

Шарабарина Г.Г.

Исследуем
выражения

$$(\sqrt{x})^2$$

и

$$\sqrt{x^2}$$



Даны два выражения:

$$(\sqrt{x})^2 \quad \text{и} \quad \sqrt{x^2}$$

В чём сходство и различие этих выражений?

$$(\sqrt{x})^2 = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \qquad \sqrt{x^2} = \sqrt{x \cdot x}$$

Арифметический квадратный корень существует из неотрицательных чисел!

Значит

$$(\sqrt{x})^2 = x \text{ ,если } x \geq 0$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

если x -любое число

Вычислите

$$(\sqrt{6})^2 = 6$$

$$(\sqrt{6})^2 = 6$$

$$(\sqrt{8})^2 = 8$$

$$(\sqrt{8})^2 = 8$$

$$(\sqrt{-3})^2 \quad \text{- не имеет смысла}$$

$$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$$

$$\left(\sqrt{5-\sqrt{3}}\right)^2 = 5 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{(5-\sqrt{3})^2} = |5-\sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3}$$

$$\left(\sqrt{1-\sqrt{5}}\right)^2 \quad \text{не имеет смысла, т.к.}$$
$$1 - \sqrt{5} \approx -1,2$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = |1-\sqrt{5}| = \sqrt{5} - 1$$

Вычислите

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} \quad \text{Так как } 2-\sqrt{5} \geq 0, \quad 3-\sqrt{5} \geq 0$$

$$\text{имеем} \quad |2-\sqrt{5}| + |3-\sqrt{5}| = -2 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 1$$

$$\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} + 3 \quad \text{Так как} \quad 3-2\sqrt{3} < 0$$

