

## Лекция 8.

Тема: Ряды Тейлора (Маклорена).

**Цель:** Рассмотреть ряды данного вида.

*Ряд вида*

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + \dots$$

называется рядом Тейлора для функции

$f(x)$  в точке  $a$ . В частном случае

при  $a = 0$  ряд принимает вид

$$f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n + \dots$$

и называется рядом Маклорена.

# Условие сходимости ряда Тейлора

Для того чтобы бесконечно дифференцируемая в точке  $a$  функция  $f(x)$  являлась суммой составленного для неё ряда Тейлора, необходимо и достаточно, чтобы ~~можно показать~~ остаточный член можно представить в форме Лагранжа:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1}$$

где  $c$  – некоторое число из интервала  $(a; x)$ .

***Разложение некоторых  
элементарных функций  
в ряды Тейлора и  
Маклорена***

# Показательная функция

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

Этот ряд сходится на всей числовой прямой.

## ***Разложение синуса***

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + \frac{(-1)^{n-1} \cdot x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

Этот ряд также сходится на всей числовой прямой.

## ***Разложение косинуса***

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + \frac{(-1)^{n-1} \cdot x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \dots$$

И этот ряд также сходится на всей числовой прямой.

# Биномиальный ряд

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + \dots$$

Этот ряд называется биномиальным. Он сходится в интервале  $(-1, 1)$ . Это разложение имеет место для  $m \neq -1$ .

## Вопросы:

- 1) Условие сходимости ряда Тейлора?
- 2) Какой ряд называется биномиальным?