



# РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ В8 Многогранники

[HTTP://MATHEGE.RU/OR/EGGE/MAIN.HTML](http://mathege.ru/or/egge/main.html)

#### Полезная информация

- Членам НМС
- Разработчикам КИМ
- Экспертам ПК регионов
- Преподавателям вузов и колледжей
- Учителям школ
- Родителям и учащимся

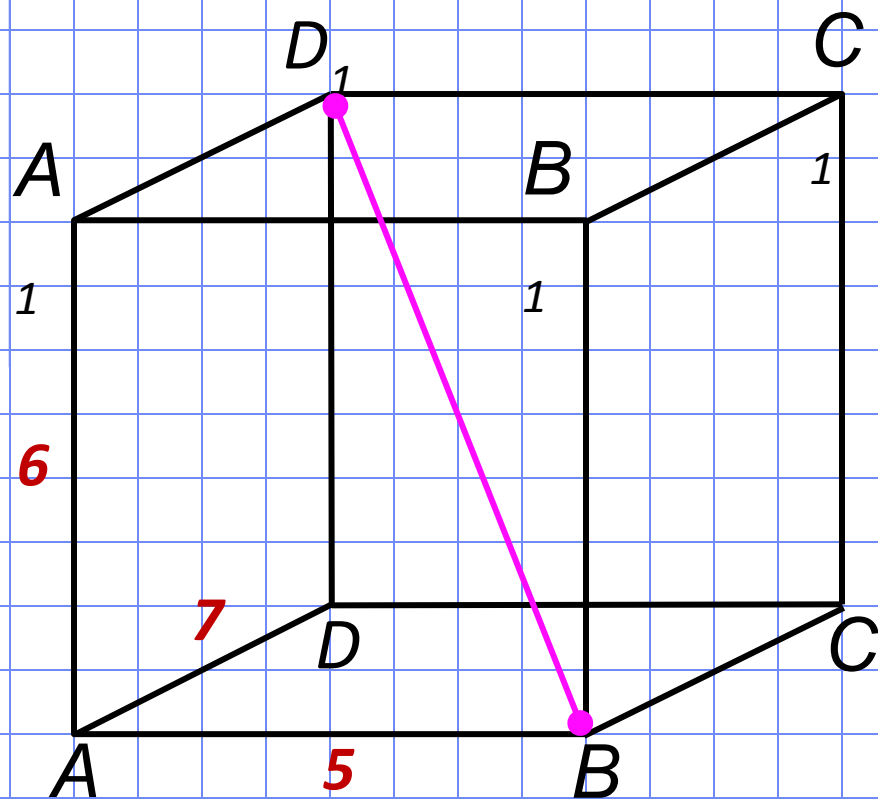


Подписаться  
на рассылку новостей



№1

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $B$  и  $D_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  
 $AD = 7$ ,  $AA_1 = 6$ .



Решение.

Диагональ  
прямоугольного  
параллелепипеда равна  
сумме квадратов трех  
его измерений:

$$BD_1^2 = AB^2 + BC^2 + BB_1^2$$

$$BD_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

$$BD_1^2 = 5^2 + 7^2 + 6^2 = \\ = 25 + 49 + 36 = 110$$

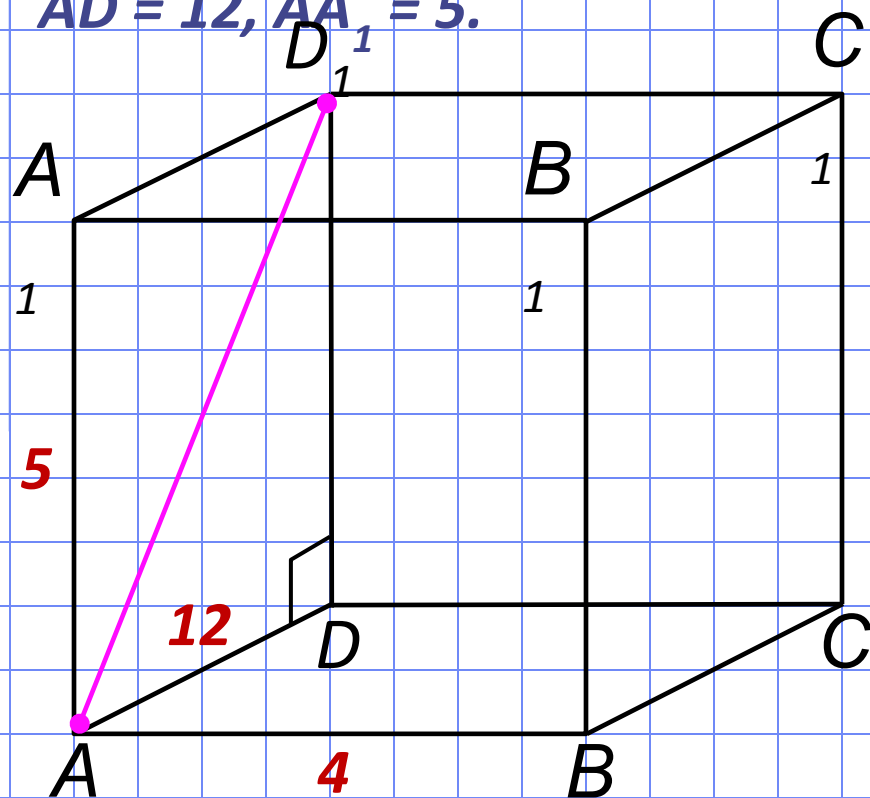
Ответ: 110.

