Анастасия Изместьева
12 класс

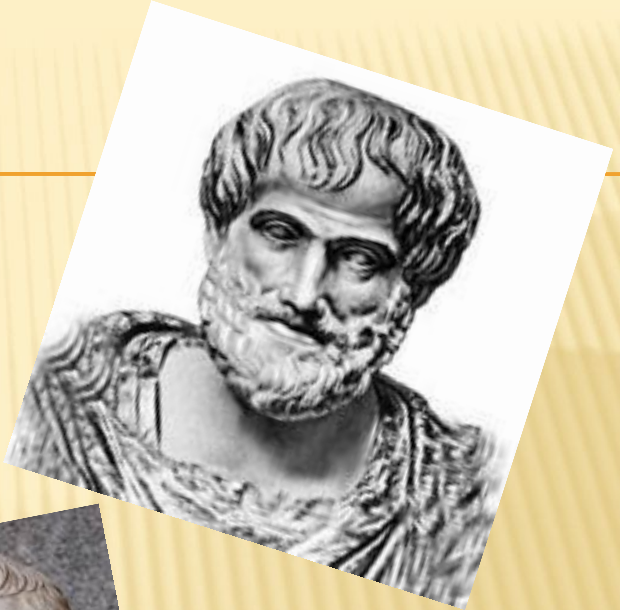
СЕЧЕНИЕ ПИРАМИДЫ

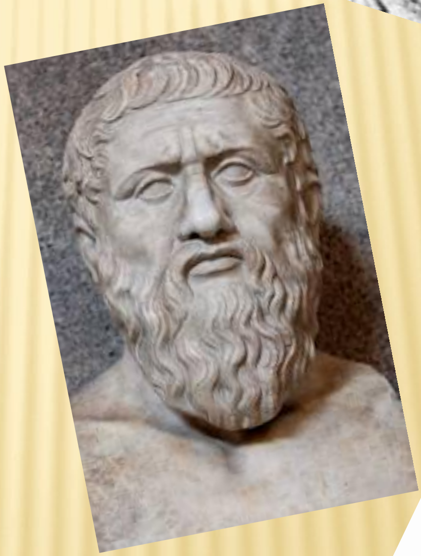
ИСТОРИЯ

- Начало геометрии пирамиды было положено в Древнем Египте и Вавилоне, однако активное развитие получило в Древней Греции.

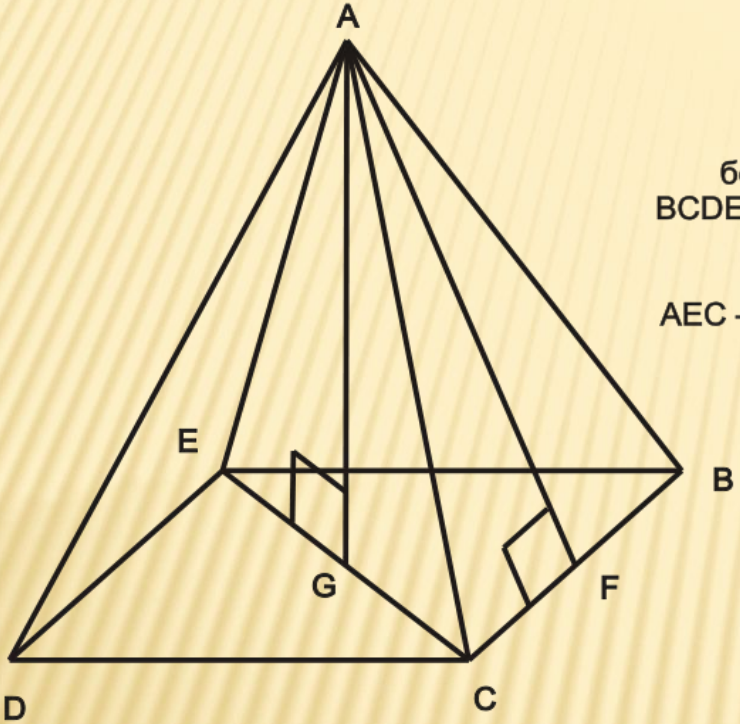
УЧЁНЫЕ

- Первый, кто установил, чему равен объем пирамиды, был Демокрит, а доказал Евдокс Книдский. Древнегреческий математик Евклид систематизировал знания о пирамиде в XII томе своих «Начал», а также вывел первое определение пирамиды: **телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости сходятся в одной точке**.





ЗНАЧЕНИЕ В МАТЕМАТИКЕ



A – вершина пирамиды;
AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;
ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;
BCDE – основание пирамиды;
AG – высота;
AF – апофема;
AEC – диагональное сечение.

Пирамидой называется многогранник, у которого одна грань является многоугольником, а все остальные грани – треугольники с общей вершиной.

