

ШАР



- Мультимедийное пособие по стереометрии для 11 класса

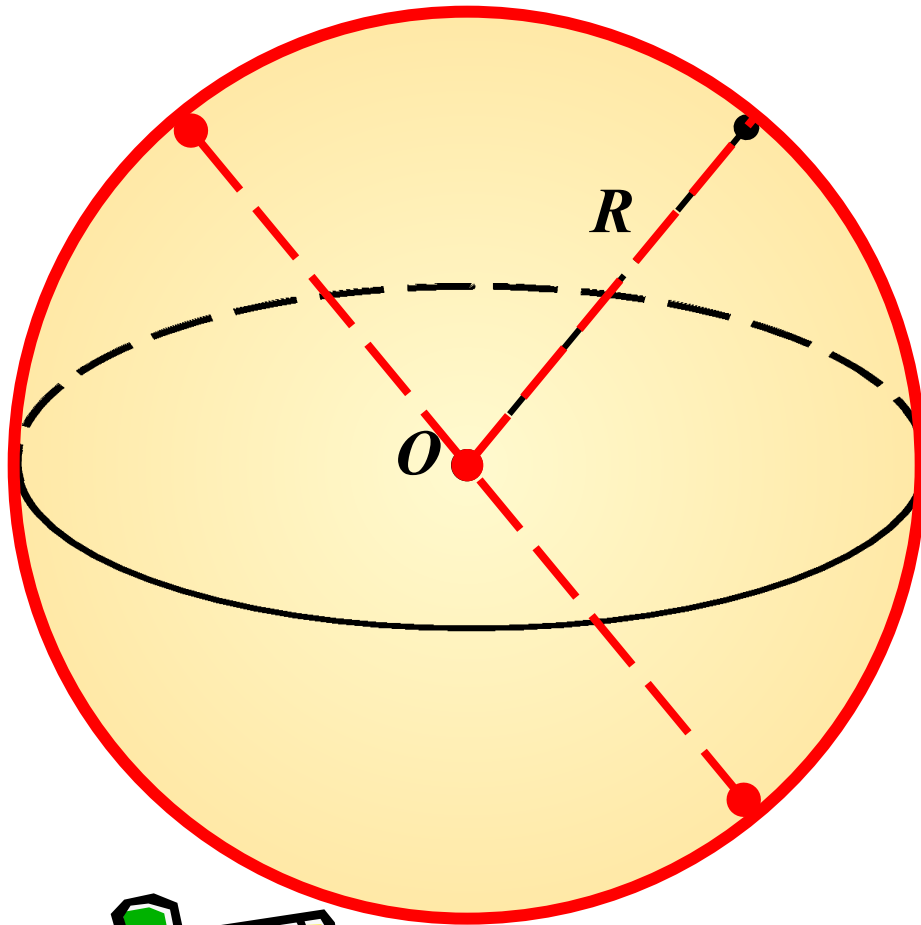
учителя математики

МОУ «СОШ № 15» г.Братска

Аникиной А.И.



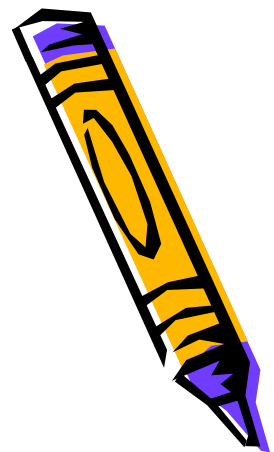
Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки



Данная точка называется **центром сферы**

Данное расстояние – **радиусом сферы**

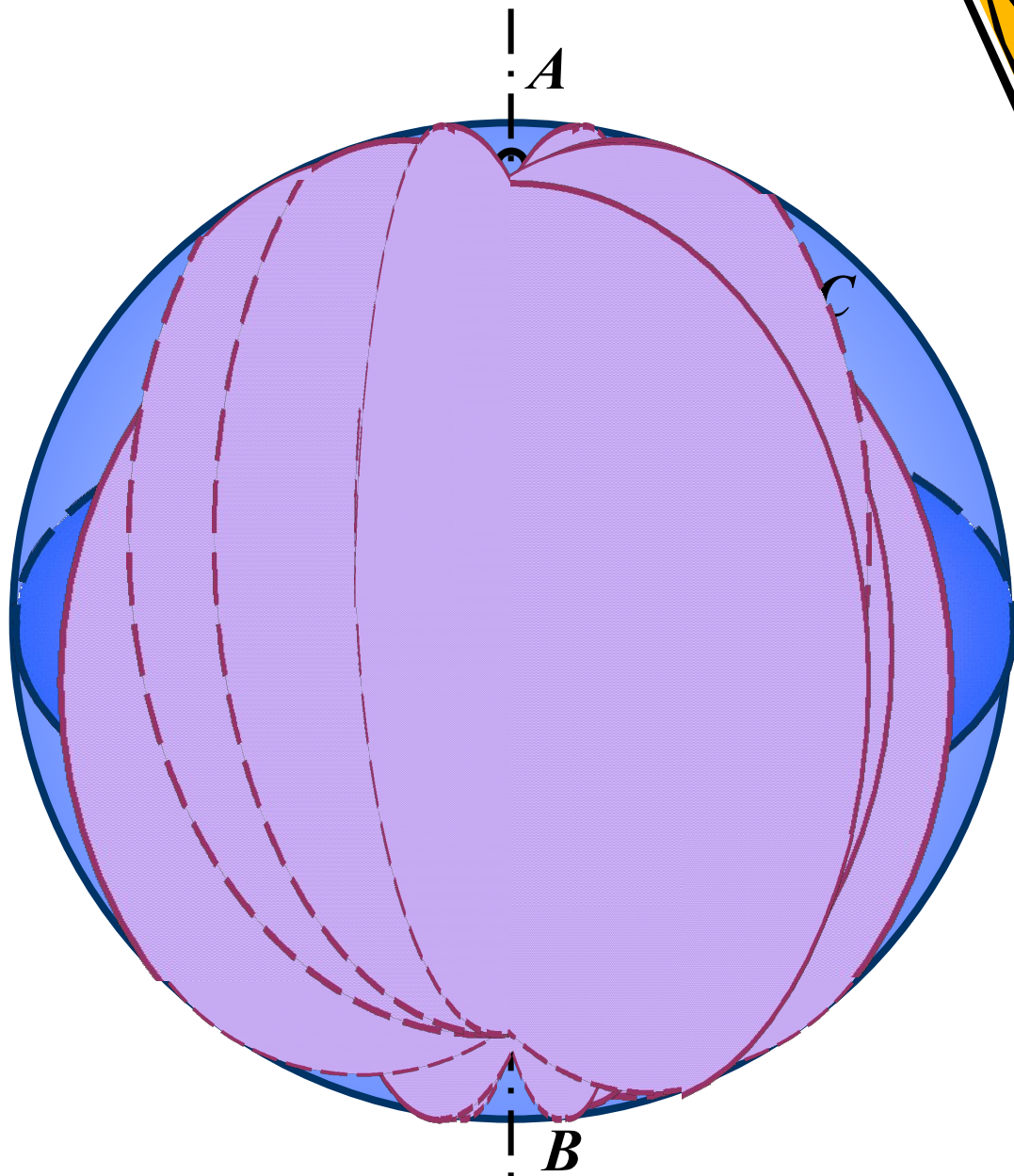
Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр, называется **диаметром сферы**



Сфера получена
вращением
полуокружности
 ACB вокруг
диаметра AB .

