулы;
- Развитие умения применять метод при решении задач;
- Способствовать воспитанию умения работать в команде.

# Текст из кейса «Тяжкое бремя ЕГЭ»

- Усилия всей семьи усердной ученицы 11 класса Натальи, гуманитарного склада ума направлены на внедрение её в число студенток любого, но желательно очень престижного вуза. В настоящий момент выявилась одна из жестких проблем: зачастую, на экзаменах появляются задания, связанные со знанием очень многих формул, понятий, определений, признаков различных геометрических фигур.
- Ситуация усугубляется тем, что встреча с такими заданиями приводит Наташу в состояние стойкого оцепенения (ну не получается у неё полюбить математику). Просмотрев задания первой части ЕГЭ для выпускников 11 класса, Наташа сразу узнала своего "противника" - задание В5, В8, В10, В13. Наташе нельзя отказать в здравом смысле, но ей показалось сложным эти задания.

Но ведь встречаются в ЕГЭ и худшие монстры: это задания С2. Просмотрев учебник математики, Наташа поняла, что там столько теоретического материала, что она просто не в силах всё это усвоить, и тем более применять при решении. Она боится большого количества формул и правил. К счастью, Наташа - неисправимая оптимистка. И как у любого оптимиста у неё много друзей и почему бы не сосредоточить их интеллектуальные ресурсы на выработку подхода к этой мини ситуации: как одолеть такие задания? Может, кто-то уже их победил? Может у кого-то есть верный способ, как обойти проблему? И как понять, нужно ли ей вообще волноваться по данному поводу?

- **Итак - цель полезного использования нашего кейса: разработать рекомендации к системе подготовки решения подобных задач и убедить Наташу в преимуществах выбранного способа решения.**



# Метод координат при решении заданий С-2



Угол между прямой и плоскостью	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>
Угол между плоскостями	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>
Расстояние от точки до плоскости	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>
Расстояние от точки до прямой	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>



# Пример 1 (Угол между прямой и плоскостью)



В кубе найти угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $(ABC_1)$ .

Ответ:

30



## Пример 1 (Угол между плоскостями):

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 5. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 3 : 2$ . Найдите угол между плоскостями  $(ABC)$  и  $(BED_1)$ .

Ответ:

$$\arccos \frac{2}{\sqrt{17}}$$

# Пример 1(Расстояние от точки до плоскости):



В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  стороны основания равны 2, а боковое ребро  $SA = \sqrt{5}$ . Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $(ADM)$ , где  $M$  — середина ребра  $SC$ .

Ответ:

1

## Пример 1 (Расстояние от точки до прямой):



В правильной треугольной призме сторона основания равна 2, высота призмы равна 1. Найти расстояние от вершины  $A_1$  до прямой  $BC_1$ .

Ответ:

$$d = 4/\sqrt{5}$$

## Пример 2 (Угол между прямой и плоскостью)



В правильной треугольной призме все рёбра равны 1. Найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $(A_1C_1C)$ .

Ответ:

$$\arcsin \sqrt{6}/4$$



## Пример 2 (Угол между плоскостями):

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $S$ -вершина,  $M$ -середина ребра  $SA$ ,  $K$ -середина ребра  $SC$ . Найти косинус угла между плоскостями  $(BMK)$  и  $(ABC)$ , если  $AB=8$ , а  $SC=10$ .

Ответ:

$$(2\sqrt{2})/5$$

## Пример 2(Расстояние от точки до плоскости):



В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки  $A$  до плоскости  $(B A_1 C)$ .

Ответ:

$$d = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$



## Пример 2 (Расстояние от точки до прямой):

Дан тетраэдр  $DAVC$ , все рёбра которого равны 1. Найти расстояние от вершины  $A$  до прямой  $BE$ , где  $E$ -середина ребра  $CD$ .

Ответ:

$$d = \frac{\sqrt{2}}{3}$$



### Пример 3 (Угол между прямой и плоскостью)



В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $E$  - середина ребра  $A_1 B_1$ . Найти синус угла между  $AE$  и плоскостью  $(BDD_1)$ .

Ответ:

$$\sqrt{10}/10$$



## Пример 3 (Угол между плоскостями):

В правильной треугольной призме все стороны равны 1. Найдите косинус угла между плоскостями  $(AB_1C)$  и  $(A_1B_1C)$ .

Ответ:

$5/7$

# Пример 3 (Расстояние от точки до плоскости):



В единичном кубе найдите расстояние от точки В до плоскости (АСВ<sub>1</sub>).

Ответ:

$$d = \sqrt{3}/3$$

## Пример 3 (Расстояние от точки до прямой):



Длины ребер  $AB$ ,  $AA_1$  и  $AD$  прямоугольного параллелепипеда  $AB_1C_1D_1$  равны соответственно 12, 16 и 15. Найдите расстояние от вершины  $A_1$  до прямой  $BD_1$ .

Ответ:

$$d=12$$

# Рекомендации.

1. Самое замечательное свойство этого метода заключается в том, что не имеет никакого значения, как именно вводить систему координат. Если все вычисления будут правильными, то и ответ будет правильным.
2. координатный метод может помочь, если в задаче требуется определить геометрическое место точек .
3. очень полезно применить координатный метод, если из условия задачи не понятно, как расположены те или иные точки.
4. полезно и удобно применять координаты и векторы для вычисления углов и расстояний.
5. когда не видно ни каких подходов к решению задачи, или вы не можете составить уравнения, попробуйте применить координатный метод. Он не обязательно даст решение, но поможет разобраться с условиями и даст толчок к поиску другого решения.
6. Если освоить метод координат, то научиться оформлять свои выкладки — дело пяти минут.

## Полезные замечания:

1. Любую задачу С2 можно решить методом координат.
2. Метод координат – не единственный метод решения задач С2
3. Метод координат универсален, потому что есть алгоритм решения для любого типа заданий С2.
4. Целесообразно задавать систему координат специальным способом для разных объектов.
5. Целесообразно изображать плоскость  $Oxy$  и основание геометрического тела в ней отдельно.

# Задание на дом:

найти в вариантах ЕГЭ две задачи на  
нахождение расстояния между  
скрещивающимися прямыми.

*Музыка может возвышать  
Или умиротворять душу,  
Живопись – радовать глаз,  
Поэзия – пробуждать чувства,  
Философия – удовлетворять  
потребности разума,  
Инженерное дело – совершенствовать  
Материальную сторону жизни людей,  
А математика способна достичь  
Всех этих целей*

*Морис Клайн*