



# Сферическая поверхность. Шар

Геометрия 11 класс

**Р.О.Калошина,  
ГОО лицей №533**

**Санкт-Петербург**



# Содержание

- Сферическая поверхность
- Уравнение сферы
- Взаимное расположение сферы и плоскости
- Касательная плоскость к сфере
- **Площадь сферы, объем шара**
- Вопросы

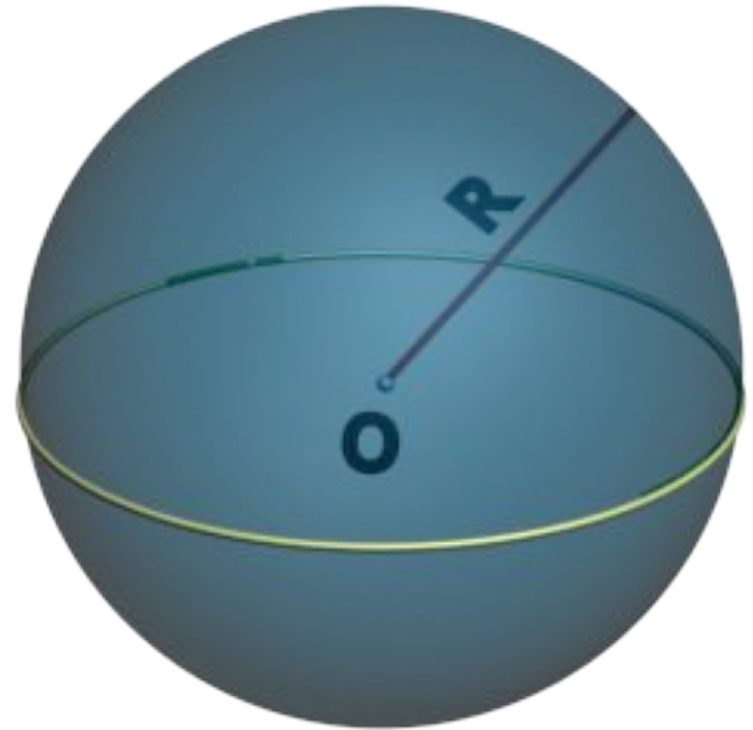
# Сферическая поверхность

- ***Сферической поверхностью*** называется геометрическое место точек пространства, равноудаленных от одной точки – ***центра***.
- Тело, ограниченное сферической поверхностью, называется ***шаром***.

# Сферическая поверхность

(продолжение)

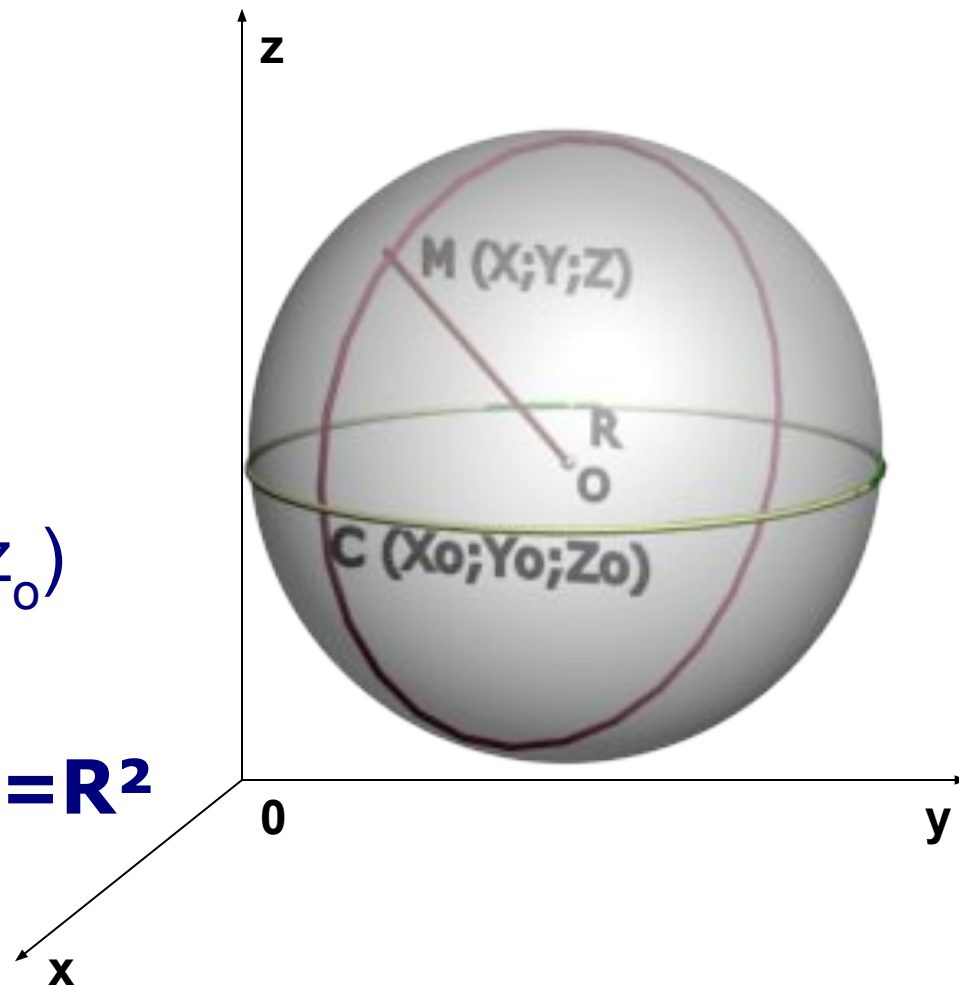
- $O$  – центр сферы
- $R$  – радиус сферы
- **Ось** – любая прямая, проходящая через центр сферы