Тело, ограниченное
сферой, называется
шаром

Центр, радиус и
диаметр сферы
называется также
центром, радиусом
и диаметром шара



Уравнение сферы

Уравнение с тремя неизвестными x , y и z называется **уравнением поверхности F**

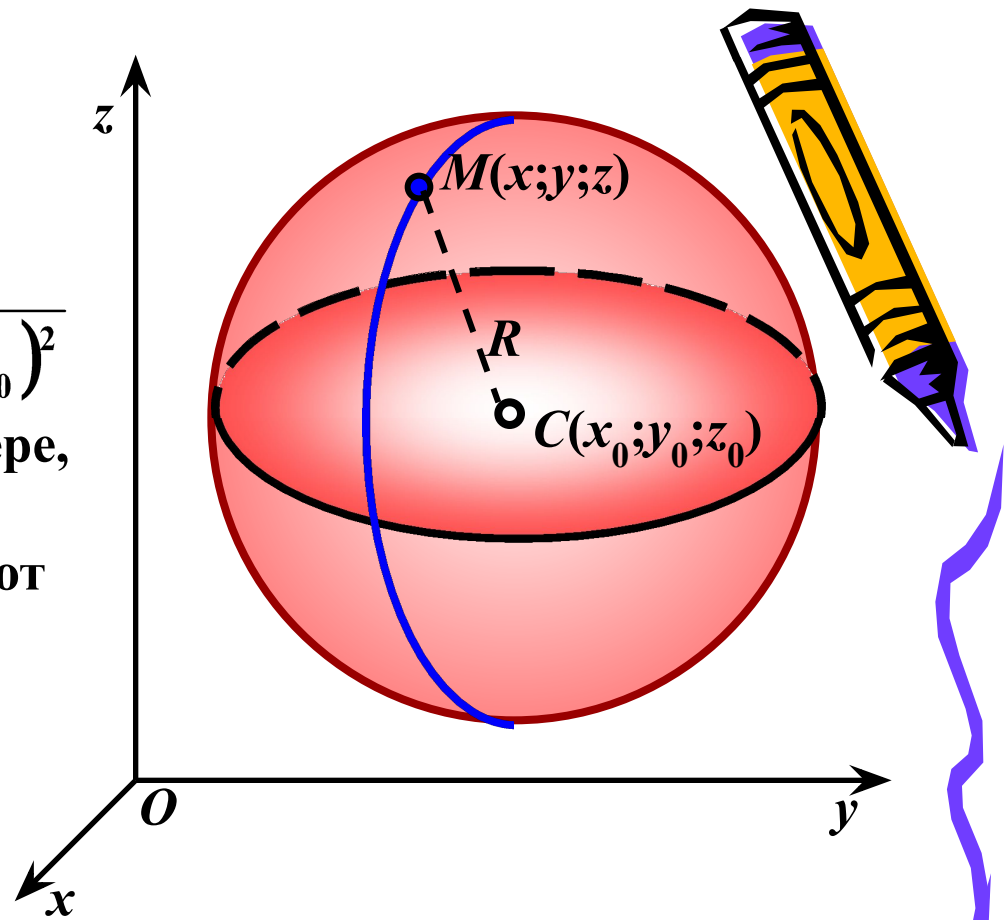
$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

Если точка M лежит на данной сфере, то $MC = R$ или $MC^2 = R^2$, т.е.

координаты точки M удовлетворяют уравнению

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

Если точка M не лежит на данной сфере, то $MC^2 \neq R^2$, т.е. координаты точки M не удовлетворяют уравнению.



Следовательно, в прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_0; y_0; z_0)$ имеет вид

