

# Симметрия вокруг нас.

**классе**

**по теме: «Симметрия»**

Полная симметрия докучает, а изящное разнообразие красит и тешит. Ведь и назначение, и цель гармонии – упорядочить части, вообще говоря, различные по природе, неким совершенным соотношением так, чтобы они одна другой соответствовали, создавая красоту (Л.Б. Альберти)



# Цель уроков: Познакомить учащихся с

## симметрией. Задачи:

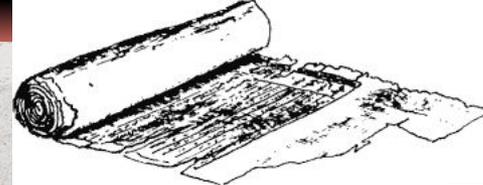
1. Дать представление о симметрии в окружающем мире, сформировать понятие симметрии, познакомить основными ее видами, приобрести опыт построения симметричных фигур.
2. Развитие математического мышления и логической речи учащихся, воображения, умения делать выводы, высказывать свои чувства и мысли; расширять кругозор учащихся, умение видеть знакомое в незнакомом.

# План

1. Введение 
2. Словари и энциклопед 
3. Историческая справ 
4. Виды симметрии 
5. Вопросы 
6. Дополнительные задания 
7. Практическая работа № 
8. Практическая работа № 
9. Заключение (урок последний, но не прощальный) 

# Введение.

Математика ...выявляет



порядок,

это –

симметрию, и определенность, а

важнейшие виды прекрасного.

Аристотель

«Симметрия» - слово греческого происхождения. Оно означает соразмерность, наличие определенного порядка, закономерности в расположении частей.

Люди с давних времен использовали симметрию в рисунках, орнаментах, предметах быта.

Симметрия широко распространена в природе. Её можно наблюдать в форме листьев и цветов растений, в расположении различных органов животных, в форме кристаллических тел, в порхающей бабочке, загадочной снежинке, мозаике в храме, морской звезде.

Симметрия широко используется на практике, в строительстве и технике. Это строгая симметрия в форме античных зданий, гармоничные древнегреческие вазы, здания Кремля, машинах, самолетах и многом другом.

Использование симметрии в бордюрах и паркетах.



# Словари и Энциклопедии



«Симметрия» - соразмерность, одинаковость в расположении частей чего-нибудь по противоположным сторонам от точки, прямой или плоскости.

**Толковый словарь**

**русского языка**

**С.И. Ожегова и Н.Ю.**

**Шведовой.**

«Симметрия» (нем. *Symmetrie*, франц. *symetrie*, греч. *symmetria*) – соразмерность, пропорциональность в расположении частей чего-нибудь по обе стороны от середины, центра.

**Толковый словарь**

**иностраннных слов Л.П.**

**Крысина.**

«Симметрия» - соразмерность, в широком смысле – инвариантность (неизменность) структуры, свойств, формы материального объекта относительно его преобразований (т.е. изменений ряда физических

Симметрия, в геометрии – свойство геометрических фигур .  
Две точки, лежащие на одном перпендикуляре к данной плоскости (или прямой) по разные стороны и на одинаковом расстоянии от неё, называются симметричными относительно этой плоскости (или прямой).

Фигура (плоская или пространственная) симметрична относительно прямой (оси симметрии) или плоскости (плоскости симметрии), если её точки попарно обладают указанным свойством.

Фигура симметрична относительно точки (центр симметрии), если её точки попарно лежат на прямых, проходящих через центр симметрии, по разные стороны и на равных расстояниях от неё.

энциклопедия



Большая



Методия.



# Историческая справка

Понятие центра симметрии в «Началах» Евклида нет, однако в 38 предложении 11 книги содержится понятие пространственной оси симметрии. Впервые понятие центра симметрии встречается в 16 веке в одной из теорем Клавиуса, гласящей: если параллелепипед рассекается плоскостью, проходящей через центр, то он разбивается пополам и, наоборот, если параллелепипед разбивается пополам, то плоскость проходит через центр. Лежандр, который впервые ввел в элементарную геометрию элементы учения о симметрии, говорит только о симметрии относительно плоскости и дает следующее определение: две точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно плоскости  $a$ , если последняя перпендикулярна к  $AB$  в середине этого отрезка. Лежандр показывает, что у прямого параллелепипеда имеются 3 плоскости симметрии, перпендикулярные к ребрам, а у куба 9 плоскостей симметрии, из которых 3 перпендикулярны к ребрам, а другие 6 проходят через диагонали граней. В



# Симметрия

*Движение плоскости - это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояния. Итак, осевая и центральная симметрия представляют собой отображение плоскости на себя, которое сохраняет расстояния между точками.*

**В пространстве**

**Зеркальная**

**Центральная**

**Поворотная**

**На плоскости**

**Осевая**

**Центральная**

**На прямой**

**Центральная**

В математике рассматривают различные виды симметрии. Каждый из них имеет свое название. Рассмотрим основные виды симметрии.