# Уравнение сферы

- В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса  $R$  с центром  $C(x_0; y_0; z_0)$  имеет вид:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$



# Взаимное расположение сферы и плоскости

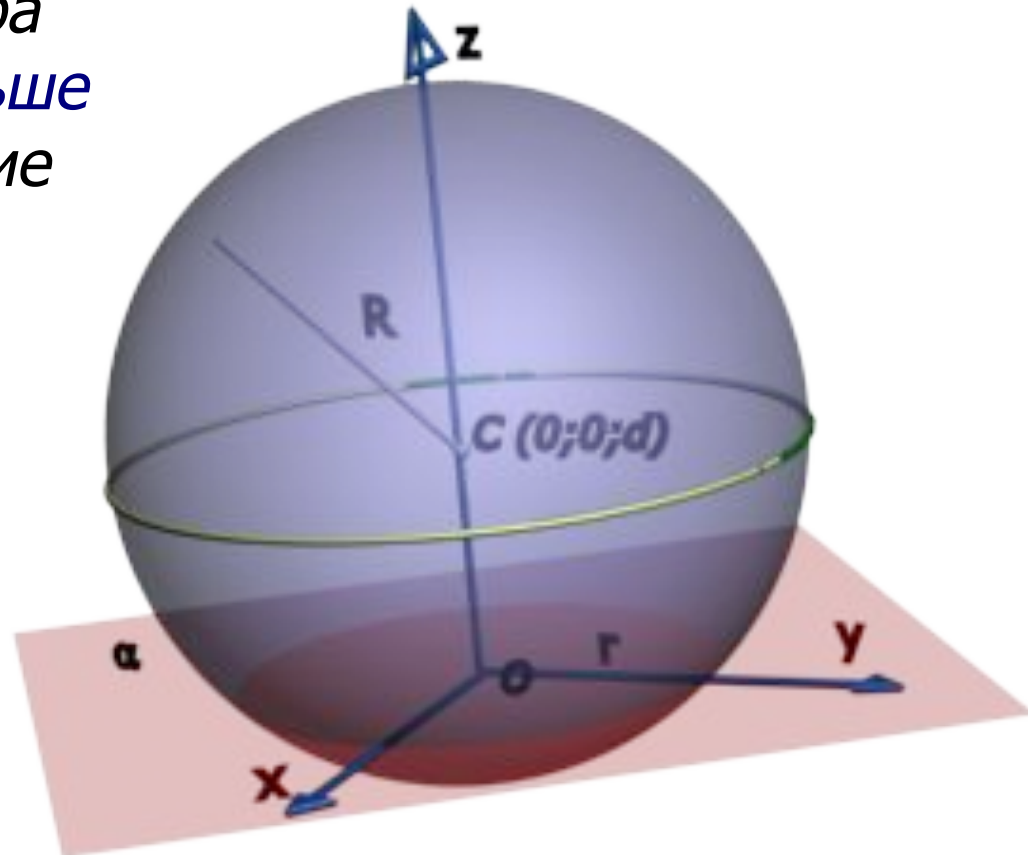
- Если расстояние от центра сферы до плоскости *меньше радиуса* сферы, то сечение сферы плоскостью есть **окружность**:

$$d < R, \quad r^2 = (R^2 - d^2)$$

$d$  – расстояние от  $C$  до плоскости  $\alpha$

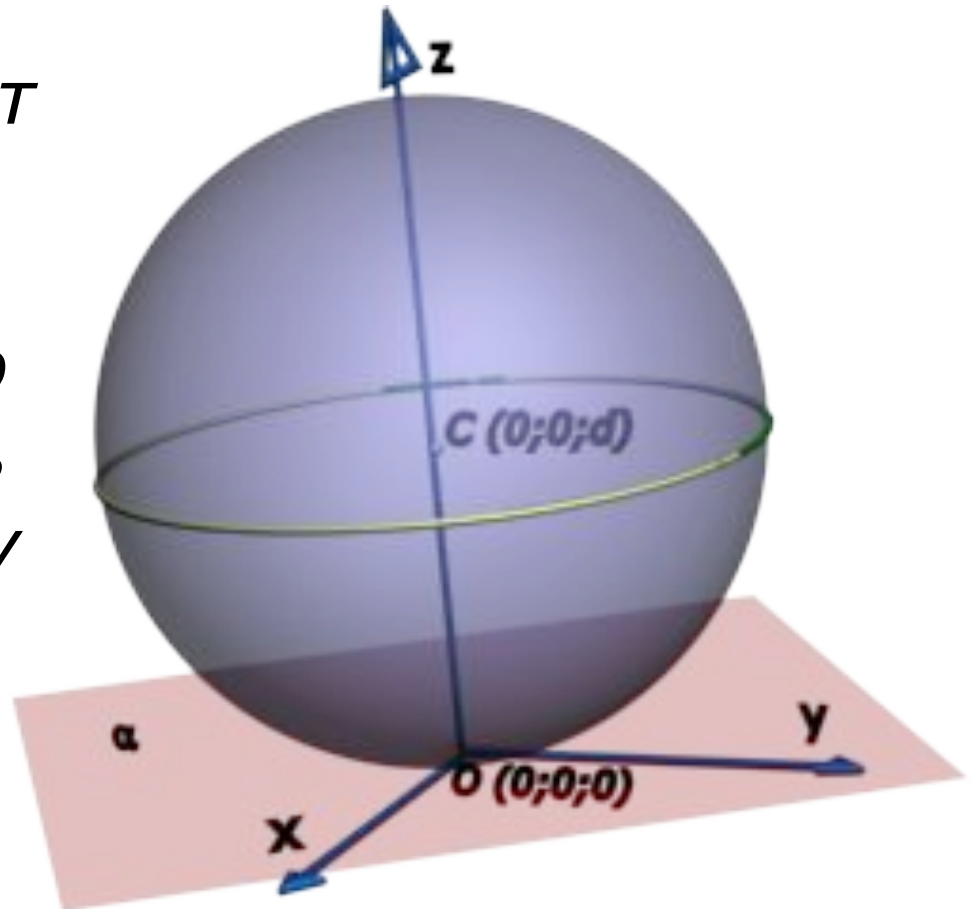
$R$  – радиус сферы

$r$  – радиус сечения



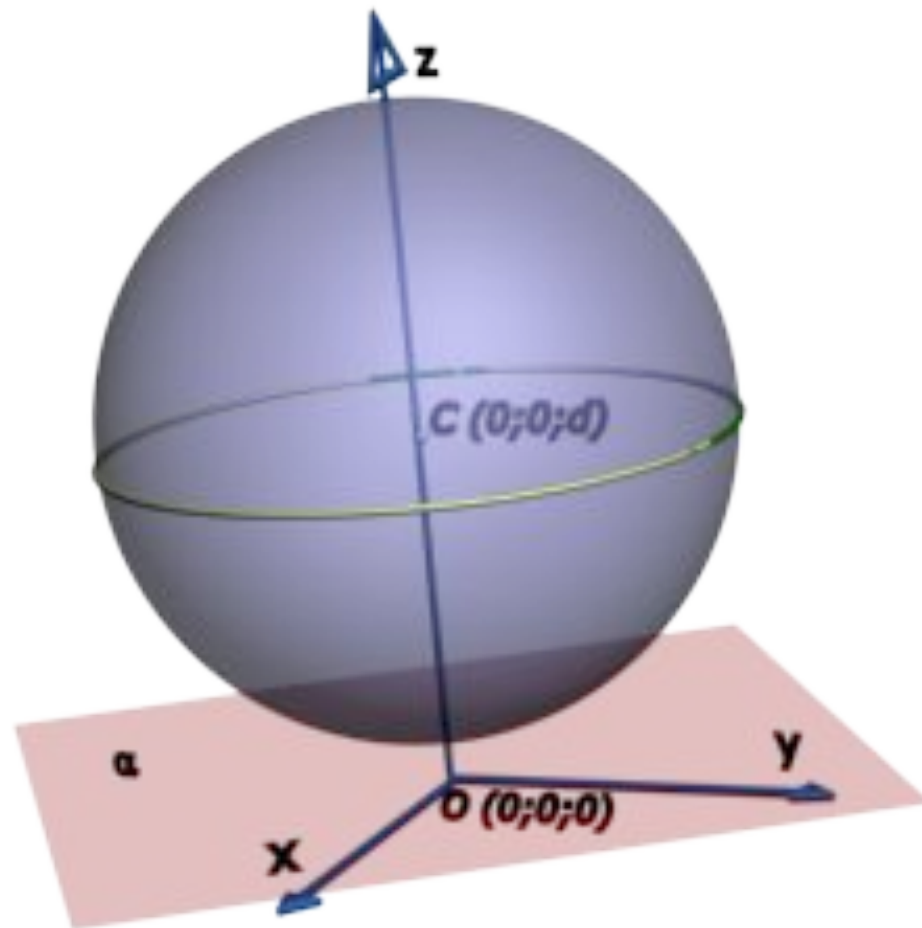
# Взаимное расположение сферы и плоскости (продолжение)

- Если расстояние от центра сферы до плоскости **равно** радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку (**точку касания**)