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



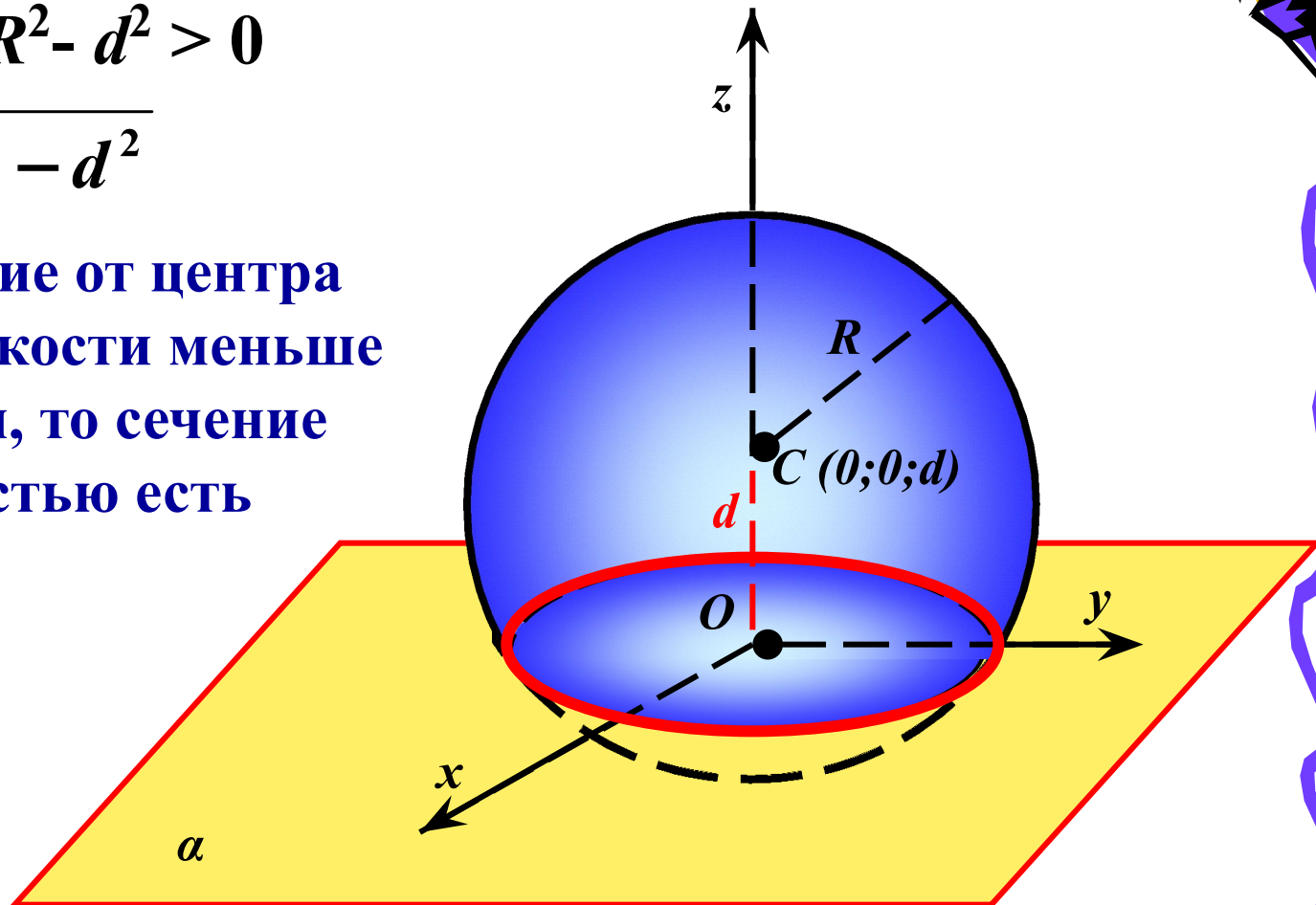
1

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ СФЕРЫ И ПЛОСКОСТИ

$d < R$. Тогда $R^2 - d^2 > 0$

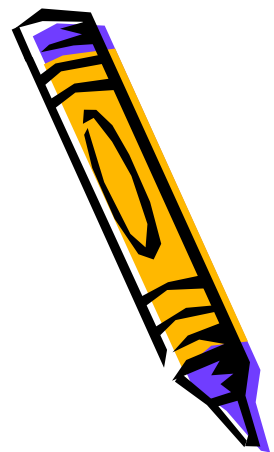
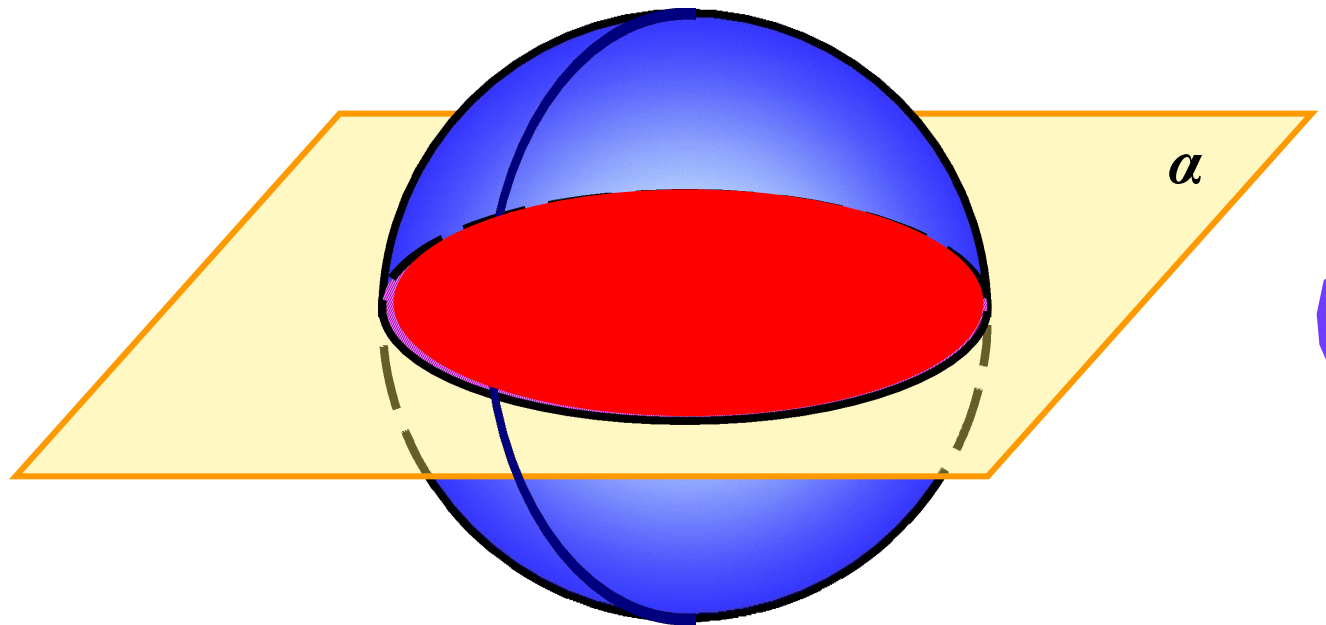
$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность

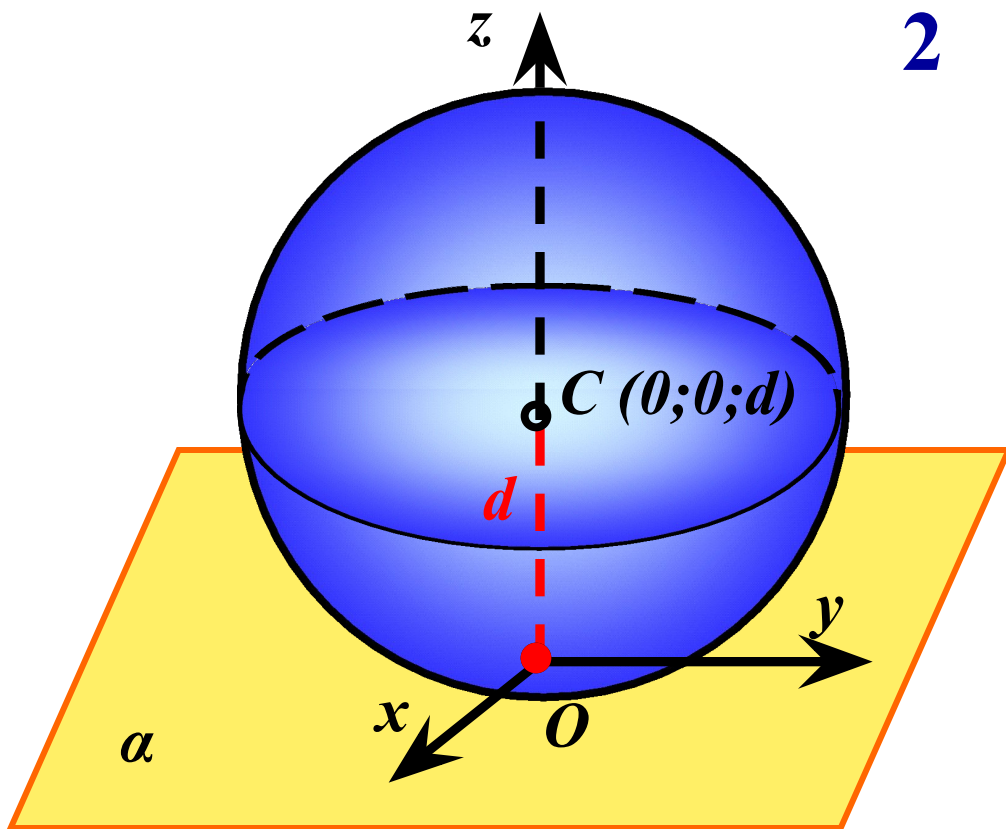


Сечение шара плоскостью есть круг.

Если секущая плоскость проходит через центр шара, то $d = 0$ и в сечении получается круг радиуса R , т.е. круг, радиус которого равен радиусу шара. Такой круг называется **большим кругом шара**



2



$$d = R$$

$$\text{Тогда } R^2 - d^2 = 0$$

Следовательно, точка O – единственная общая точка сферы и плоскости.

Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

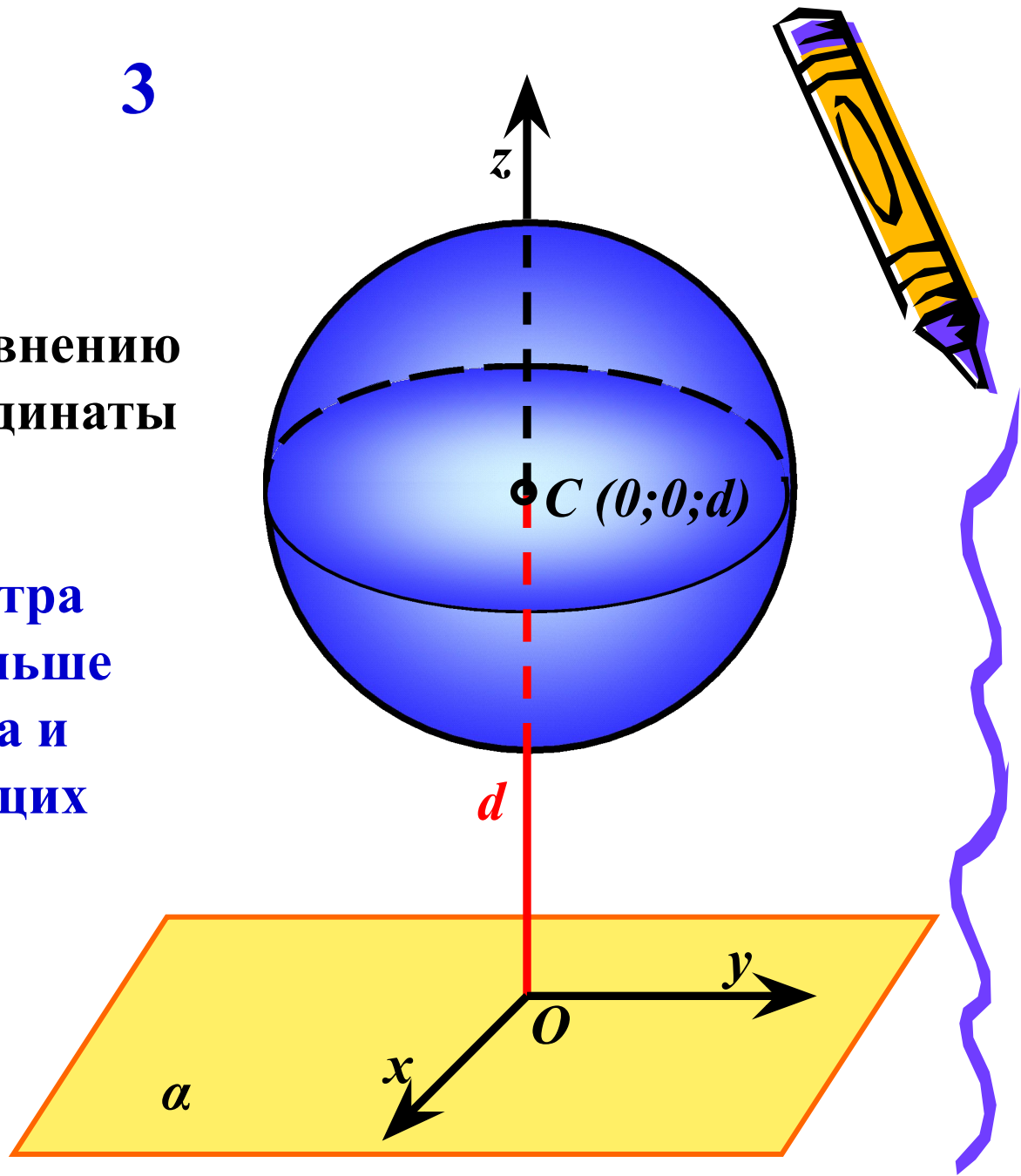


3

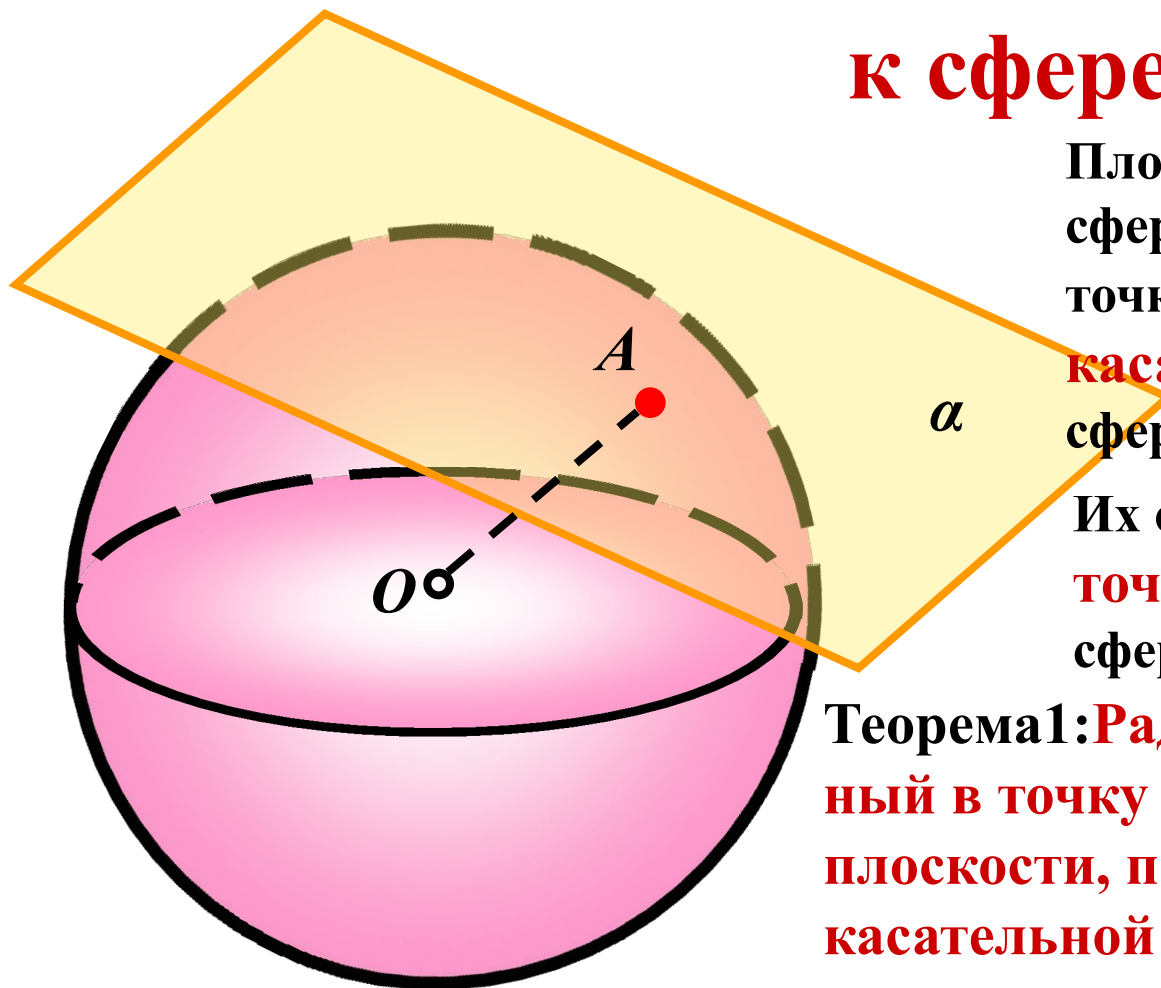
$$d > R$$

Тогда $R^2 - d^2 < 0$, и уравнению не удовлетворяют координаты никакой точки.

Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



Касательная плоскость к сфере



Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется **касательной плоскостью** сферы.

Их общая точка называется **точкой касания** плоскости и сферы.

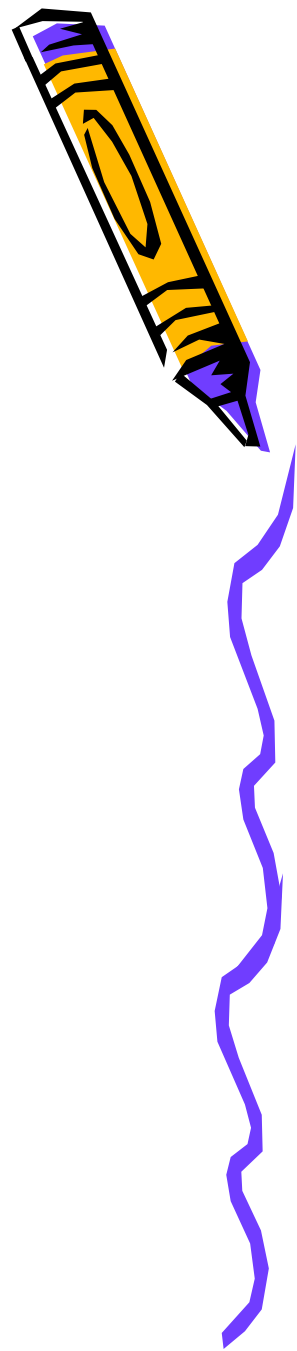
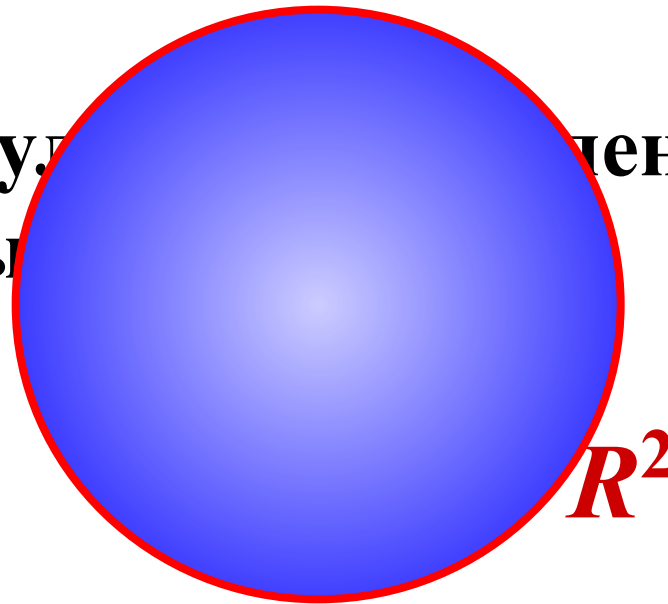
Теорема 1: Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен касательной плоскости.

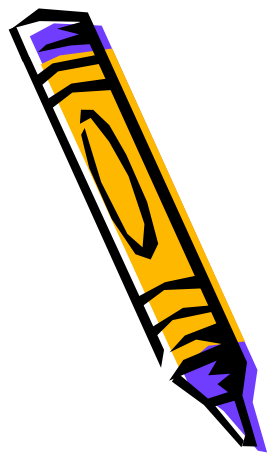
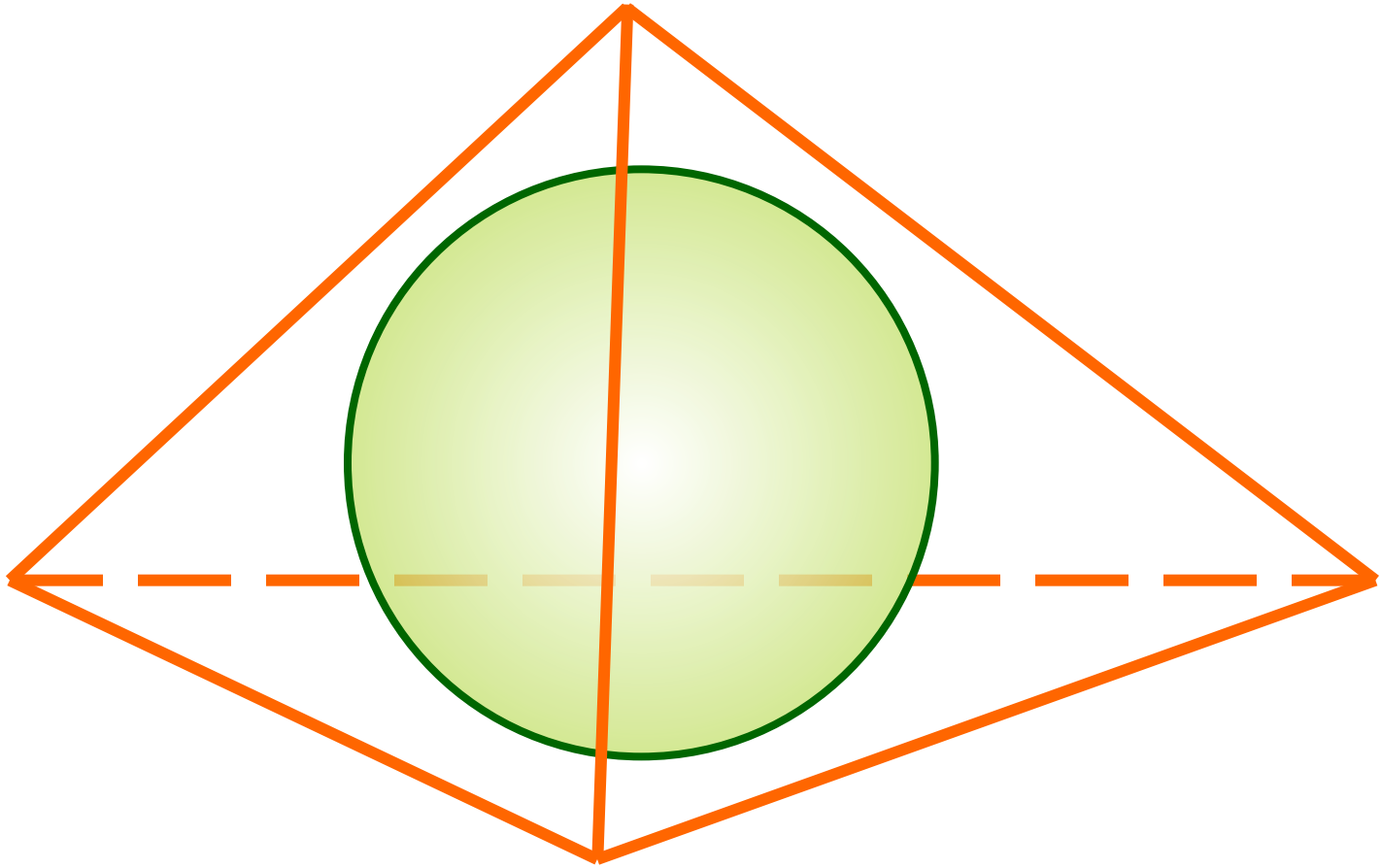
Теорема 2: Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящий через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