# Виды симметрии

1. Центральная
2. Осевая
3. Зеркальная



# Центральная симметрия

**Опр.:** Центральная симметрия – это симметрия относительно точки.

**Опр.:** Точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно некоторой точки  $O$ , если точка  $O$  является серединой отрезка  $AB$ .

**Опр.:** Точка  $O$  называется центром симметрии фигуры, а фигура называется центрально-симметричной.

**Свойство:** Фигуры,

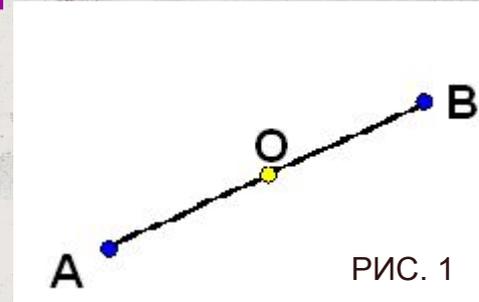


РИС. 1

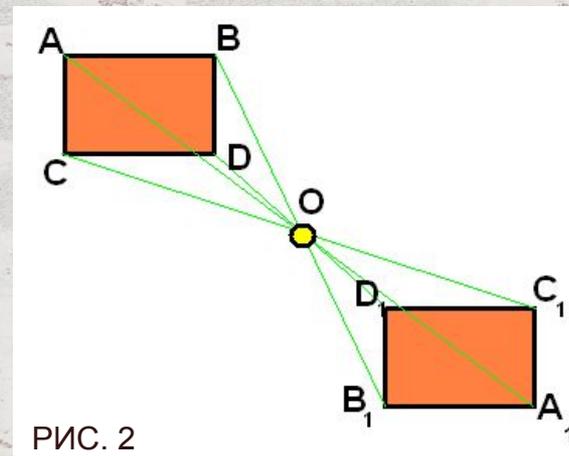


РИС. 2



# Алгоритм построения центрально-симметричной фигуры

Построим треугольник  $A_1B_1C_1$ ,  
симметричный треугольнику  $ABC$ ,  
относительно центра  
(точки)  $O$ .

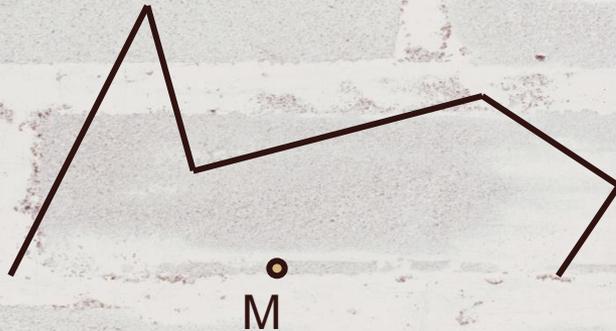
## Для этого:

1. Соединим точки  $A, B, C$  с  
центром  $O$   
и продолжим эти отрезки;
2. Измерим отрезки  $AO, BO, CO$  и  
отложим с другой стороны от  
точки  $O$ , равные им отрезки  
( $AO = A_1O_1, BO = B_1O_1, CO = C_1O_1$ );
3. Соединим получившиеся точки  
отрезками  $A_1B_1, A_1C_1,$   
 $B_1C_1$ .
4. Получили  $\triangle A_1B_1C_1$   
симметричный  $\triangle ABC$ .

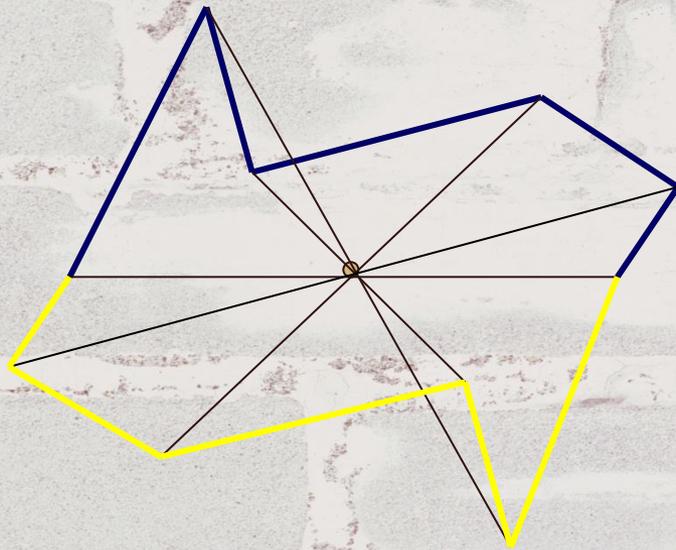


# Задания

1. Какие из букв русского алфавита имеют центр симметрии:  
А Б В Г Д Е Ж З И К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я?
2. Какие две цифры переходят друг в друга при центральной симметрии?
3. На рисунке изображена часть фигуры, центром симметрии которой является точка М.  
Начертите эту фигуру в тетради.



# Решение



# Осевая симметрия

**Опр.:** Осевая симметрия – это симметрия относительно проведенной оси (прямой).

**Опр.:** Точки  $A$  и  $B$  симметричны относительно некоторой прямой  $a$ , если эти точки лежат на прямой, перпендикулярной данной, и на одинаковом расстоянии.

