Шарабарина Г.Г.

Исследуем выражения

$(\sqrt{x})^2$ и $\sqrt{x^2}$

Даны два выражения:

$$(\sqrt{x})^2 \quad \text{и} \quad \sqrt{x^2}$$

В чём сходство и различие этих выражений?

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \qquad \sqrt{x^2} = \sqrt{x \cdot x}$$

Арифметический квадратный корень существует из неотрицательных чисел!

Значит

$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$,если $x \geq 0$

$\sqrt{x^2} = |x|$

если x-любое число

Вычислите

$(\sqrt{6})^2$ =6

$(\sqrt{8})^2$ =8

$(\sqrt{-3})^2$ **- не имеет смысла**

$\left(\sqrt{5-\sqrt{3}}\right)^2 = 5-\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{1-\sqrt{5}}\right)^2$ *не имеет смысла, т. к.*

$1-\sqrt{5} \approx -1{,}2$

$(\sqrt{6})^2$ =6

$(\sqrt{8})^2$ =8

$\sqrt{(-3)^2}$ =I-3I=3

$\sqrt{\left(5-\sqrt{3}\right)^2} = \left|5-\sqrt{3}\right| = 5-\sqrt{3}$

$\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2} = \left|1-\sqrt{5}\right| = \sqrt{5}-1$

Вычислите

$$\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}$$ Так как $2-\sqrt{5}\ \square\ 0$, $3-\sqrt{5}\ \square\ 0$

имеем $$\left|2-\sqrt{5}\right|+\left|3-\sqrt{5}\right|=-2+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}=1$$

$$\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2}+3$$ Так как $3-2\sqrt{3}\langle 0$

