



Сферическая поверхность. Шар

Геометрия 11 класс

**Р.О.Калошина,
ГОУ лицей №533**

Санкт-Петербург



Содержание

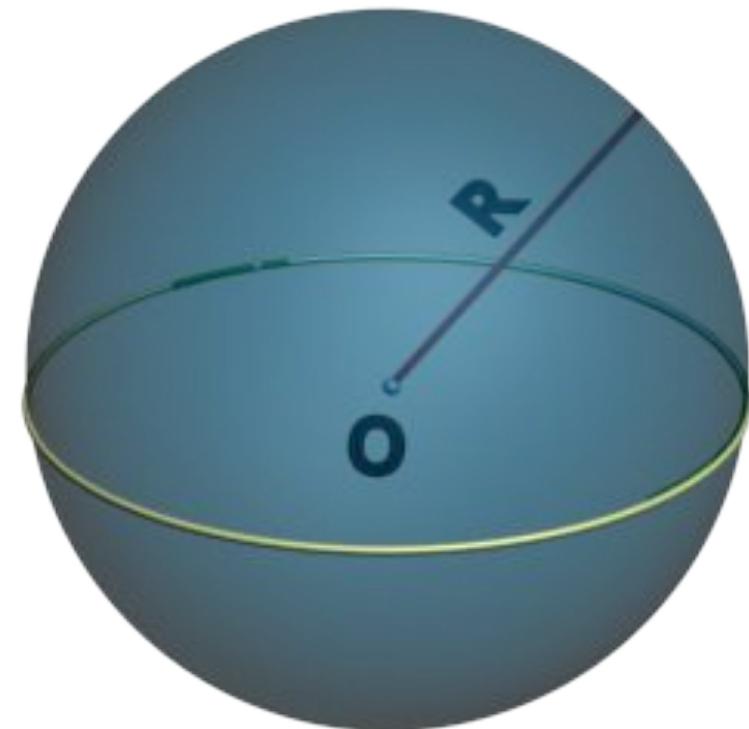
- Сферическая поверхность
- Уравнение сферы
- Взаимное расположение сферы и плоскости
- Касательная плоскость к сфере
- Площадь сферы, объем шара
- Вопросы

Сферическая поверхность

- *Сферической поверхностью* называется геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки – *центра*.
- Тело, ограниченное сферической поверхностью, называется *шаром*.

Сферическая поверхность (продолжение)

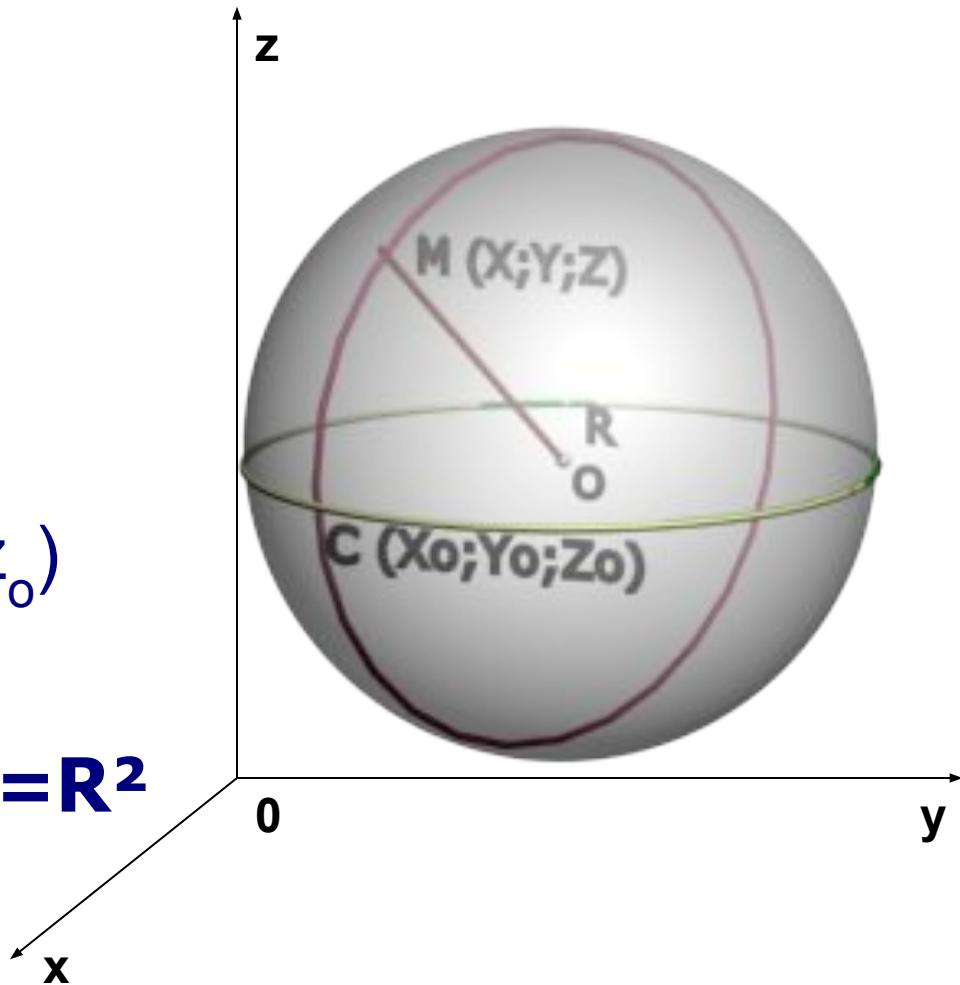
- O – центр сферы
 - R – радиус сферы
 - Ось – любая прямая, проходящая через центр сферы