**Опр.:** Осью симметрии называется прямая при перегибании по которой «половинки» совпадут, а фигуру называют симметричной относительно некоторой оси.

**Свойство:** Две симметричные фигуры равны.

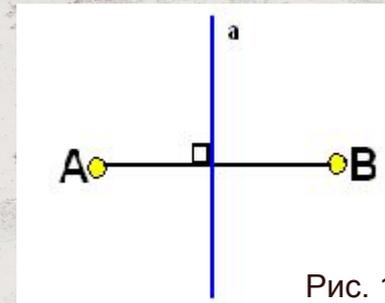


Рис. 1

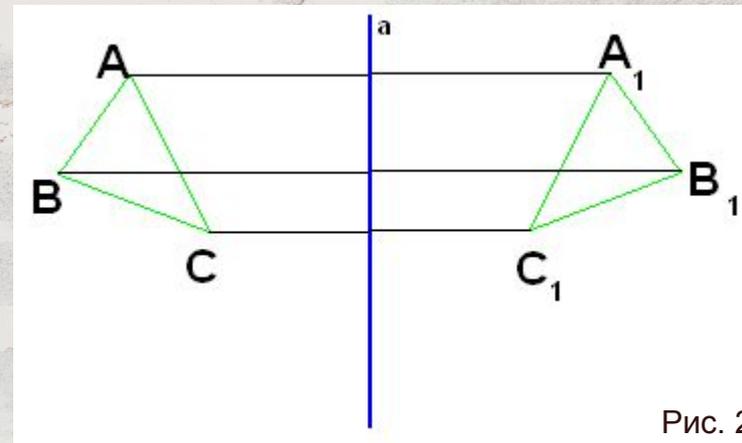


Рис. 2



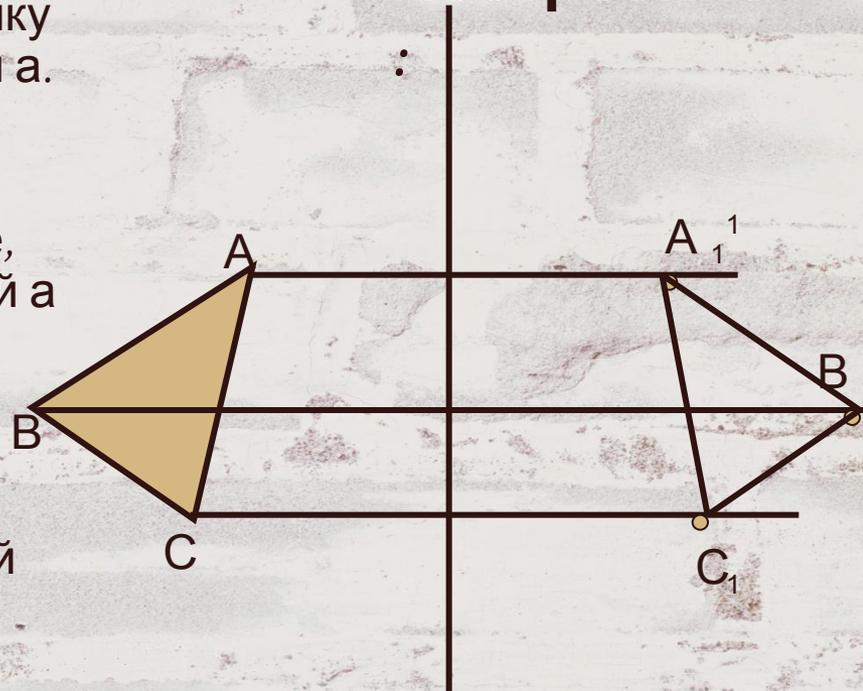
# Алгоритм построения фигуры, симметричной относительно некоторой прямой

Построим треугольник  $A_1B_1C_1$ ,  
симметричный треугольнику  
 $ABC$  относительно прямой  $a$ .

**Для этого:**

1. Проведем из вершин  
треугольника  $ABC$  прямые,  
перпендикулярные прямой  $a$   
и продолжим их дальше.
2. Измерим расстояния от  
вершин треугольника до  
получившихся точек на  
прямой и отложим с другой  
стороны прямой такие же  
расстояния.
3. Соединим получившиеся  
точки отрезками  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ ,  
 $A_1C_1$ .
4. Получили  $\Delta A_1B_1C_1$   
симметричный  $\Delta ABC$ .

**Построение**



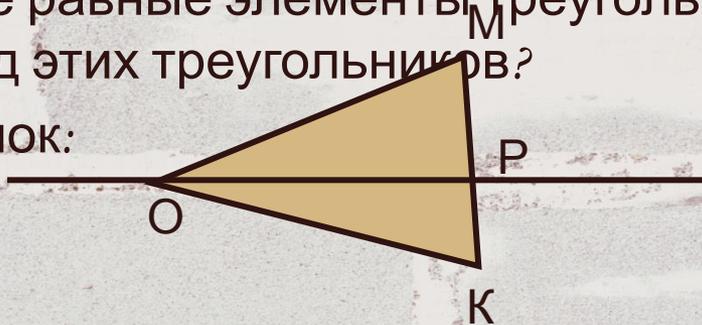
# Задания

1. Какие из букв русского алфавита имеют : а) одну ось симметрии; б) две оси симметрии; в) много осей симметрии:

А Б В Г Д Е Ж З И К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я?