имеем $$\left|3-2\sqrt{3}\right|+3=-3+2\sqrt{3}+3=2\sqrt{3}$$

Зададим функции $y = (\sqrt{x})^2$ $y = \sqrt{x^2}$

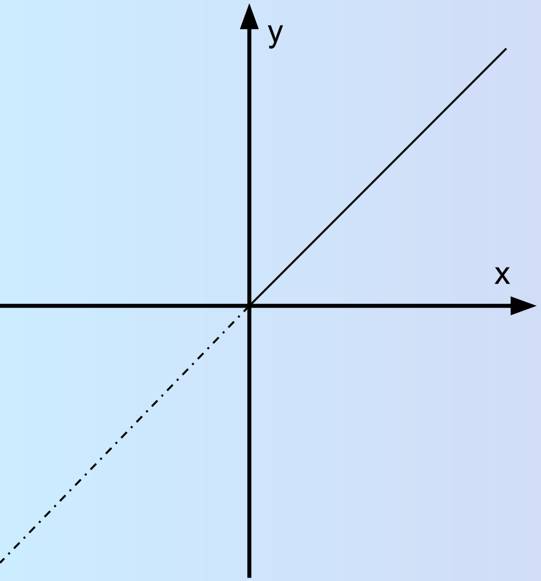
Построим графики этих функций

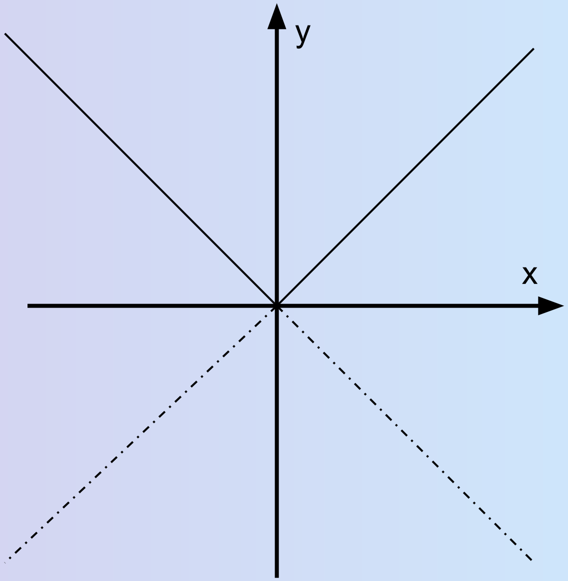
$$y = (\sqrt{x})^2,$$

$$y = x, x \geq 0$$

$$y = \sqrt{x^2}$$

$$y = |x|$$

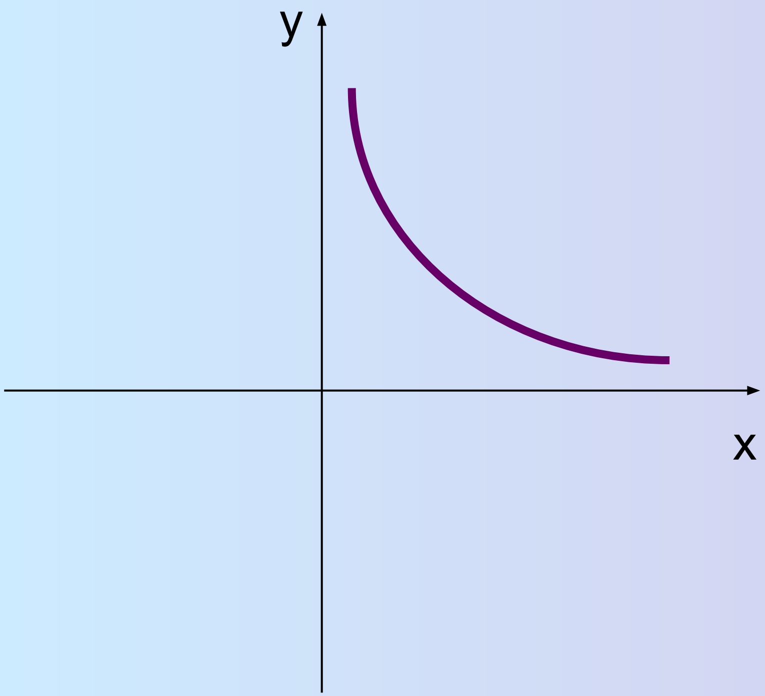


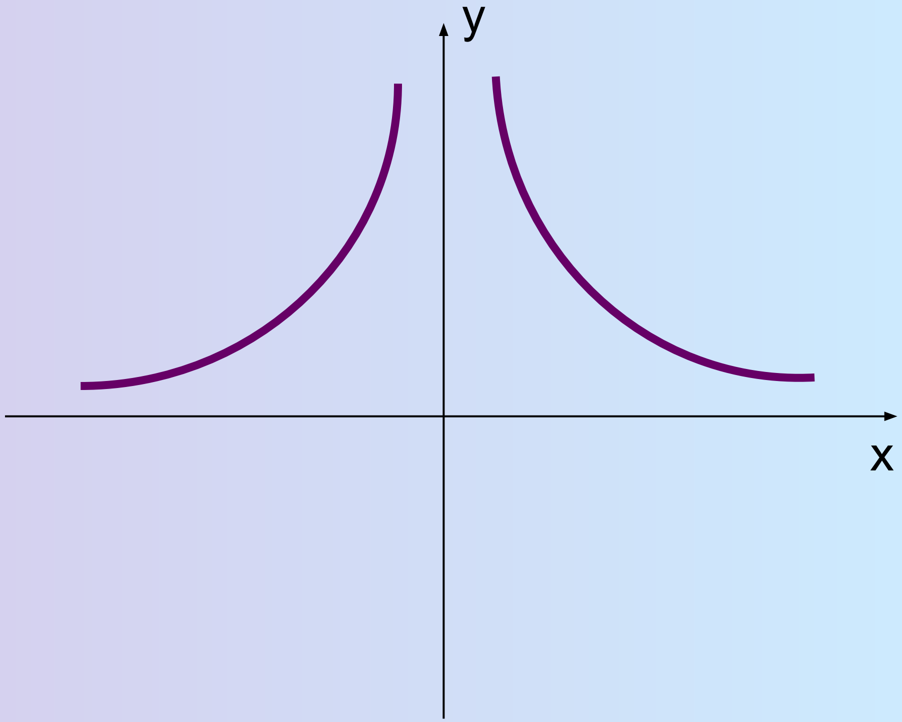


Построим графики функций

$$y=\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2$$

$$y=\sqrt{\frac{1}{x^2}}$$





X > 0

X не равен 0

Решите уравнения

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 = 6$$

Решение

Х =6

Ответ

х =6

$$\sqrt{x^2} = 6$$

Решение

Х =l6l.

Х = 6. х =-6

Ответ х = 6, х =-6

$$(\sqrt{x-3})^2 = 4$$

Решение

$$x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$x-3 = 4$$

$$x = 7$$

Ответ х = 7

$$\sqrt{(x-3)^2} = 4$$

Решение

$$|x-3| = 4$$

$$x-3 = 4 \qquad x-3 = -4$$

$$x = 7 \qquad x = -1$$

ответ 7; -1

Доказать равенство

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}}=2+\sqrt{2}$$

I способ. Левую и правую часть возвести в квадрат.

$$\left(\sqrt{6+4\sqrt{2}}\right)^2=\left(2+\sqrt{2}\right)^2$$

$$6+4\sqrt{2}=4+4\sqrt{2}+2$$

$$6+4\sqrt{2}=6+4\sqrt{2}$$

II способ. Выражение $6+4\sqrt{2}$ представить как квадрат суммы.

$$6+4\sqrt{2}=6+2\cdot 2\sqrt{2}=2^2+2\cdot 2\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=(2+\sqrt{2})^2$$

тогда $$\sqrt{6+4\sqrt{2}}=2+\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2}=2+\sqrt{2}$$

Упростить выражение $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}$

Чтобы извлечь квадратный корень, подкоренное выражение должно быть квадратом разности двух выражений.

$$7-4\sqrt{3}=7-2*2*\sqrt{3}=2^2-2*2*\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$$

Тогда

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{3}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{3}=\left|2-\sqrt{3}\right|+\sqrt{3}=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}=2$$

Доказать

$$3-2\sqrt{2}=\sqrt{17-12\sqrt{2}}$$

Доказательство

$$(3-2\sqrt{2})^2=9-2*3*2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2=9-12\sqrt{2}+8=17-12\sqrt{2}$$

Значит

$$3-2\sqrt{2}=\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}$$

$$3-2\sqrt{2}=\left|3-2\sqrt{2}\right|$$

$$3-2\sqrt{2}=3-2\sqrt{2}$$

Упростить: $\sqrt{\sqrt{2\sqrt{7+4\sqrt{3}}}-\sqrt{3}}$

Решение

$$\sqrt{\sqrt{2\sqrt{7+4\sqrt{3}}}-\sqrt{3}}=\sqrt{\sqrt{2\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}-\sqrt{3}}=$$

$$\sqrt{\sqrt{2\left|2+\sqrt{3}\right|}-\sqrt{3}}=\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}}=$$

$$=\sqrt{\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}-\sqrt{3}}=\sqrt{1+\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\sqrt{1}=1$$