ФОРМУЛЫ

- Объём пирамиды может быть вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{3}Sh,$$

где S — площадь основания и h — высота;

Боковая поверхность — это сумма площадей боковых граней:

$$S_b = \sum_i S_i$$

- Полная поверхность — это сумма боковой поверхности и площади основания:

$$S_p = S_b + S_o$$

- Для нахождения боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:

$$S_b = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 sin\alpha$$

где а — апофема , — P периметр основания, n — число сторон основания, b — боковое ребро, α— плоский угол при вершине пирамиды.

ПРИМЕНЕНИЕ В ЖИЗНИ

- Пирамида — вид архитектурного сооружения в форме пирамиды.
- Финансовая пирамида — способ получения дохода за счёт постоянного расширяющегося привлечения денежных средств от новых участников.
- Пирамида — элемент художественной, силовой и пластической акробатики, групповое расположение акробатов, которые, поддерживая друг друга, образуют сложные фигуры.

Пирамида в спорте

Пирамида в архитектуре

В экономике

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- В разделе “Свойства сечения пирамиды плоскостью, параллельной основанию “ придлогается для рассмотрения 2 теоремы .

Теорема1.Сечение пирамиды плоскостью,параллельной основанию, является многоугольником, подобным основанию.

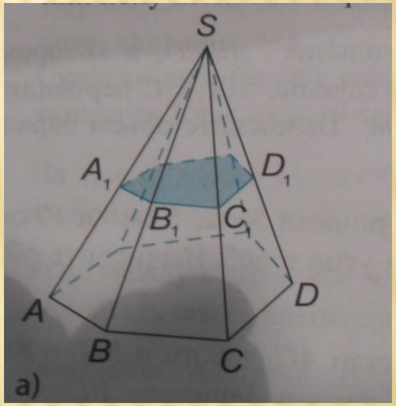
Теорема2.Отношение площади основания пирамиды к площади её параллельного основанию сечения равно отношению квадратов высот соответствующих пирамид.

РАССМОТРИМ КАЖДУЮ ТЕОРЕМУ

- Теорема1.Сечение пирамиды плоскостью,параллельной основанию, является многоугольником, подобным основанию.

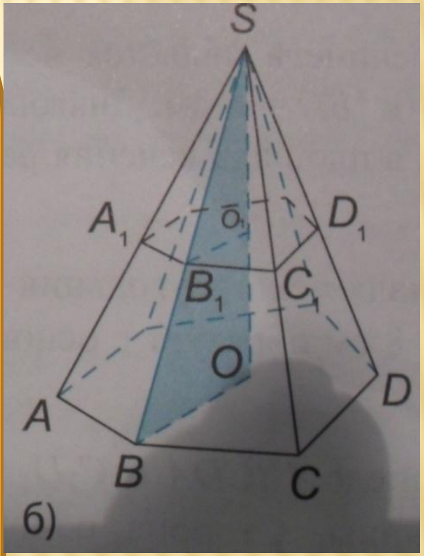
Доказательство.
Два многоугольника подобны, если их соответственные стороны пропорциональны и соответственные углы равны. Углы рассматриваемых многоугольников, вершины которых расположены на одном и том же ребре, равны, так как их стороны параллельны и одинаково направлены.Согласно теореме Фалеса параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки .
Поэтому A1SB1~ASB,B1SC1 ~ BSC и, следовательно ,
A1B1/AB = SB1/SB и B1C1/BC = SB1/SB ,откуда
A1B1/AB = B1C1/BC

Последнее равенство означает ,что для одной пары соответственных и равных углов прилежащие к ним соответственные стороны многоугольников пропорциональны .
Аналогично доказательству равенство всех остальных соответственных углов и пропорциональность соответственных сторон: A1B1/AB = B1C1/BC = C1D1/CD= D1E1/DE= E1A1/EA



- Теорема2.Отношение площади основания пирамиды к площади её параллельного основанию сечения равно отношению квадратов высот соответствующих пирамид.

Доказательство. Проведём к призме высоту SO и пусть O_1 -основание высоты пирамиды, отсекаемой от исходной пирамиды данным сечением. Обозначим через Sосн площадь исходной пирамиды и через Sc- площадь сечения .Треугольники SB1O1 и SBO подобны (почему?) и поэтому SB1/SB = SO1/SO . При доказательстве предыдущей теоремы мы убедились в том , что SB1/SB = A1B1/AB и поэтому SO1/SO = A1B1/AB ..Как мы знаем , площади подобных многоугольников относиться как квадраты их соответственных сторон . Следовательно ,Sсеч/Sосн = $A1B1^2/AB^2$,или Sсеч/Sосн = $SO1^2/SO^2$



Задача

Все боковые ребра пирамиды равны между собой .Какие фигуры могут лежать в основании этой пирамиды ?

- Прямоугольник
- Ромб
- Треугольник
- Параллелограмм
- Прямоугольная трапеция

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!