№2

Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого

$$AB = 4,$$

$$AD = 12, AA_1 = 5.$$



Решение.

Диагональ грани прямоугольного параллелепипеда равна сумме квадратов двух его измерений (по теореме Пифагора в п/у

$\triangle ADD_1$ ):

$$AD_1^2 = AD^2 + DD_1^2$$

$$AD_1^2 = AD^2 + AA_1^2$$

$$AD_1^2 = 12^2 + 5^2 = 13^2$$

$$AD_1 = 13$$

Ответ: 13.

№3

Найдите угол  $AC_1C$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 15$ ,  $A_1D_1 = 8$ ,  $AA_1 = 17$ . Ответ дайте в градусах.

Решение.

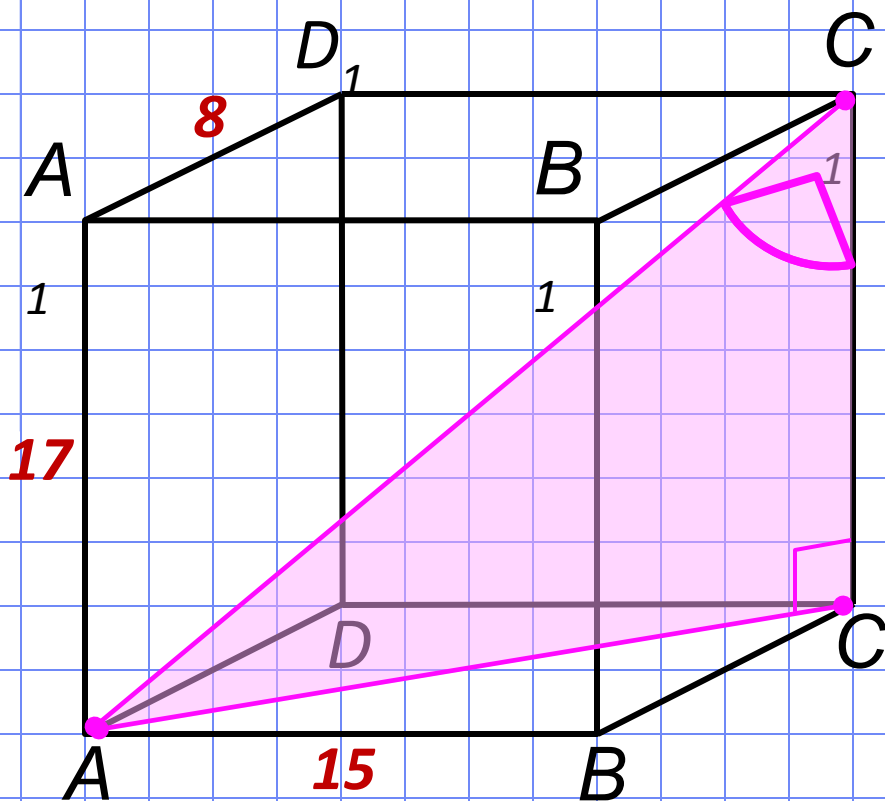
Угол  $AC_1C$  найдем из п/у  $\triangle ACC_1$ , в котором известен катет  $CC_1 = AA_1 = 17$ , а катет  $AC$  найдем по теореме Пифагора в п/у  $\triangle ABC$ :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 15^2 + 8^2 = 17^2$$