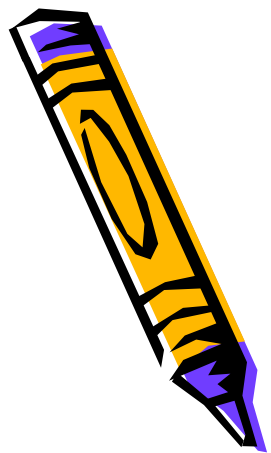
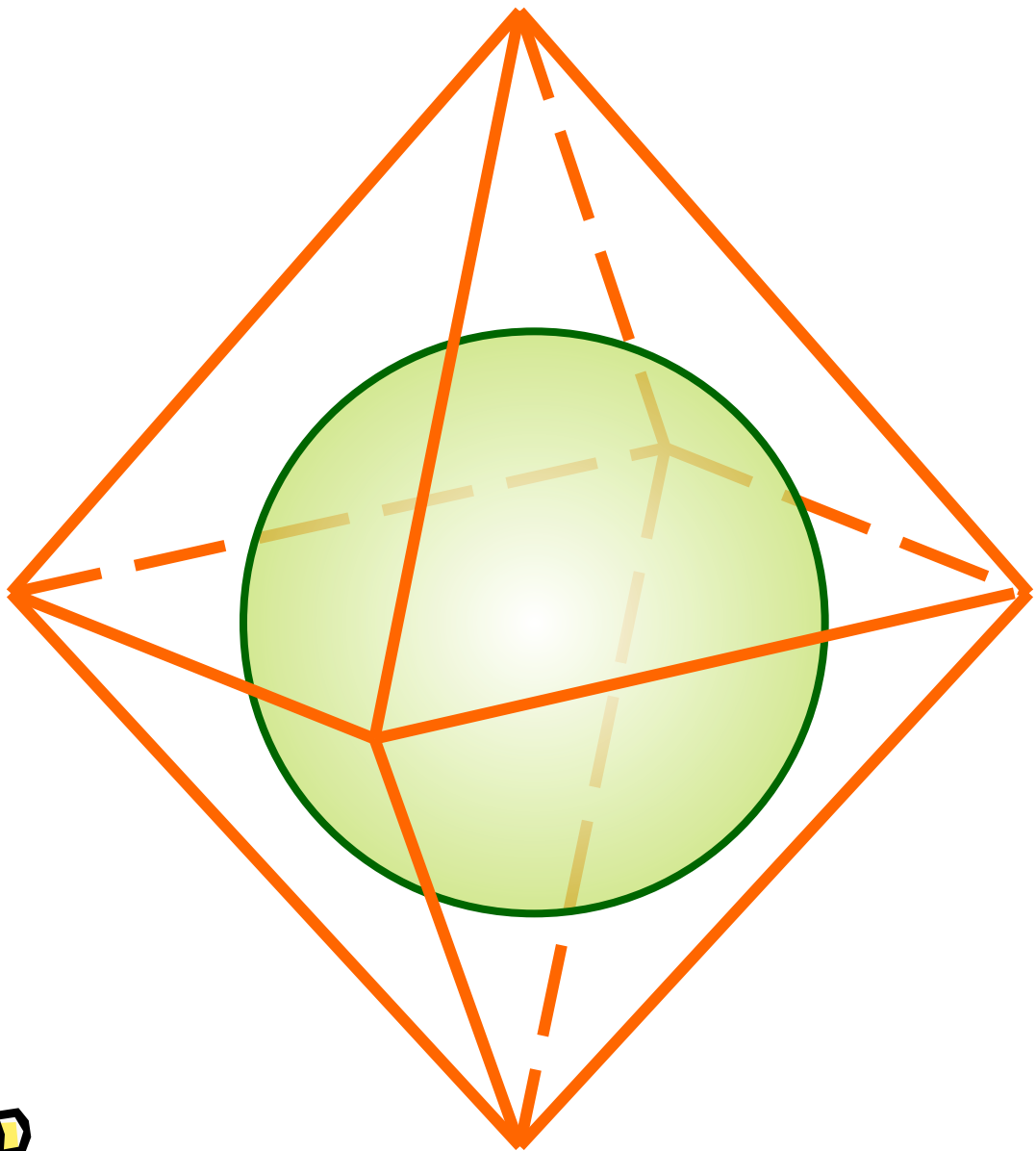


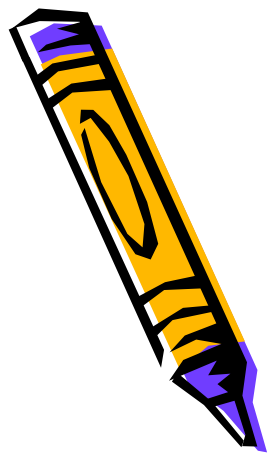
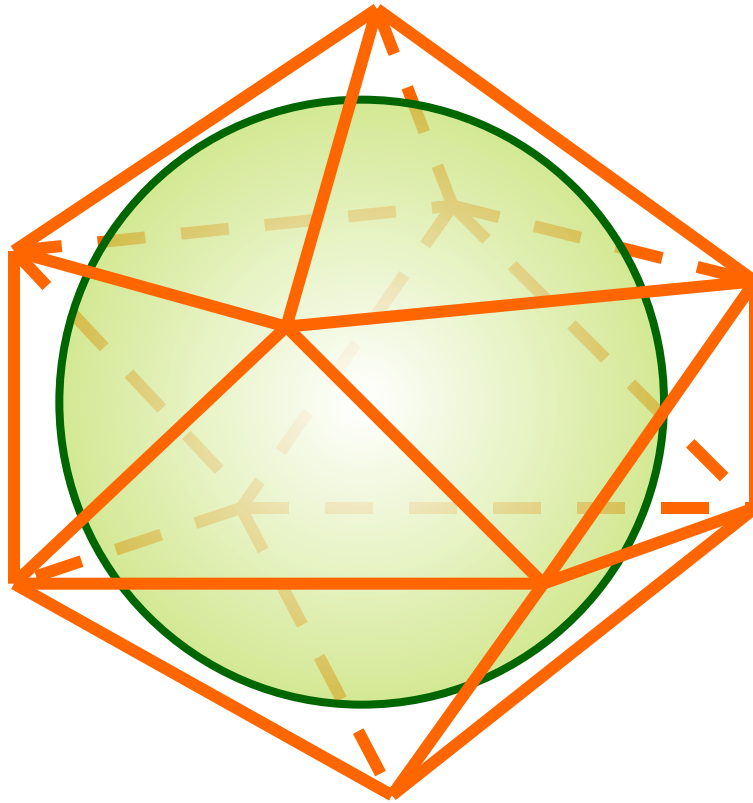
За площадь сферы примем предел последовательности площадей поверхностей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани.