Уравнение сферы

- В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $C (x_o; y_o; z_o)$ имеет вид:

$$(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2 + (z-z_o)^2 = R^2$$



Взаимное расположение сферы и плоскости

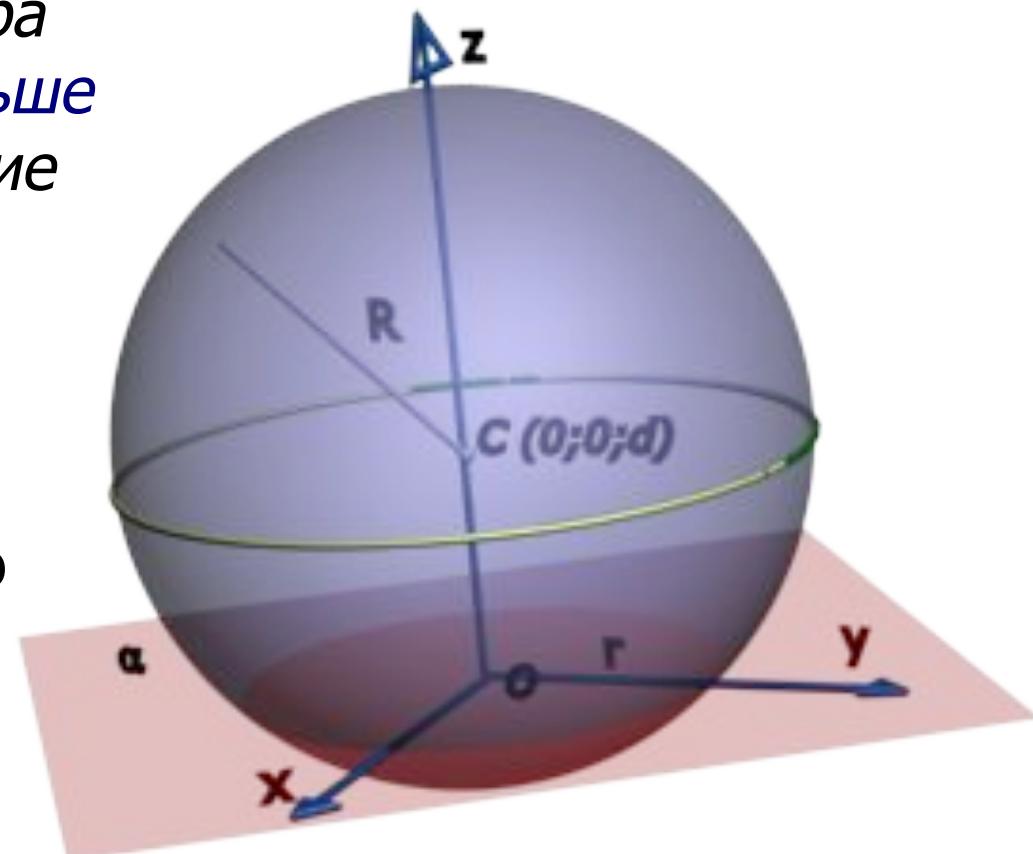
- Если расстояние от центра сферы до плоскости **меньше радиуса** сферы, то сечение сферы плоскостью есть **окружность**:

$$d < R, \quad r^2 = (R^2 - d^2)$$

d – расстояние от C до плоскости α

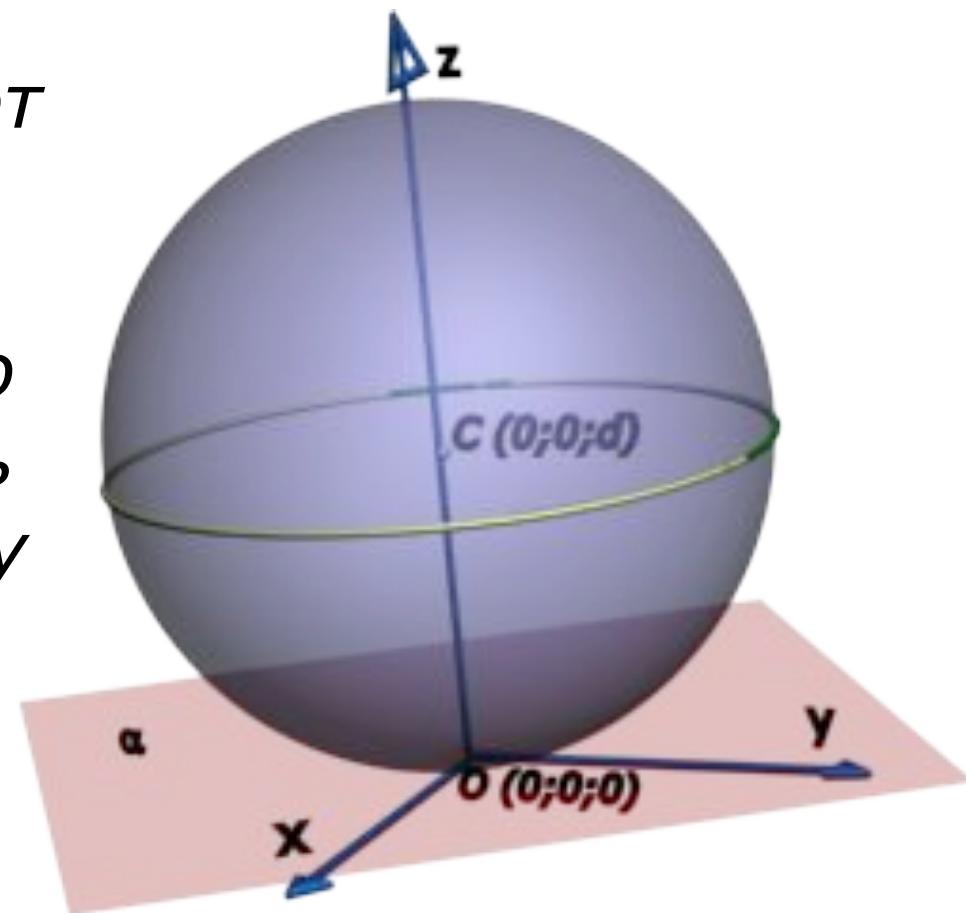
R – радиус сферы

r – радиус сечения



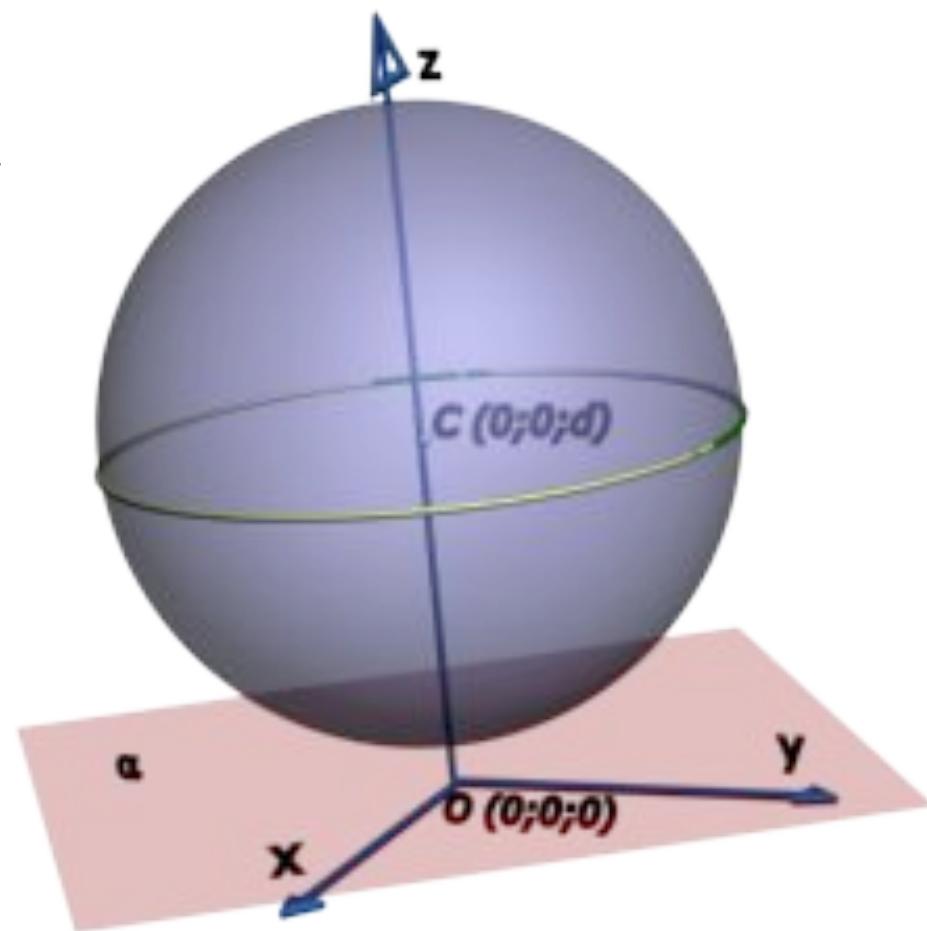
Взаимное расположение сферы и плоскости (продолжение)