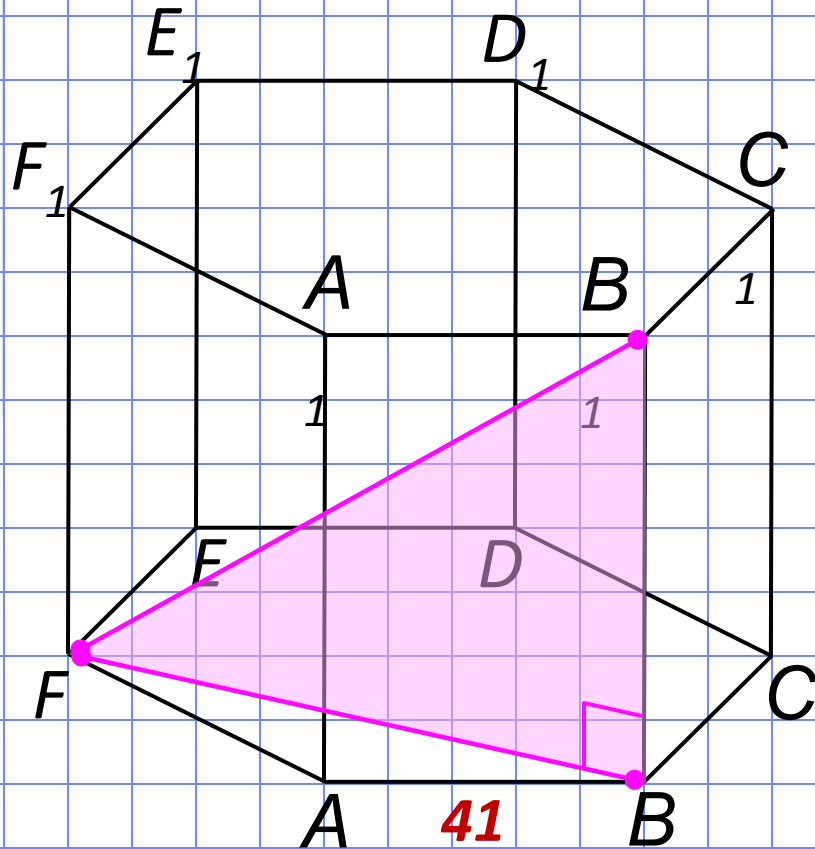
$AC = 17$ . Значит  $\triangle ACC_1$  – р/б,

$$\Rightarrow \angle AC_1C = 45^\circ.$$



Ответ: 45.

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 41. Найдите расстояние между точками  $F$  и  $B_1$ .



Решение.

Расстояние между точками  $F$  и  $B_1$  найдем из п/у  $\triangle FBB_1$ , в котором известен катет  $BB_1 = 41$ , а катет  $FB$  является меньшей диагональю в правильном шестиугольнике и равен  $41\sqrt{3}$ . По теореме

Пифагора в п/у  $\triangle FBB_1$ :

$$FB_1^2 = FB^2 + BB_1^2$$

$$FB_1^2 = (41\sqrt{3})^2 + 41^2 =$$

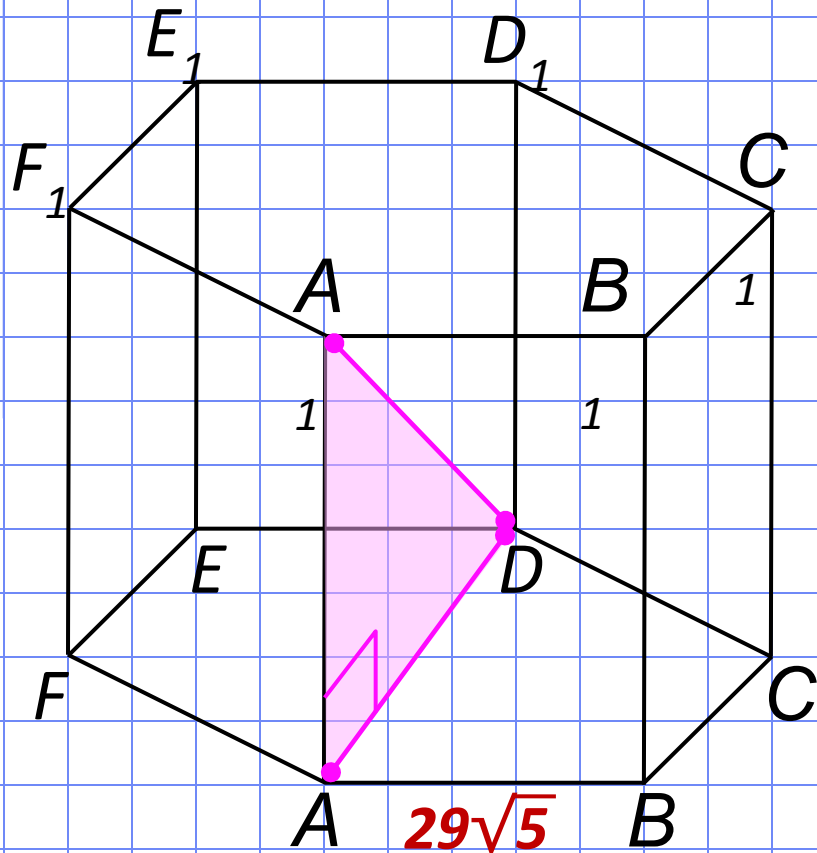
$$= 41^2(3 + 1) = 41^2 \cdot 2^2;$$

$$FB_1 = 41 \cdot 2 = 82.$$

Ответ: 82.