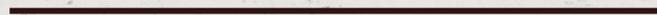
2. Прямая  $Op$  – ось симметрии треугольника  $KOM$ . Назовите все равные элементы треугольников  $KOP$  и  $POM$ . Каков вид этих треугольников?

Рисунок:



3. Постройте слово, симметричное относительно прямой  $a$ .

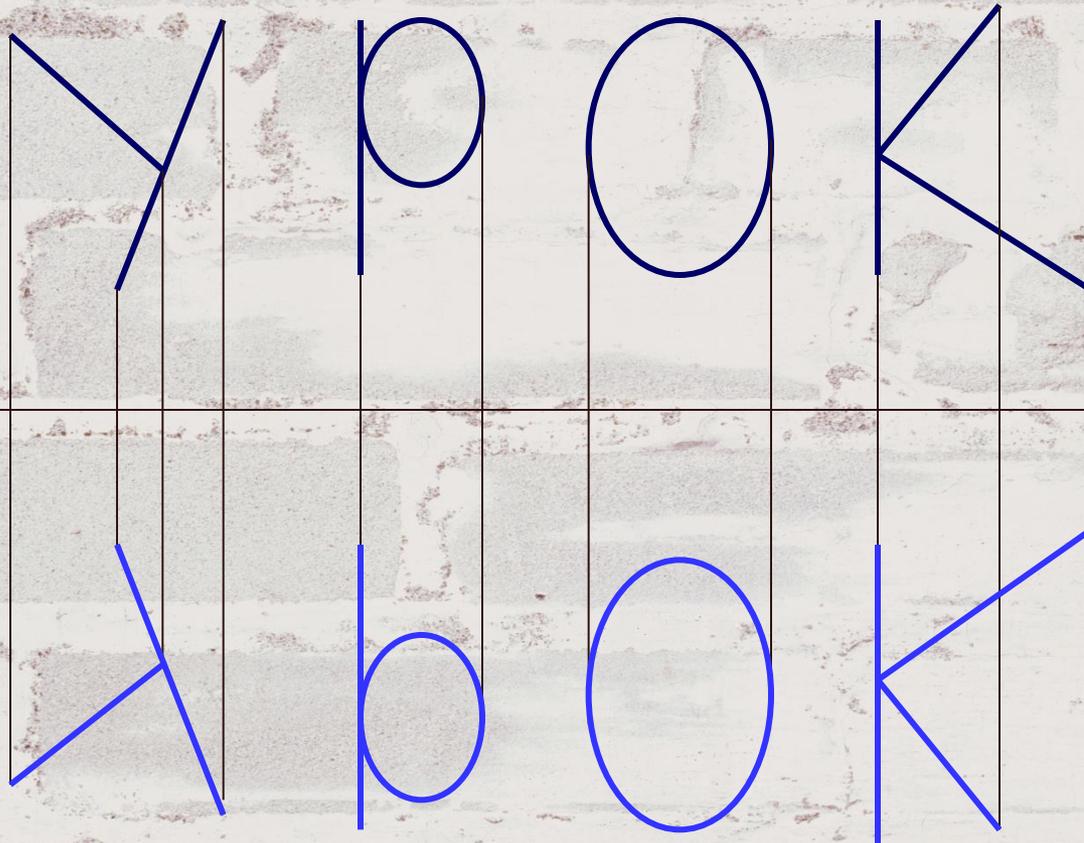
**У р о к**



$a$



# Решение



# Зеркальная симметрия

**Опр.:** Зеркальная – это симметрия относительно плоскости.

Плоскость симметрии «разрезает» фигуру на две равные части.

На рисунках изображены пространственные фигуры, симметричные относительно плоскости.