# Взаимное расположение сферы и плоскости (окончание)

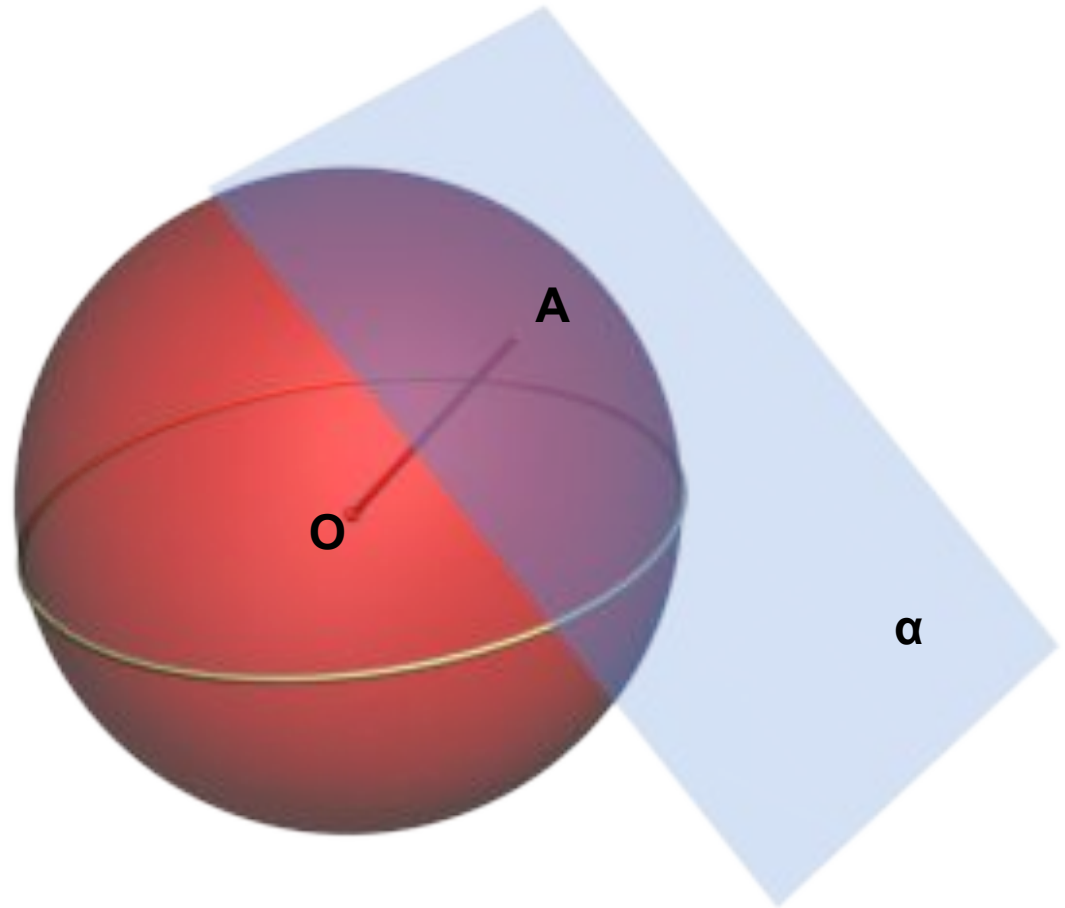
- Если расстояние от центра сферы до плоскости **больше** радиуса сферы, то сфера и плоскость **не имеют общих точек**





# Касательная плоскость к сфере

- Плоскость, имеющая только одну общую точку со сферой называется *касательной плоскостью*.