№5

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны  $29\sqrt{5}$ . Найдите расстояние между точками  $A_1$  и  $D$ .



Решение.

Расстояние между точками  $D$  и  $A_1$  найдем из п/у  $\triangle AA_1 D$ , в котором известен катет  $AA_1 = 29\sqrt{5}$ , а катет  $AD$  является большей диагональю в правильном шестиугольнике и равен  $58\sqrt{5}$ . По теореме Пифагора в п/у  $\triangle AA_1 D$ :

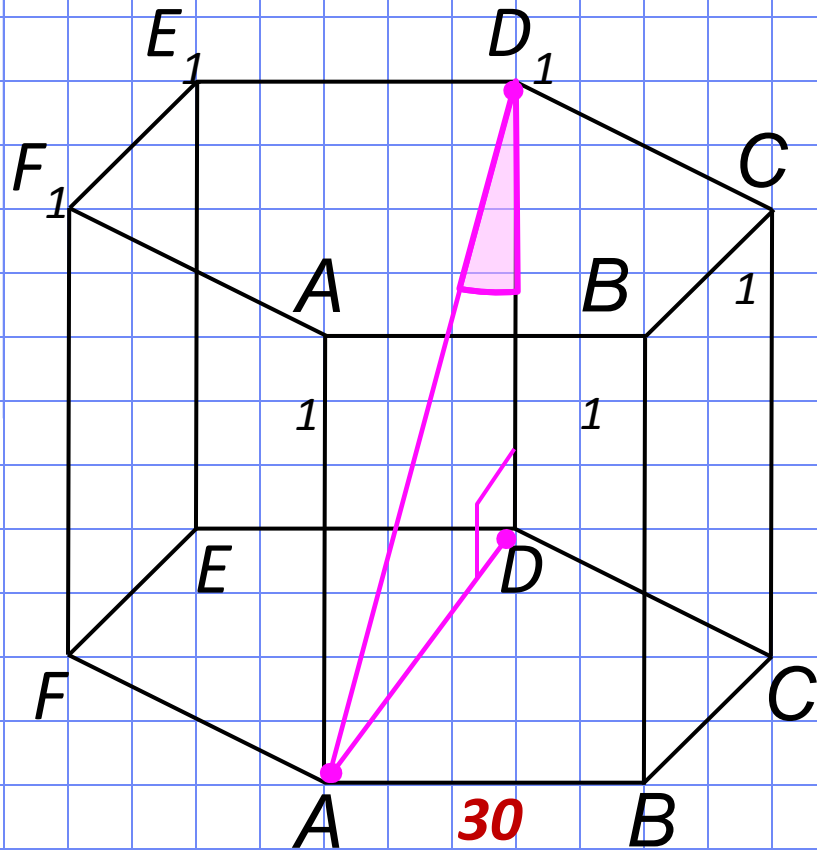
$$\begin{aligned} DA_1^2 &= DA^2 + AA_1^2 \\ DA_1^2 &= (29\sqrt{5})^2 + (58\sqrt{5})^2 = \\ &= 29^2(5 + 20) = 29^2 \cdot 5^2; \end{aligned}$$

$$DA_1 = 29 \cdot 5 = 145.$$

Ответ: 145.

№6

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 30. Найдите тангенс угла  $AD_1 D$ .