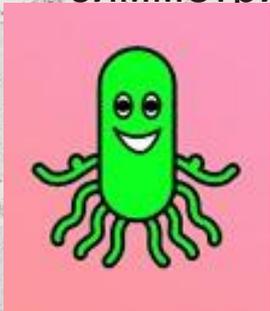


Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3

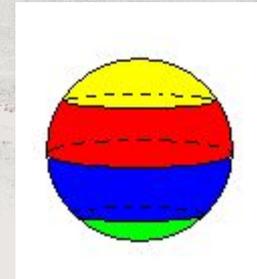


Рис. 4



Рис. 5





# Вопросы :

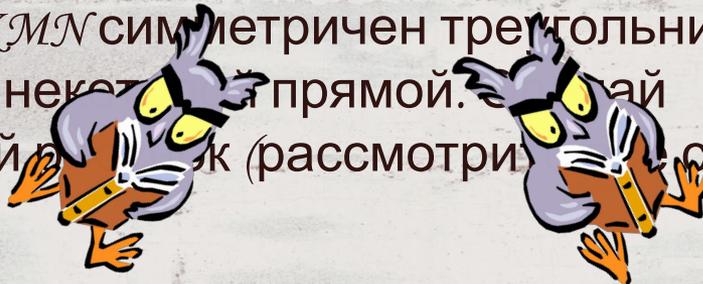


1. Какие виды симметрии Вы теперь знаете?
2. Что означает слово «симметрия» в узком и широком смысле слова?
3. Приведите примеры симметрии, встречающейся в нашей жизни.
4. Кто впервые в наглядной геометрии более подробно изложил учение о симметрии, которое кладется в основу геометрических выводов?
5. Что означает центральная симметрия?
6. Что означает осевая симметрия?
7. Что означает зеркальная симметрия?



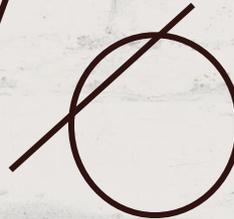
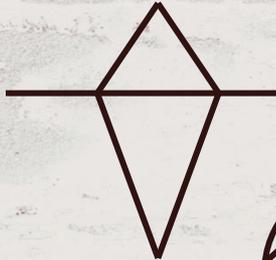
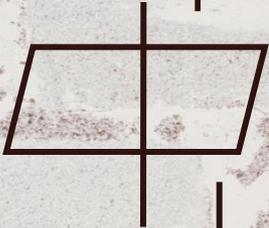
# Дополнительные задания

1. При некоторой центральной симметрии окружность симметрична сама себе. Где расположен центр этой симметрии?
2. При некоторой центральной симметрии прямоугольник симметричен сам себе. Где расположен центр симметрии?
3. Треугольник  $KMN$  центрально симметричен треугольнику  $K'N'$ . Где расположен центр этой симметрии?
4. Может ли треугольник иметь: а) одну; б) две; в) три оси симметрии?
5. Треугольник  $KMN$  симметричен треугольнику  $NAK$  относительно некоторой прямой. Схематический рисунок (рассмотрите оба случая).

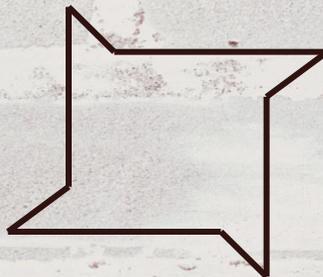


## задания

6. Является ли проведенная прямая осью симметрии фигуры? Почему?

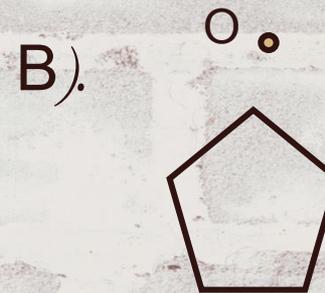
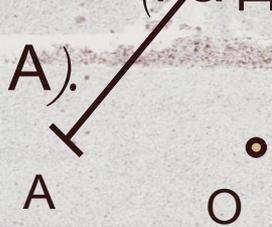


7. Скопируйте фигуру в тетрадь и найдите ее центр симметрии.

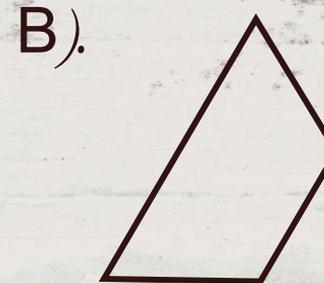
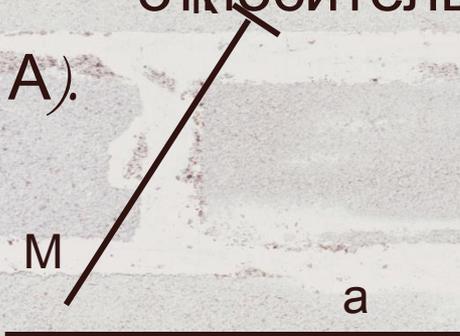


## задания

8. Выполнить построение центрально-симметричной фигуры относительно точки  $O$  (на доске и в тетрадах).



9. Выполнить построение фигуры, симметричной относительно прямой  $a$  (на доске и в тетрадах).



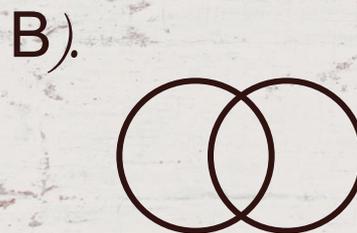
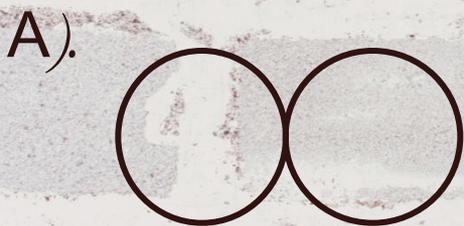
# Дополнительные

## задания

10. Постройте фигуру  $A_1$ , симметричную  $A$  относительно прямой  $k$ , и фигуру  $A_2$ , симметричную  $A_1$  относительно прямой  $m$ . Как еще можно получить фигуру  $A_2$  из фигуры  $A$ ?