# **Касательная плоскость к сфере** *(продолжение)*

**Теорема:** Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

**Обратная теорема:** Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

# Площадь сферы, объем шара

## ■ Теорема Архимеда (продолжение)

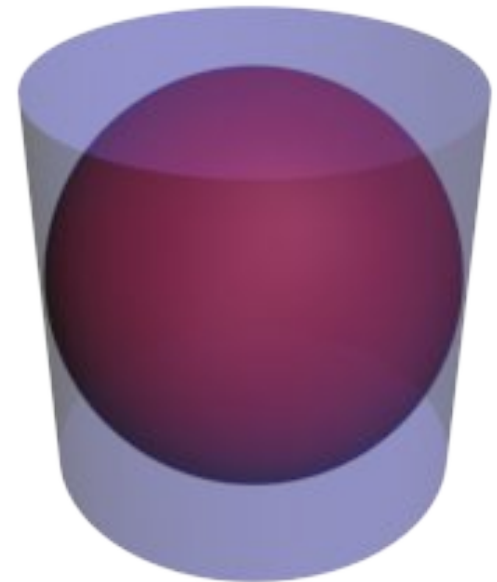
*Объем шара в полтора раза меньше объема описанного вокруг него цилиндра, а площадь поверхности шара в полтора раза меньше площади полной поверхности того же цилиндра:*

$$V = (2/3)V_1 \quad S = (2/3)S_1$$

где

$V_1$  – объем описанного цилиндра,

$S_1$  – площадь полной поверхности этого цилиндра



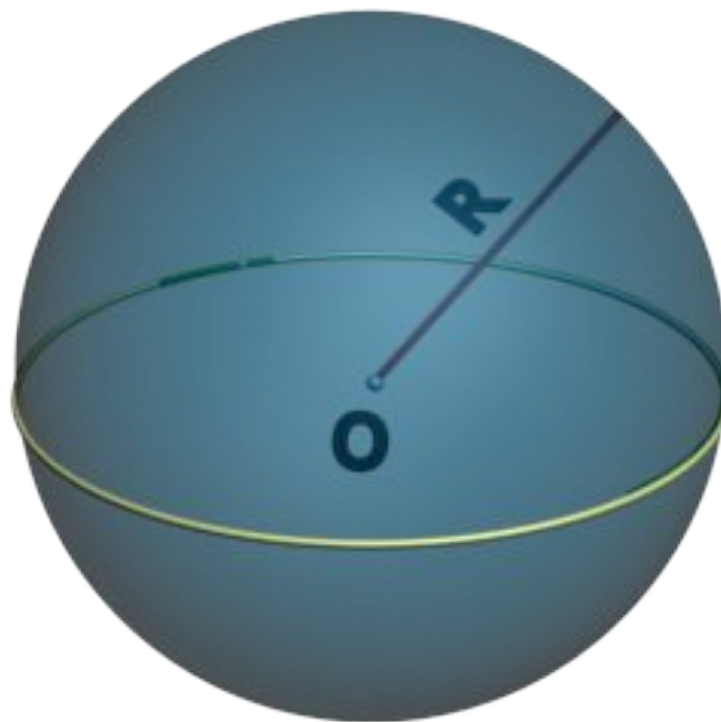
# Площадь сферы, объем шара

- *Площадь поверхности шара радиуса  $R$  равна учетверенной площади большого круга:*

$$S = 4\pi R^2$$

- *Объем шара радиуса  $R$  равен*

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



# **Вопросы** для закрепления

1. **Дайте определение сферы, шара.**
2. **Можно ли рассматривать сферу как поверхность вращения, а шар – как тело вращения?**
3. **Что называется: а) центром сферы; б) радиусом сферы?**
4. **Сколько центров симметрии имеет сфера?**
5. **Сколько осей симметрии имеет сфера?**
6. **Какая плоскость наз. касательной к сфере?**
7. **Какой вид имеет уравнение сферы?**