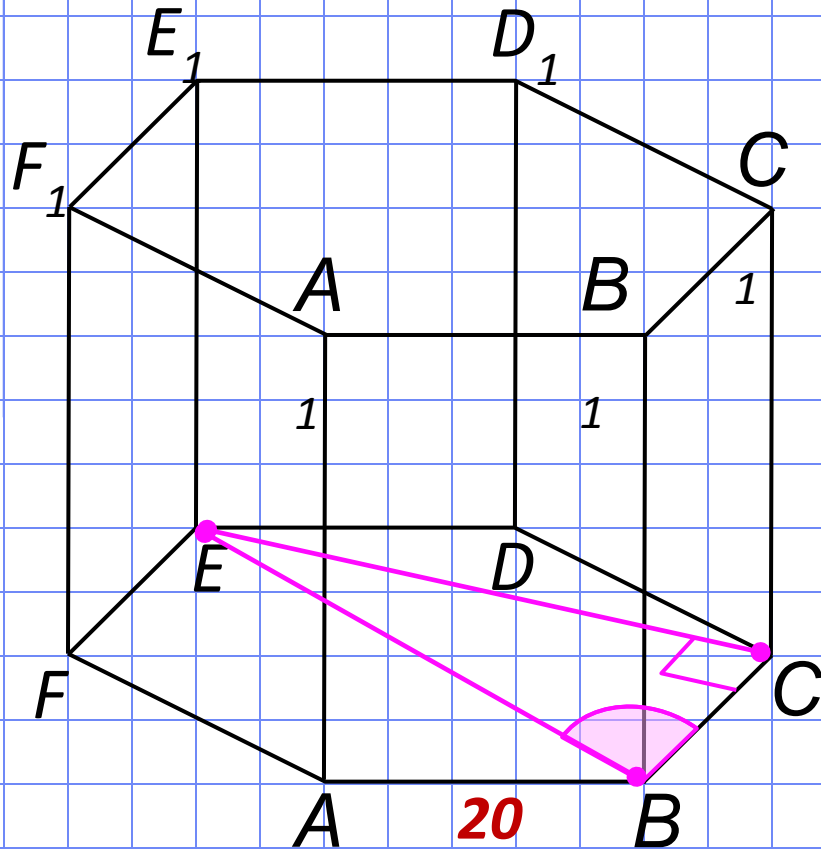
Решение.

Рассмотрим п/у  $\triangle AD_1 D$ , в котором известен катет  $DD_1 = 30$ , а катет  $AD$  является большей диагональю в правильном шестиугольнике и равен 60.

$$\operatorname{tg} \angle AD_1 D = AD : DD_1 = 60 : 30 = 2$$

Ответ: 2.

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 20. Найдите угол  $CBE$ . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Рассмотрим п/у  $\triangle CBE$ , в котором известен катет  $BC = 20$ , а катет  $BE$  является большей диагональю в правильном шестиугольнике и равен 40.

$$\cos \angle CBE = BC : BE = 20 : 40 = 0,5$$

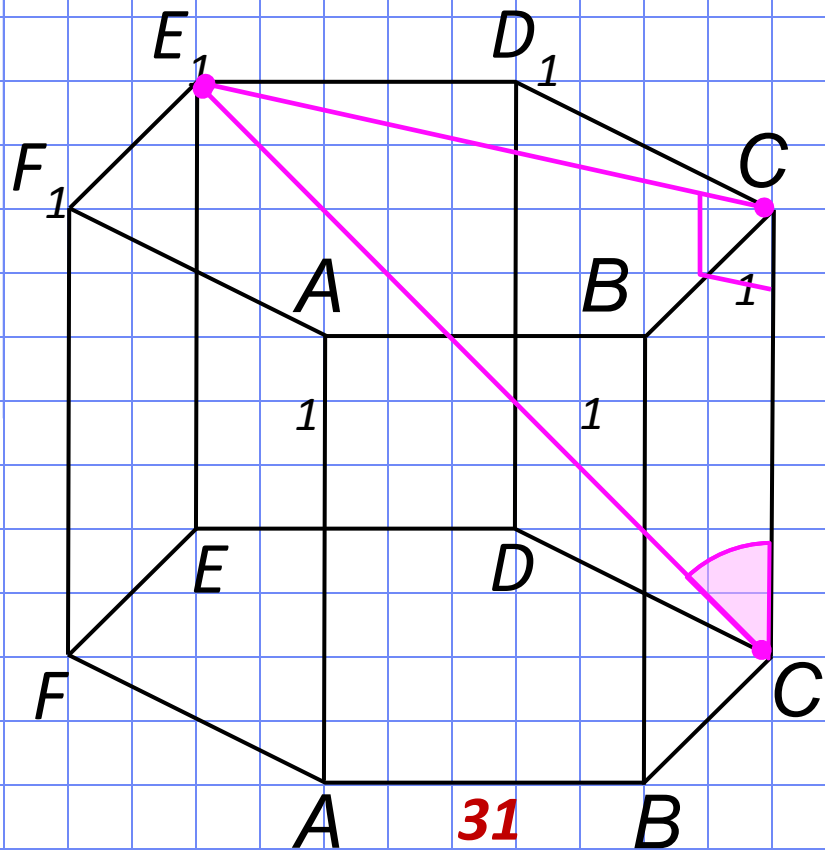
$$\angle CBE = 60^\circ$$

Ответ: 60.



№8

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 31. Найдите угол  $C_1 C E_1$ . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Рассмотрим п/у  $\triangle C_1 C E_1$ , в котором известен катет  $CC_1 = 31$ , а катет  $C_1 E_1$  является меньшей диагональю в правильном шестиугольнике и равен  $31\sqrt{3}$ .

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle C_1 C E_1 &= E_1 C_1 : CC_1 = \\ &= 31\sqrt{3} : 31 = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\angle C_1 C E_1 = 60^\circ$$

Ответ: 60.