11. Найдите центр симметрии фигуры, состоящей из двух окружностей.



# Дополнительные

## задания

12. Три корабля должны встретиться, пройдя до места встречи равные расстояния. Укажите место встречи кораблей.



13. Постройте отрезок, симметричный данному относительно точки  $A$ , а затем отрезок, симметричный получившемуся относительно точки  $B$ .



а).



$A$

$B$

б).



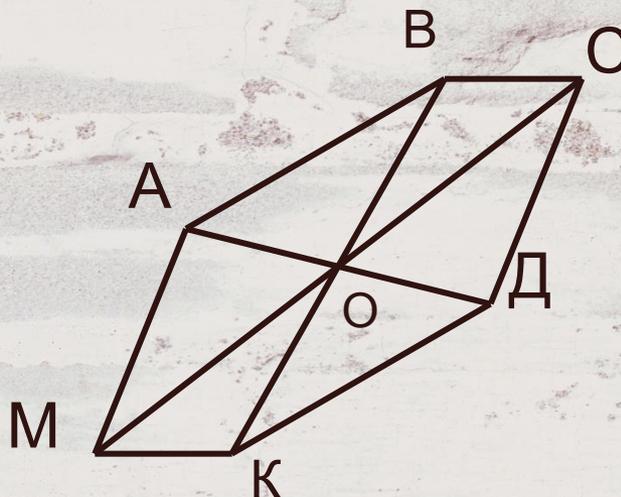
$B$

$A$



# Дополнительные задания

14. Точка  $O$  – центр симметрии шестиугольника  $ABC DKM$ . Какая точка симметрична вершине  $M$  относительно точки  $O$ ? Какая фигура симметрична относительно точки  $O$  отрезку  $AB$ ? Треугольнику  $KOD$ ? Четырехугольнику  $ABKM$ ?



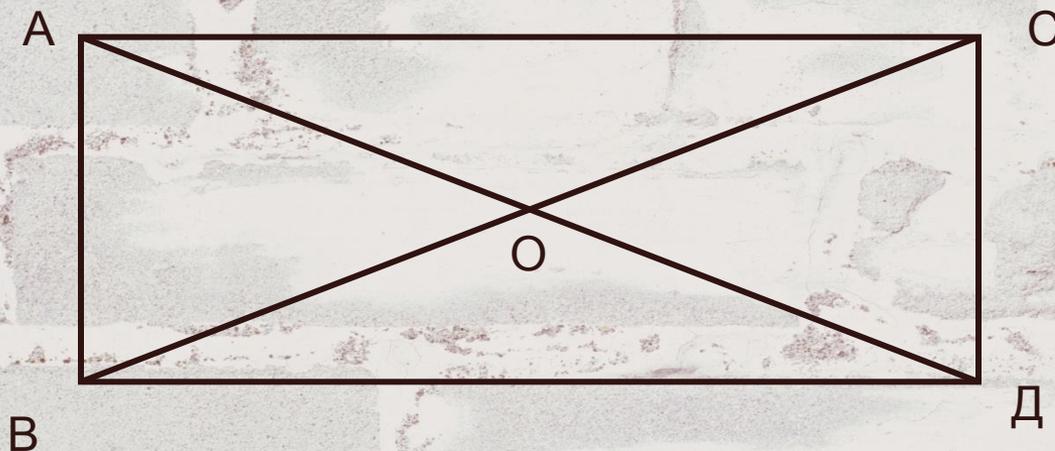
# Решение



Центр симметрии окружности,  
симметричной самой себе  
расположен в центре окружности.



# Решение



Центр симметрии прямоугольника, симметричного самого себе расположен в точке пересечения диагоналей.



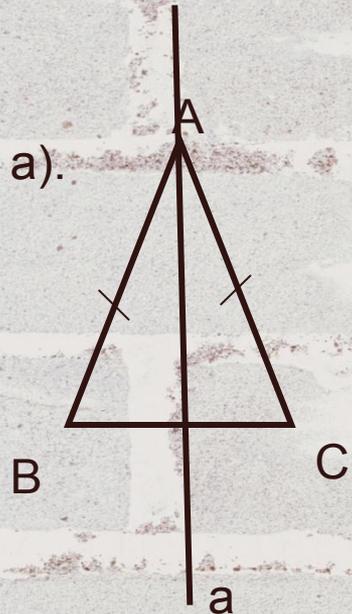
# Решение



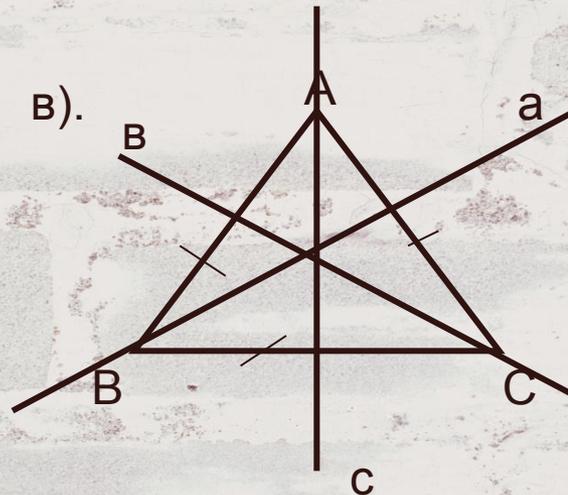
Центр симметрии расположен на  
середине отрезка  $KN$ .