Получим формулу вычисления площади сферы









ОБЪЁМ ШАРА

Рассмотрим шар радиуса R и центром в точке O и выберем ось Ox произвольным образом

Сечение шара плоскостью, перпендикулярной к оси Ox и проходящие через точку M на этой оси, является кругом с центром в точке M .

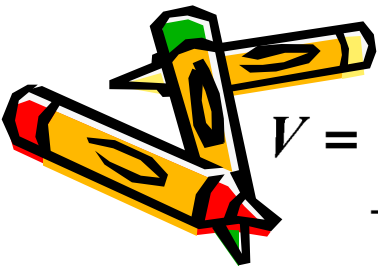
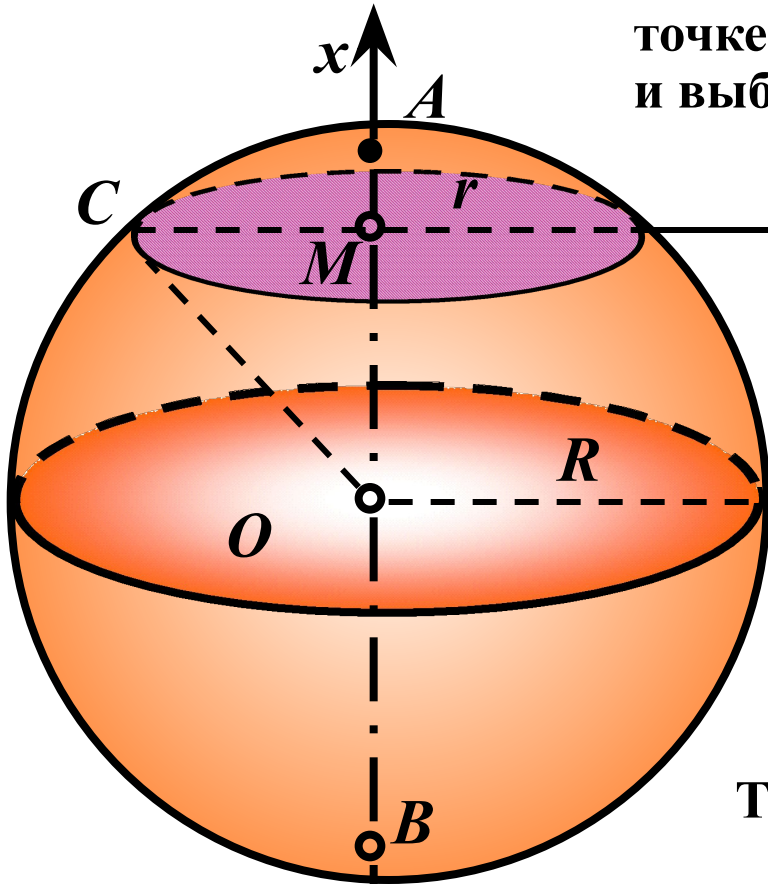
Из прямоугольного треугольника OMC находим

$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Так как $S(x) = \pi r^2$, то $S(x) = \pi (R^2 - x^2)$

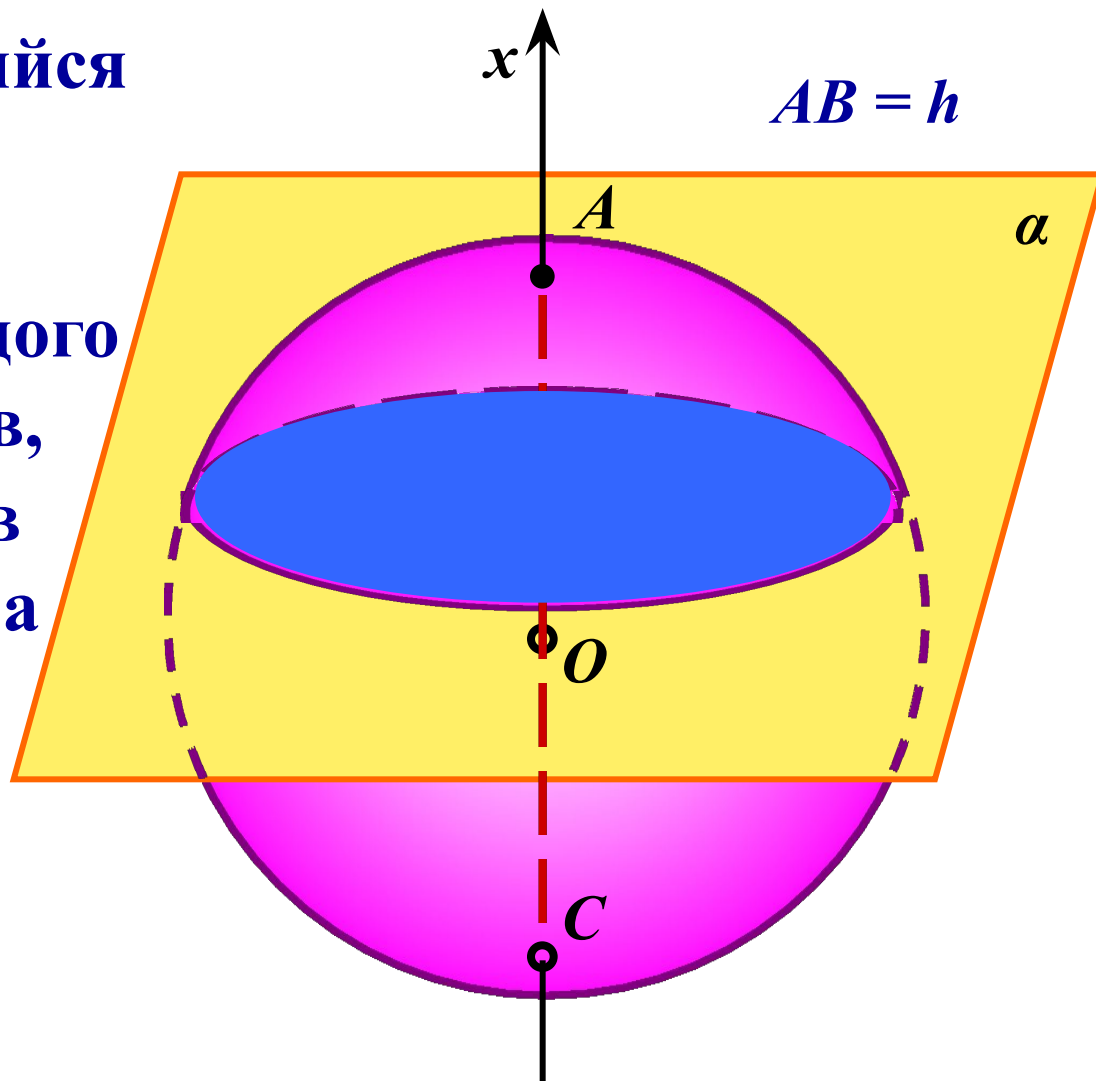
Применяя основную формулу для вычисления объёмов, получим


