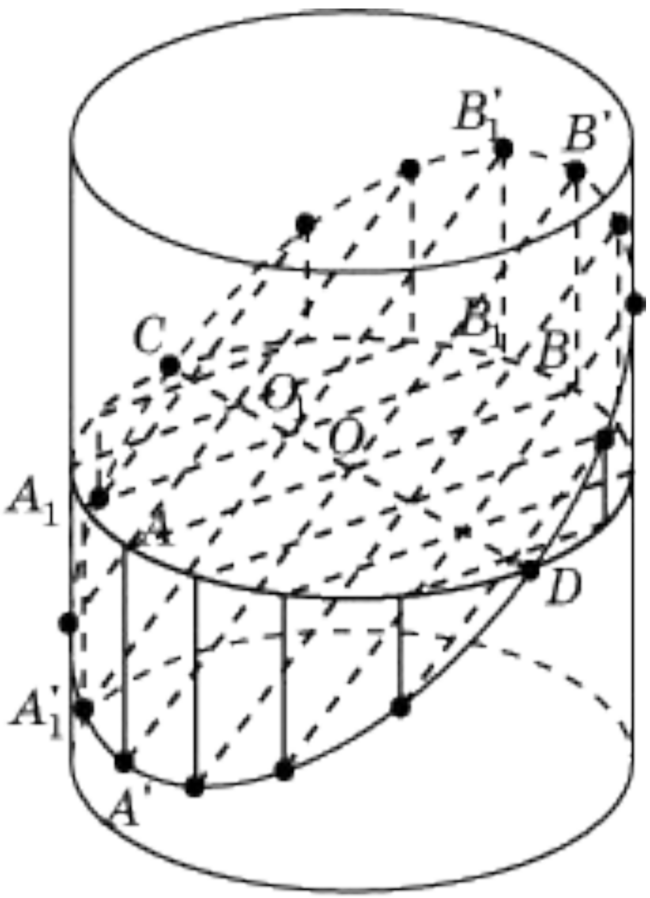
Шар, сфера, цилиндр

Сечения цилиндра

Сечения цилиндра плоскостью можно рассматривать как параллельные проекции основания цилиндра на эту плоскость. Поэтому, если плоскость параллельна плоскости основания, то в сечении получается круг, равный основанию.

Если плоскость сечения составляет некоторый угол с плоскостью основания цилиндра и не пересекает основания, то в сечении будет фигура, ограниченная эллипсом.

Сечения цилиндра



На рисунке 1 показано построение точек эллипса, получающегося как сечение боковой поверхности цилиндра плоскостью.

Рисунок 1 Сечение циллиндра

Сечения цилиндра

Зададим два сопряженных диаметра *AB* и *CD*. Через точку *A* проведем образующую и выберем на ней какую-нибудь точку *A'*, принадлежащую сечению. Прямая *A'O* пересечет образующую, проходящую через точку *B* в некоторой точке *B'*, также принадлежащую сечению. Возьмем теперь на отрезке *CD* произвольную точку и проведем через нее прямую, параллельную *A'B'*. Ее точки пересечения с образующими цилиндра будут принадлежать сечению.

Возьмем прямоугольный лист бумаги и нарисуем на нем оси координат *Ox* и *Oy* параллельно соответствующим сторонам (рисунок 2).

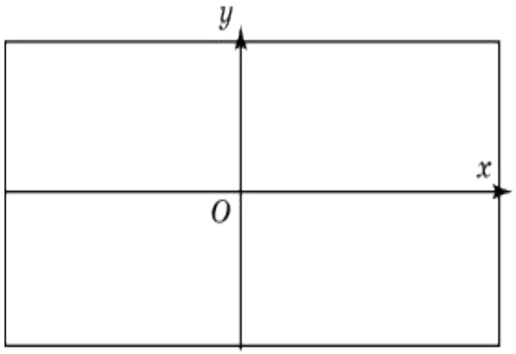


Рисунок 2

Сечения цилиндра

Затем свернем этот лист в боковую поверхность прямого кругового цилиндра, радиус основания которого примем за единицу. Ось *Ох* свернется в окружность радиуса 1, а ось *Оу* станет образующей цилиндра (рисунок 3).

Через диаметр *OD* полученной окружности проведем сечение, составляющее с плоскостью окружности угол в 30^0. В этом случае сечением будет эллипс.