$$\text{имеем} \quad |3-2\sqrt{3}| + 3 = -3 + 2\sqrt{3} + 3 = 2\sqrt{3}$$

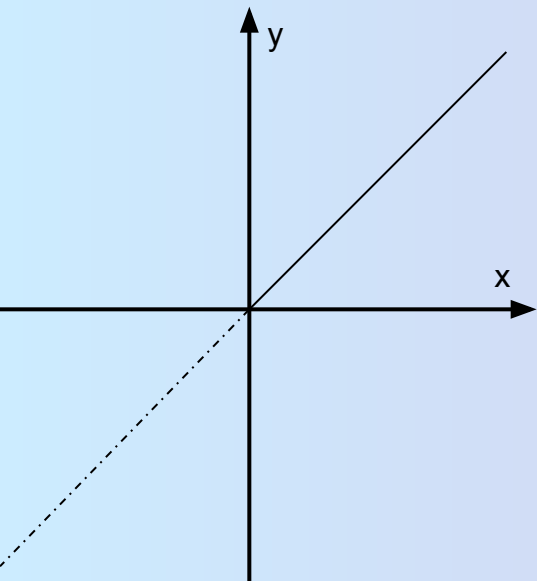
Зададим функции $y = (\sqrt{x})^2$

$$y = \sqrt{x^2}$$

Построим графики этих функций

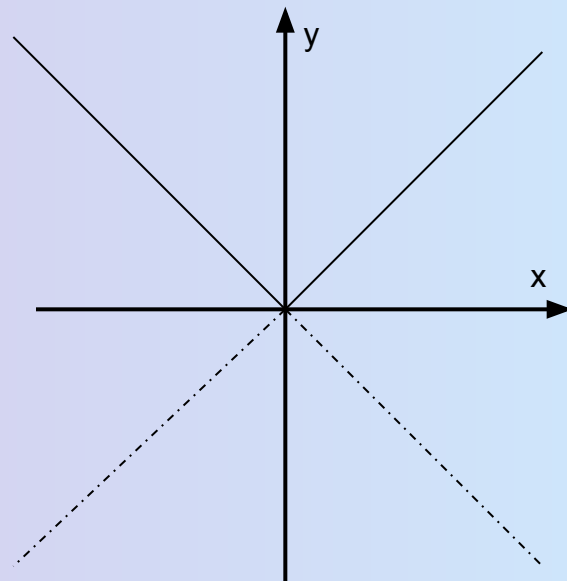
$$y = (\sqrt{x})^2,$$

$$y = x, x \geq 0$$



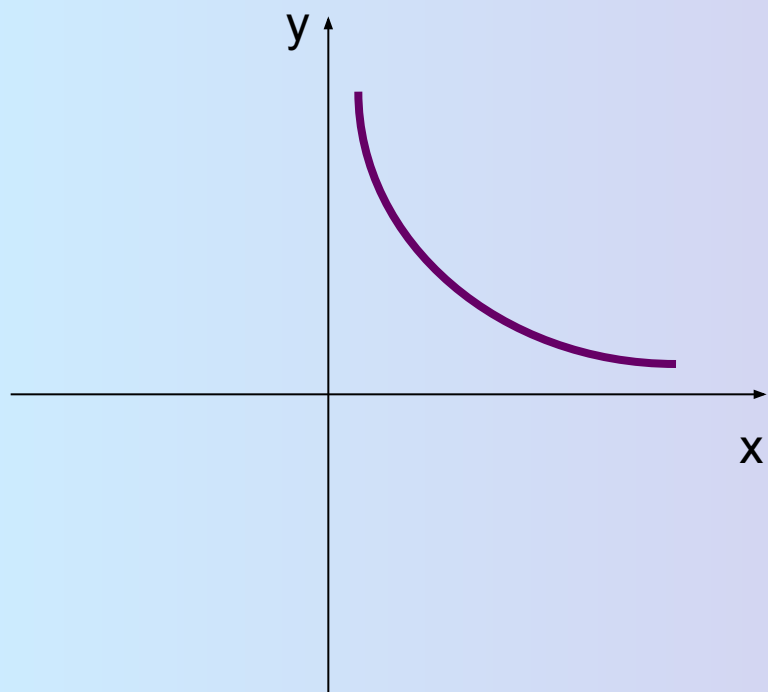
$$y = \sqrt{x^2}$$

$$y = |x|$$



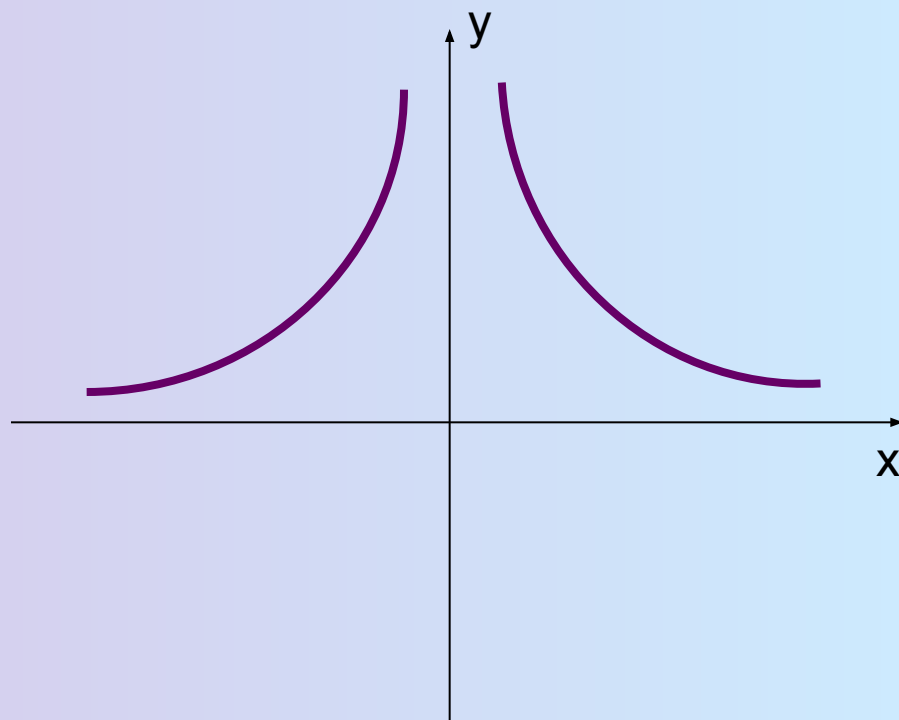
Построим графики функций

$$y = \left(\sqrt{\frac{1}{x}} \right)^2$$



$x > 0$

$$y = \sqrt{\frac{1}{x^2}}$$



$x \neq 0$

Решите уравнения

$$(\sqrt{x})^2 = 6$$

Решение

$$x = 6$$

Ответ

$$x = 6$$

$$(\sqrt{x-3})^2 = 4$$

Решение

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$x - 3 = 4$$

$$x = 7$$

Ответ $x = 7$

$$\sqrt{x^2} = 6$$

Решение

$$x = |6|.$$

$$x = 6. \quad x = -6$$

Ответ $x = 6, x = -6$

$$\sqrt{(x-3)^2} = 4$$

Решение

$$|x - 3| = 4$$

$$x - 3 = 4$$

$$x = 7$$

$$x - 3 = -4$$

$$x = -1$$

ответ 7; -1

Доказать равенство

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}} = 2+\sqrt{2}$$

I способ. Левую и правую часть возвести в квадрат.

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{6+4\sqrt{2}}\right)^2 &= (2+\sqrt{2})^2 \\ 6+4\sqrt{2} &= 4+4\sqrt{2}+2 \\ 6+4\sqrt{2} &= 6+4\sqrt{2}\end{aligned}$$

II способ. Выражение $6+4\sqrt{2}$ представить как квадрат суммы.

$$6+4\sqrt{2} = 6+2\cdot 2\sqrt{2} = 2^2+2\cdot 2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2 = (2+\sqrt{2})^2$$

тогда
$$\sqrt{6+4\sqrt{2}} = 2+\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(2+\sqrt{2})^2} = 2+\sqrt{2}$$

Упростить выражение

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

Чтобы извлечь квадратный корень, подкоренное выражение должно быть квадратом разности двух выражений.

$$7 - 4\sqrt{3} = 7 - 2 * 2 * \sqrt{3} = 2^2 - 2 * 2 * \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$$

Тогда

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} = |2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

Доказать

$$3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$$

Доказательство

$$(3 - 2\sqrt{2})^2 = 9 - 2 * 3 * 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 9 - 12\sqrt{2} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}$$

Значит

$$3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}$$

$$3 - 2\sqrt{2} = |3 - 2\sqrt{2}|$$

$$3 - 2\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}$$

Упростить:

$$\sqrt{\sqrt{2\sqrt{7+4\sqrt{3}}}-\sqrt{3}}$$

Решение

$$\sqrt{\sqrt{2\sqrt{7+4\sqrt{3}}}-\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{2\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}-\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt{\sqrt{2|2+\sqrt{3}|}-\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}-\sqrt{3}} = \sqrt{1+\sqrt{3}-\sqrt{3}} = \sqrt{1} = 1$$