№9

Найдите расстояние между вершинами  $D$  и  $B_1$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

Решение.

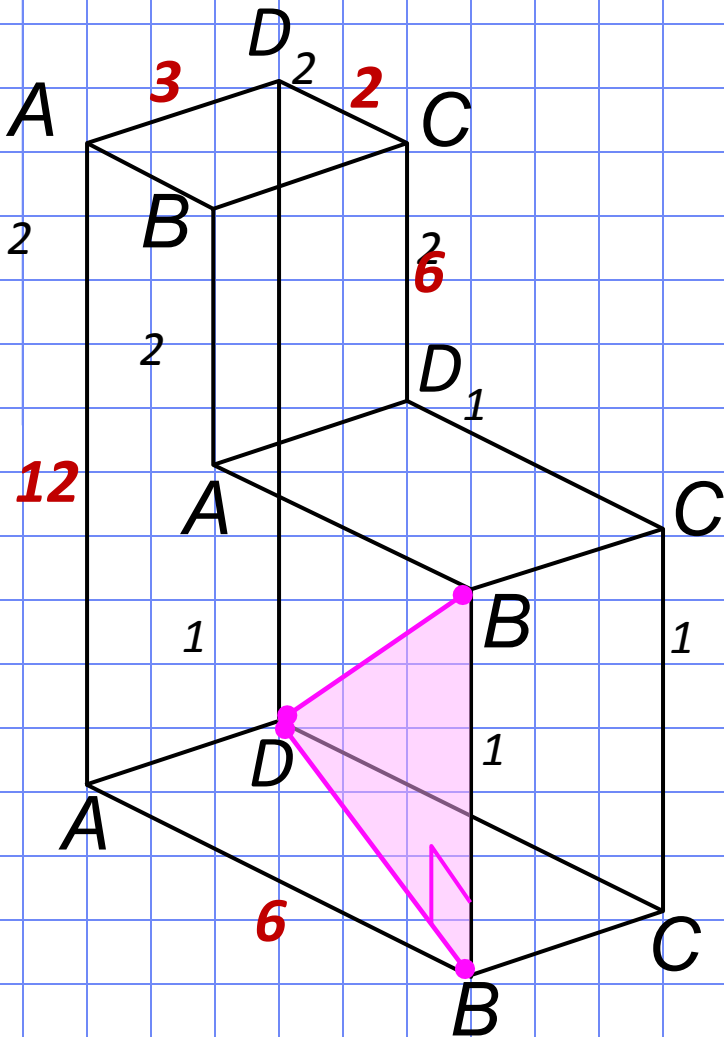
Рассмотрим п/у  $\triangle B_1BD$ ,  
в котором катет

$BB_1 = 12 - 6 = 6$ , а катет

$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 3^2 + 6^2 = 45$

$DB_1^2 = DB^2 + BB_1^2 = 45 + 36 = 81$

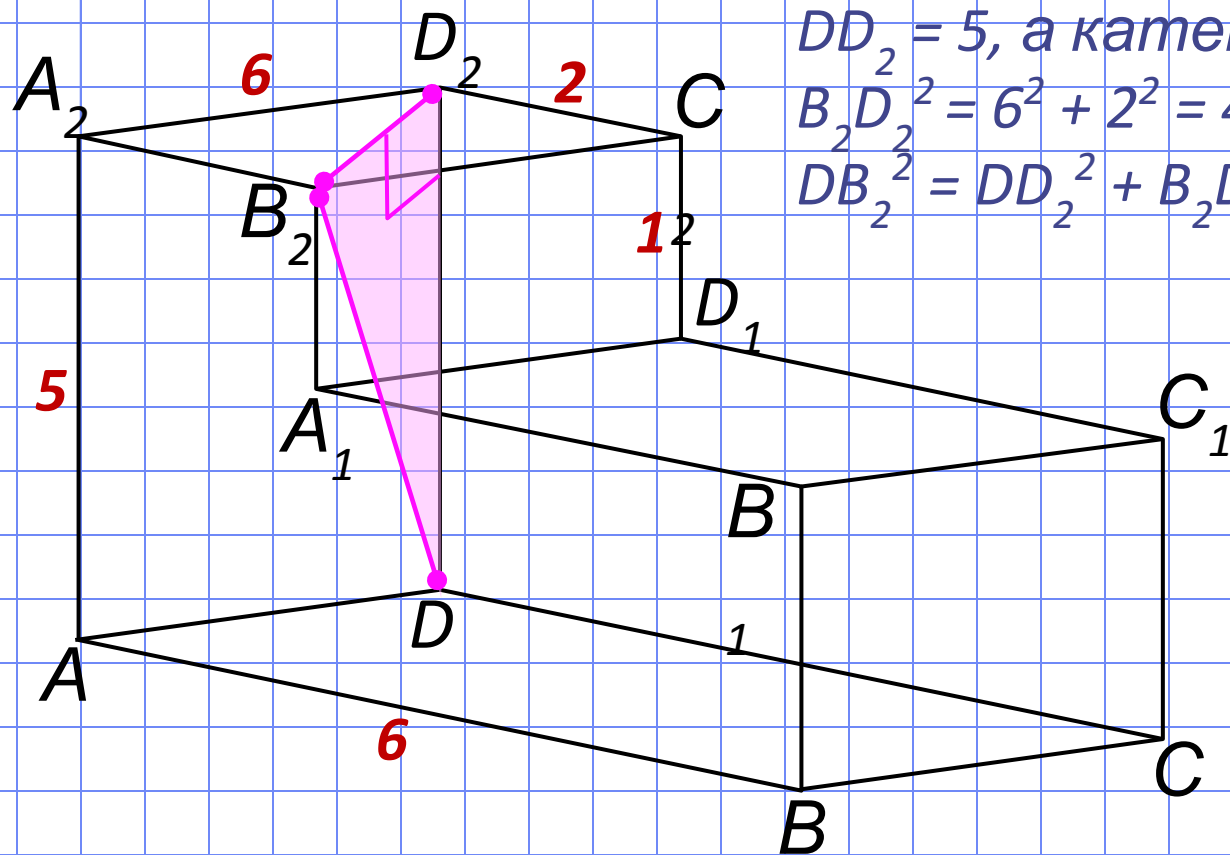
$DB_1 = 9$ .