- Если расстояние от центра сферы до плоскости **равно** радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку **(точку касания)**



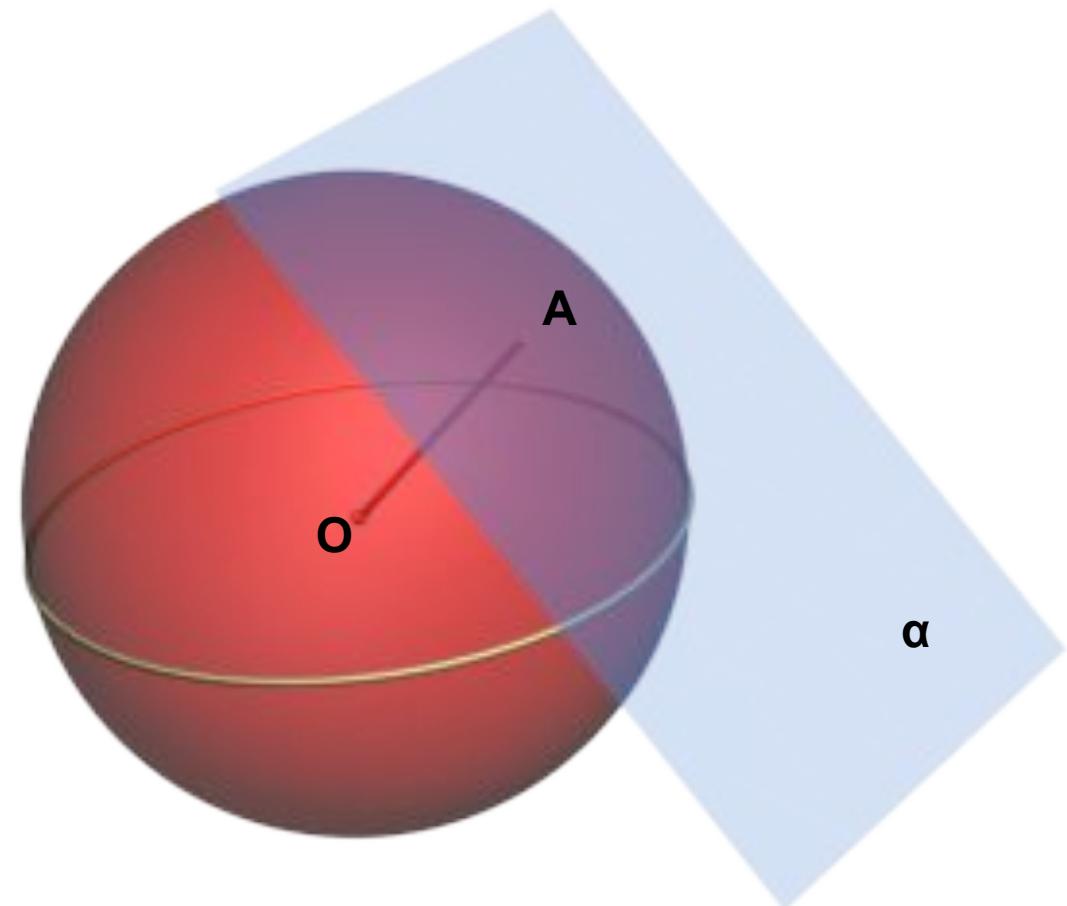
Взаимное расположение сферы и плоскости (окончание)

- Если расстояние от центра сферы до плоскости **больше** радиуса сферы, то сфера и плоскость **не имеют общих точек**



Касательная плоскость к сфере

- Плоскость, имеющая только **одну общую точку** со сферой называется **касательной плоскостью**.