# Решение

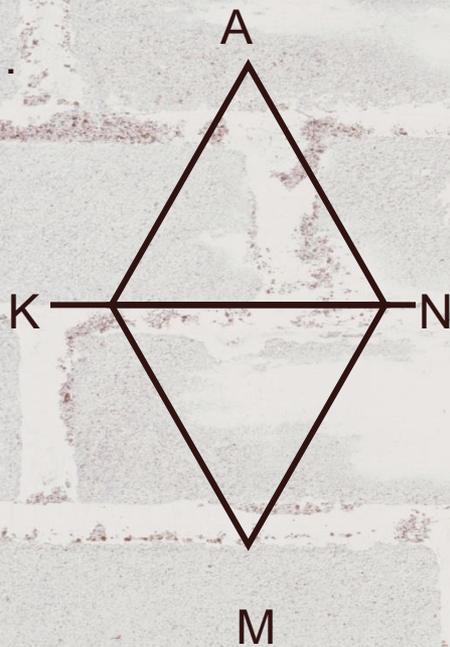


б). Таких  
треугольников нет.

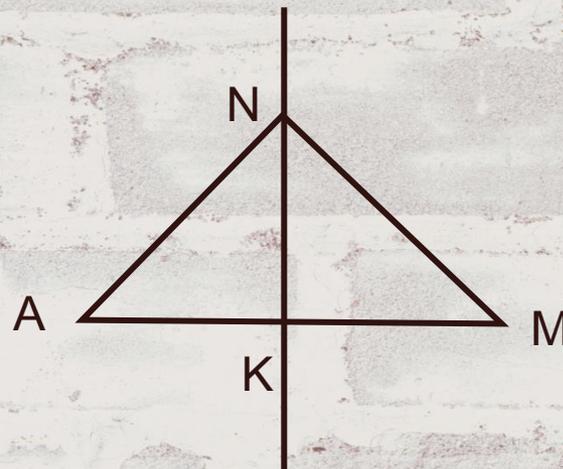


# Решение

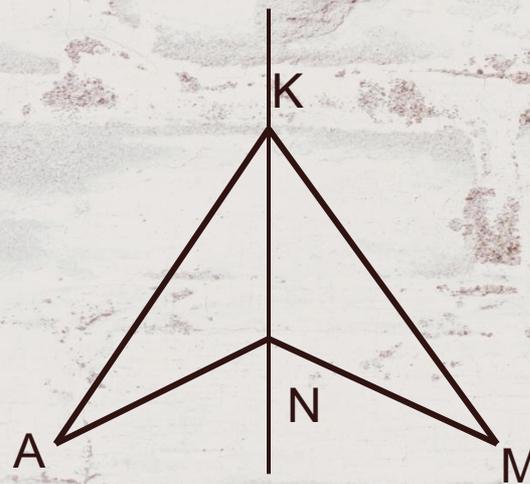
1.



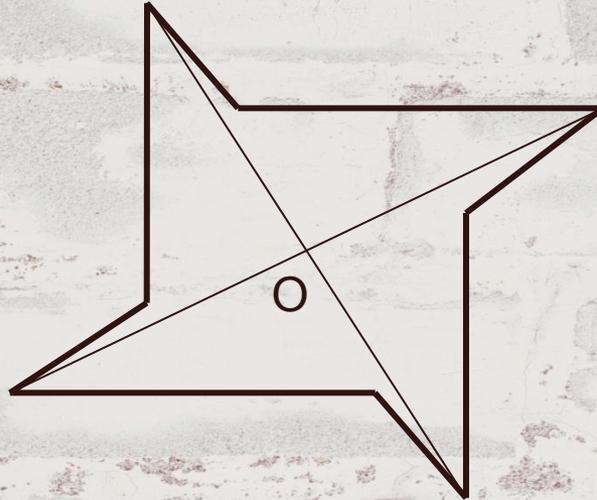
2.



3.