Ответ: 9.

№10

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $D$  и  $B_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение.

Рассмотрим п/у  $\triangle DD_2B_2$ ,  
в котором катет

$$DD_2 = 5, \text{ а катет } B_2D_2^2 = A_2D_2^2 + A_2B_2^2$$

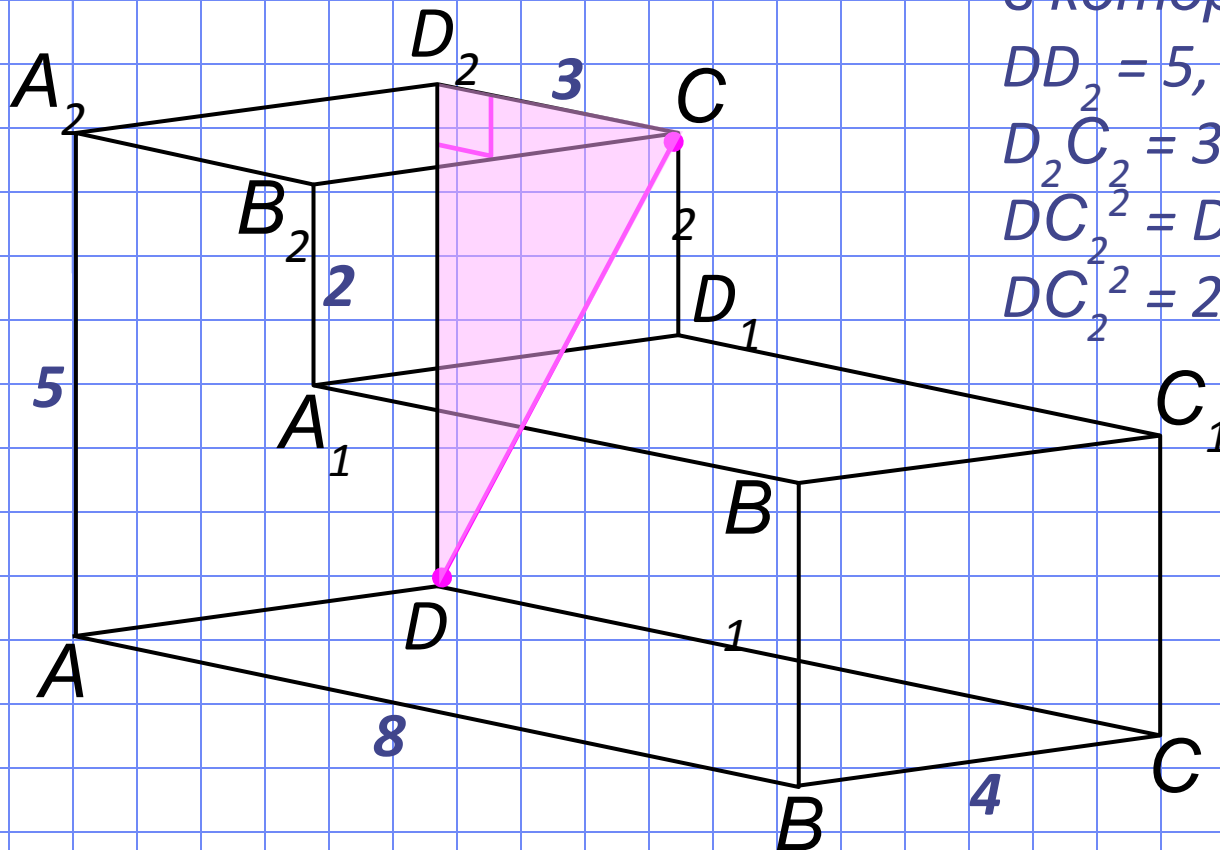
$$B_2D_2^2 = 6^2 + 2^2 = 40$$

$$DB_2^2 = DD_2^2 + B_2D_2^2 = 25 + 40 = 65.$$

Ответ: 65.

№11

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $D$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение.

Рассмотрим п/у  $\triangle DD_2C_2$ ,  
в котором катет

$DD_2 = 5$ , а катет

$D_2C_2 = 3$

$DC_2^2 = DD_2^2 + D_2C_2^2$

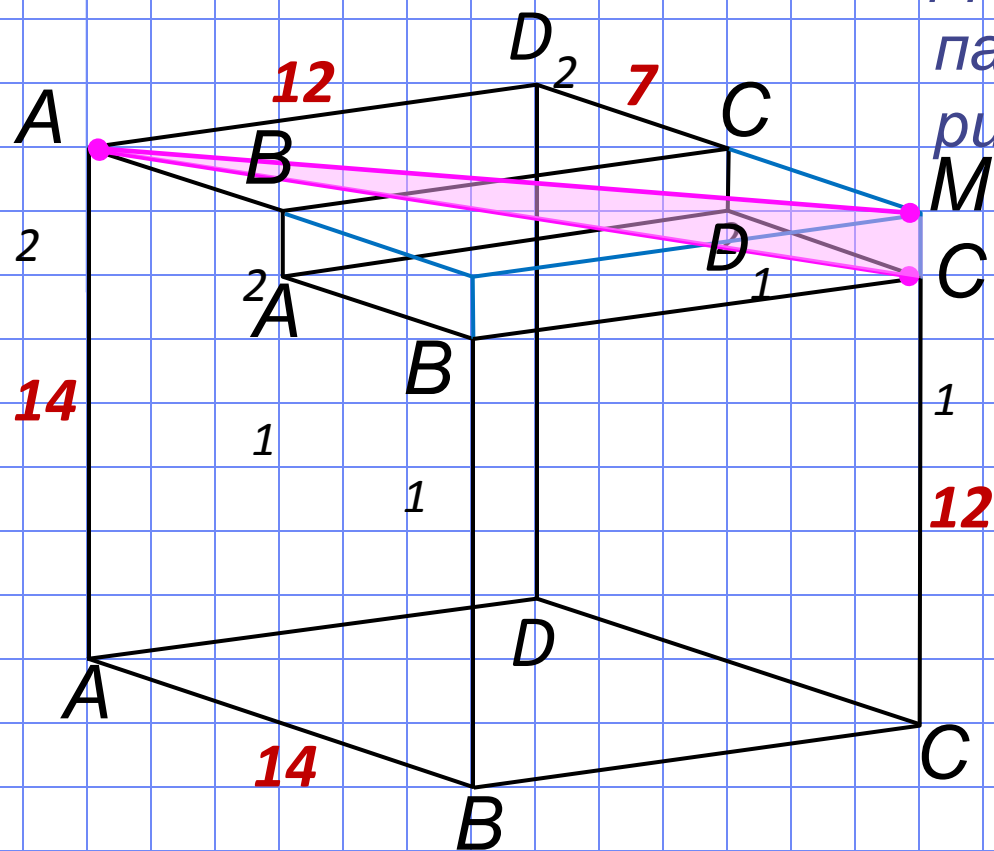
$DC_2^2 = 25 + 9 = 34.$

Ответ: 34.



№13

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $A_2$  и  $C_1$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение.

Достроим до прямоугольного параллелепипеда как на рисунке.

Рассмотрим п/у  $\triangle A_2C_1M$ , в котором катет

$$MC_1 = 14 - 12 = 2,$$

а катет

$$\begin{aligned} A_2M^2 &= A_2D_2^2 + D_2M^2 = \\ &= 12^2 + 14^2 = 340 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2C_1^2 &= A_2M^2 + MC_1^2 = \\ &= 340 + 4 = 344. \end{aligned}$$

Ответ: 344.

# Используемые материалы

- <http://mathege.ru/or/ege/Main> – Материалы открытого банка заданий по математике 2013 года