Касательная плоскость к сфере (продолжение)

Теорема: Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Обратная теорема: Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

Площадь сферы, объем шара

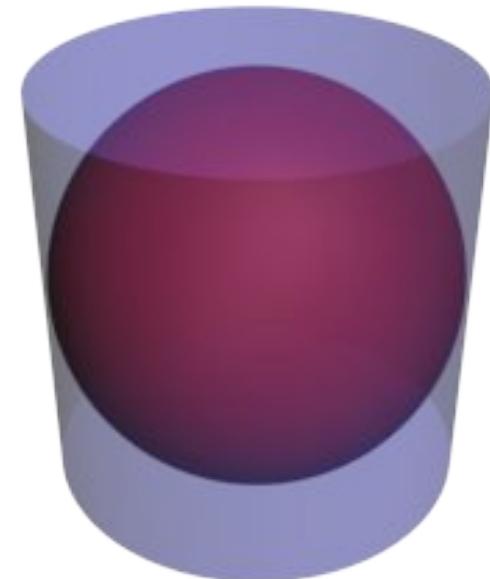
■ Теорема Архимеда (продолжение)

*Объем шара в полтора раза
меньше объема описанного
вокруг него цилиндра, а
площадь поверхности шара в
полтора раза меньше
площади полной поверхности
того же цилиндра:*

$$V = \frac{2}{3}V_1 \quad S = \frac{2}{3}S_1$$

где

V_1 – объем описанного цилиндра,
 S_1 – площадь полной
поверхности этого цилиндра



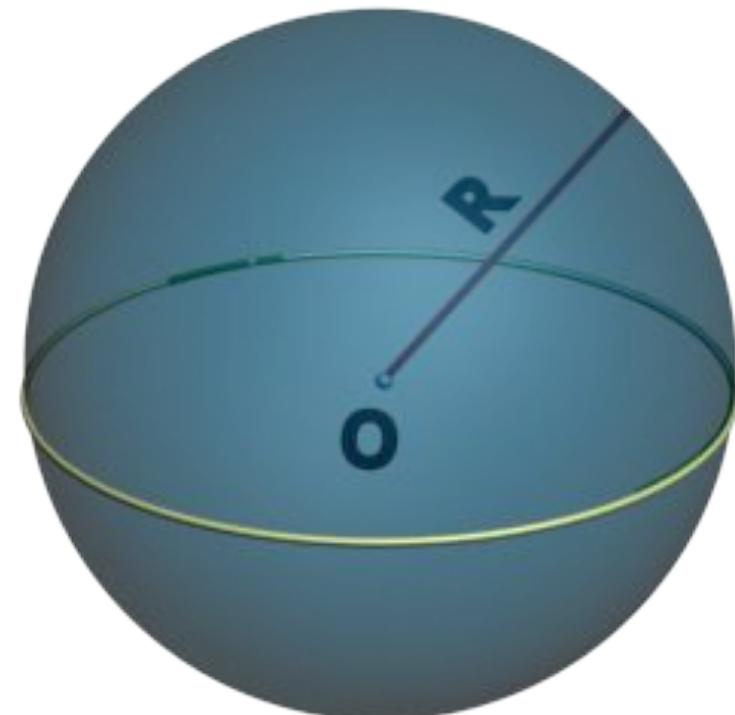
Площадь сферы, объем шара

- Площадь поверхности шара радиуса R равна четырехкратной площади большого круга:

$$S = 4\pi R^2$$

- Объем шара радиуса R равен

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Вопросы для закрепления

1. Дайте определение сферы, шара.
2. Можно ли рассматривать сферу как поверхность вращения, а шар – как тело вращения?
3. Что называется: а) центром сферы;
б) радиусом сферы?
4. Сколько центров симметрии имеет сфера?
5. Сколько осей симметрии имеет сфера?
6. Какая плоскость наз. касательной к сфере?
7. Какой вид имеет уравнение сферы?