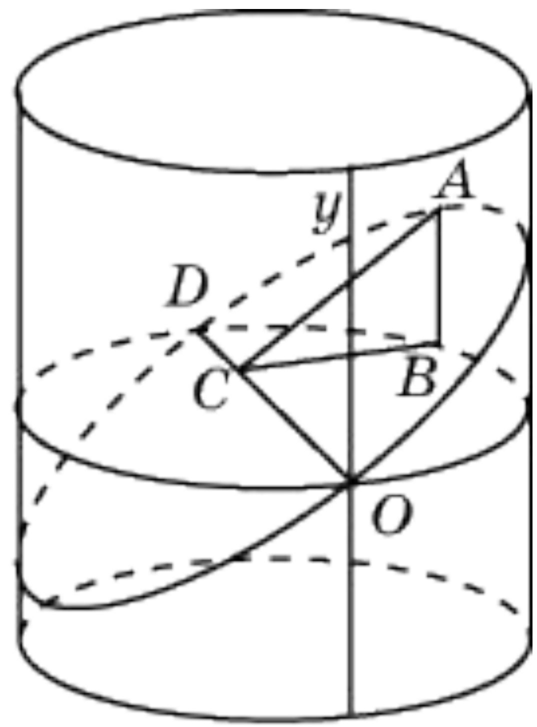


Рисунок 3

Задачи

Задания для самостоятельного решения:

1) Нарисуйте цилиндр и плоскость, пересекающую его боковую поверхность по эллипсу.
2) Нарисуйте цилиндр и постройте несколько точек эллипса, получающегося в сечении его боковой поверхности плоскостью.
3) В основании цилиндра круг радиуса 5 см. Боковая поверхность цилиндра пересечена плоскостью. Найдите площадь сечения цилиндра этой плоскостью, если она образует с плоскостью основания угол: а) 30°; б) 45°; в) 60°.

Шар и сфера

Шаром принято называть тело, ограниченное сферой, т.е. шар и сфера – это разные геометрические тела.

Сфера – это фигура, состоящая из всех точек пространства, удалённых от данной точки на данном расстоянии.

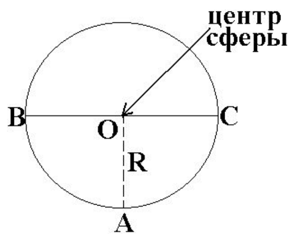


Рисунок 4

Шар и сфера

Поверхность шара называют сферой. Если рассечь сферу плоскостью, получим в сечении окружность. Такие окружности имеют разные радиусы: чем дальше плоскость от центра сферы, тем меньше радиус сечения. Самые большие окружности получаются при сечении сферы плоскостями, проходящими через её центр. Такими большими окружностями на земной поверхности являются экватор и меридианы. А параллели – это сечения земной поверхности плоскостями, которые параллельны экваториальной плоскости.

Шар и сфера

Сферой называется фигура, состоящая из всех точек пространства, равноудалённых от данной точки. Эта точка называется *центром сферы и обычно обозначается О*.

Расстояние от точек сферы до её центра называется *радиусом сферы и обычно обозначается R*. *Радиусом* также называется любой отрезок, соединяющий точку сферы с её центром. *Сфера* – это граница шара. Центр, радиус и диаметр сферы являются также центром, радиусом и диаметром шара.

Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более чем на данное расстояние. Другими словами, *шар* – это объединение сферы и всех ее внутренних точек.

Шар и сфера

Всякое **сечение** *шара* плоскостью **есть круг**. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

Площадь сферы:

$$S=4\pi r^2=\pi d^2.$$

Объем шара, ограниченного сферой:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3.$$

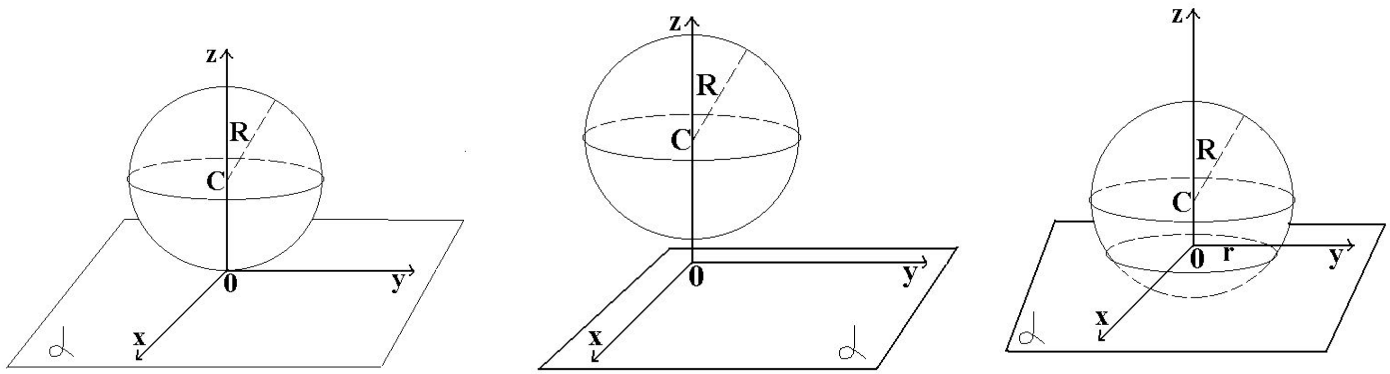


Рисунок 5 Взаимное расположение сферы и плоскости

Касательная плоскость к сфере

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью к сфере, а их общая точка называется точкой касания плоскости и сферы.

Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

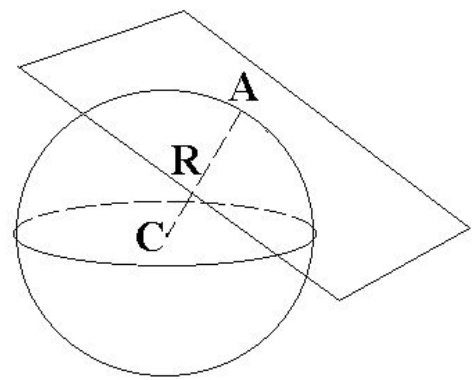


Рисунок 6. Касательная плоскость к сфере

Сечение шара

Всякое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

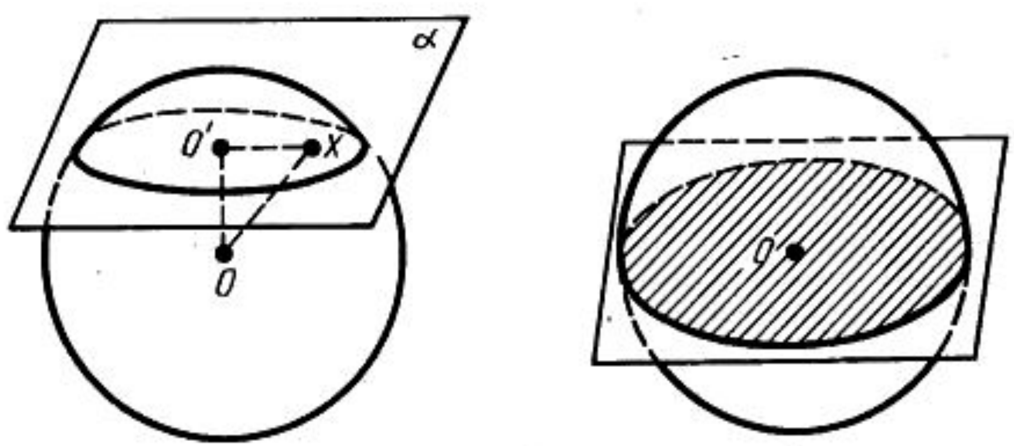


Рисунок 7. Сечение шара

Пример

Два сечения шара радиуса 10 см параллельными плоскостями имеют радиусы, равные 6 см и 8 см. Найти расстояние между секущими плоскостями.

Решение:

находим расстояние каждой из параллельных плоскостей до центра шара из прямоугольных треугольников по теореме Пифагора:

$$d_1 = \sqrt{100 - 36} = 8\text{см}$$

$$d_2 = \sqrt{100 - 64} = 6\text{см}$$

В зависимости от того, лежит ли центр шара между плоскостями или нет, получаем два различных ответа к задаче: ***d*=14 см.**

Пример

Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная ему плоскость. Как относится площадь полученного сечения к площади большого круга (рисунок 8)

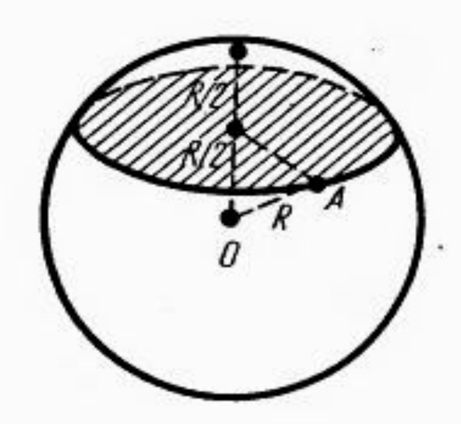


Рисунок 8

Решение:

отношение площади круга к площади полученного сечения равно:

$$\frac{\pi\left(R\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2}{\pi R^2}=\frac{3}{4}.$$

Задачи

1) Шар, радиус которого равен 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм от центра. Вычислите площадь получившегося сечения.

2) Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная к нему плоскость. Как относится площадь полученного сечения к площади большого круга?

3) Радиус шара равен 63см. Точка находится на касательной плоскости на расстоянии 16 см от точки касания. Найти ее кратчайшее расстояние от поверхности шара.

4) Радиус шара *R*. Через конец радиуса проведена плоскость под углом в 60^0 к нему. Найти площадь сечения.

5) На поверхности шара даны три точки. Прямолинейные расстояния между ними: 6 см, 8 см и 10 см. Радиус шара равен 13см. Радиус шара равен 13см. Найти расстояние от центра шара до плоскости, проходящей через эти три точки.

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ

Домашнее задание:

- Подготовиться к практической работе
- Решить 22+6 задач итого 28 ! ! !
- **ВСЕ СДАТЬ В ПОНЕДЕЛЬНИК 4.06**