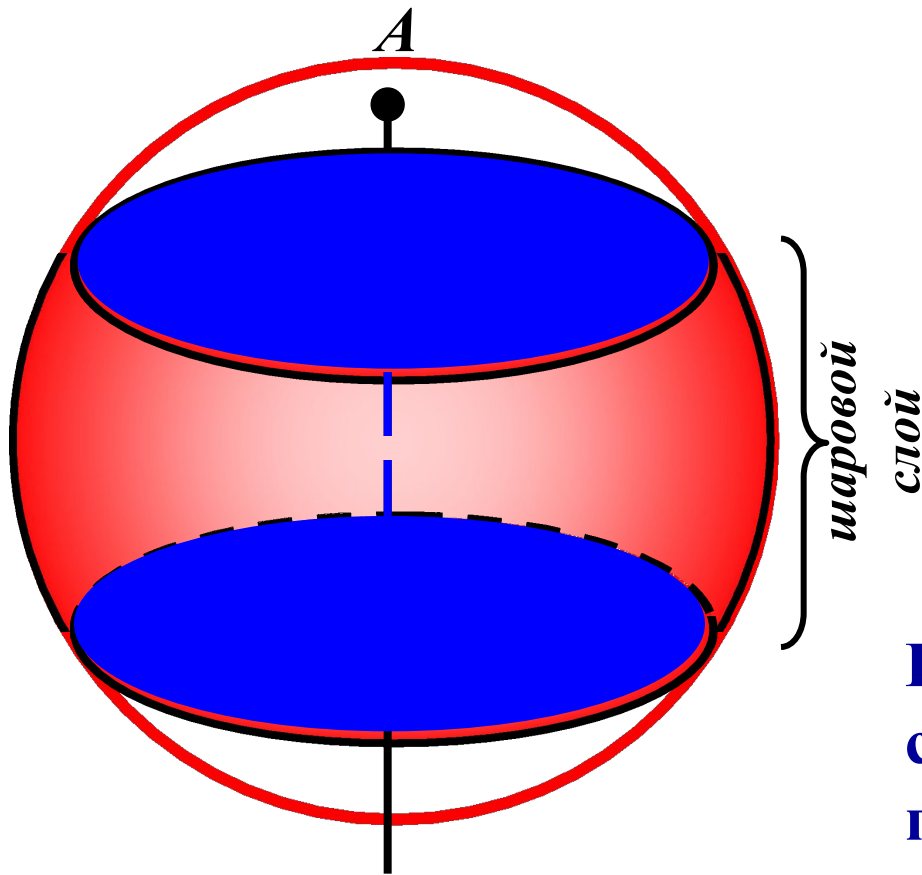
$$V = \int_{-R}^R \pi(R^2 - x^2) dx = \pi R^2 \int_{-R}^R dx - \pi \int_{-R}^R x^2 dx = \pi R^2 x \Big|_{-R}^R - \frac{\pi x^3}{3} \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3$$



Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него какой – нибудь плоскостью.

Круг, получившийся в сечении, называется **основанием** каждого из этих сегментов, а длины отрезков AB и BC диаметра AC – **высотами** сегментов.



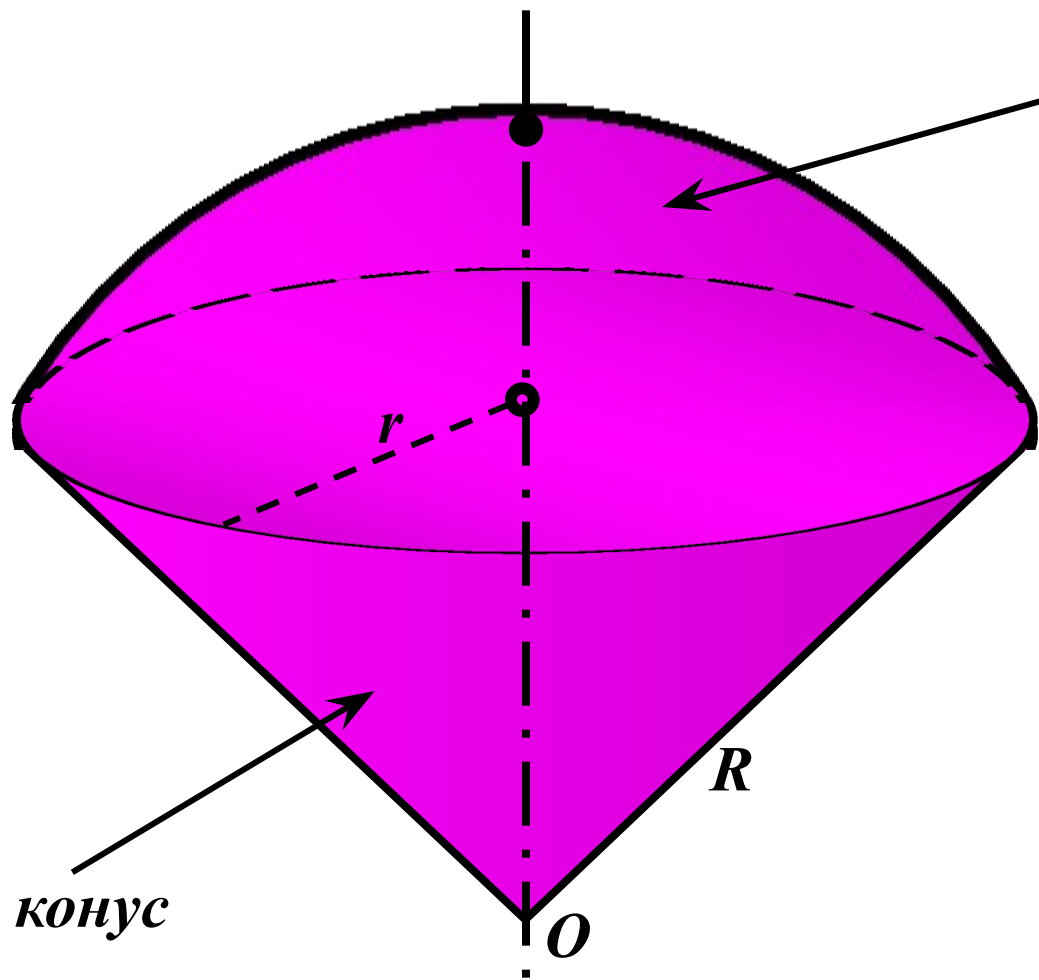


Шаровым слоем
называется часть шара,
заключённая между
двумя параллельными
секущими плоскостями

Круги, получившиеся в
сечении шара этими
плоскостями, называются
**основаниями шарового
слоя.**



Расстояние между плоскостями – **высотой**
шарового слоя.



*шаровой
сегмент*

конус

Шаровым сектором называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим 90° , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих сектор радиусов.



Шаровой сектор состоит из шарового сегмента и конуса