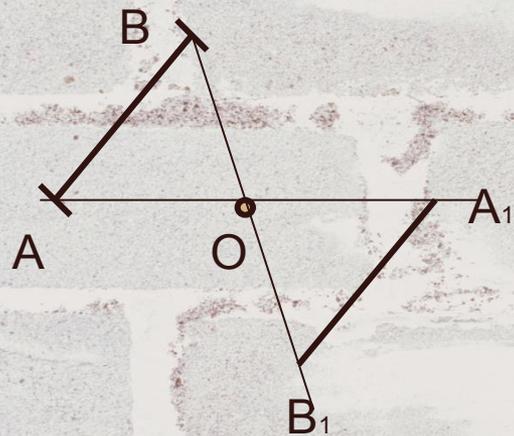


# Решение

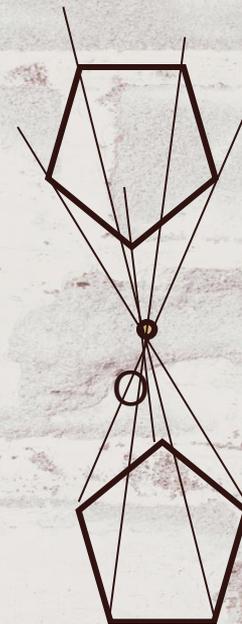
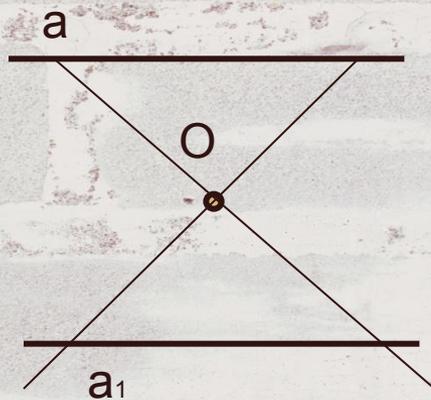


# Решение

A)



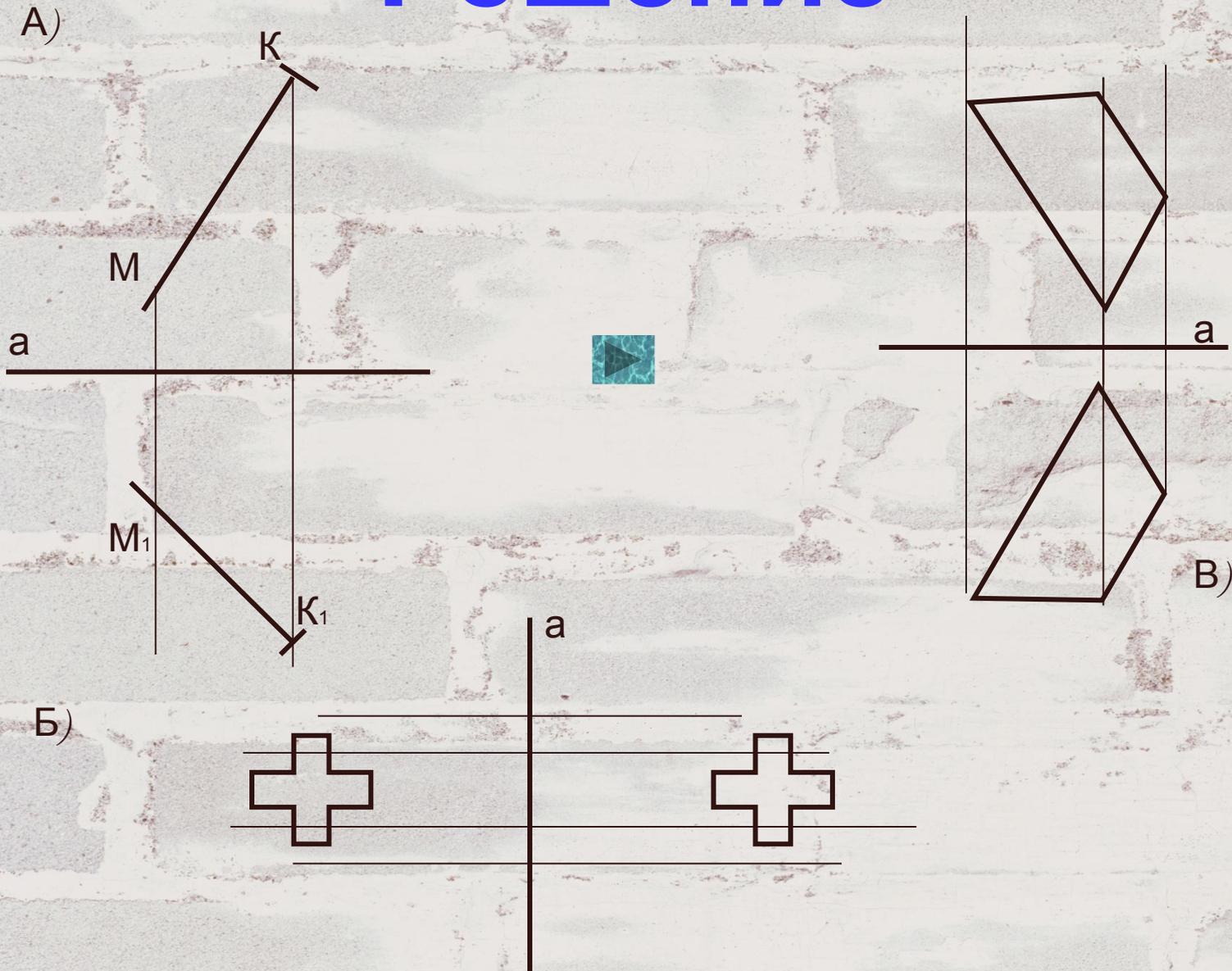
Б)



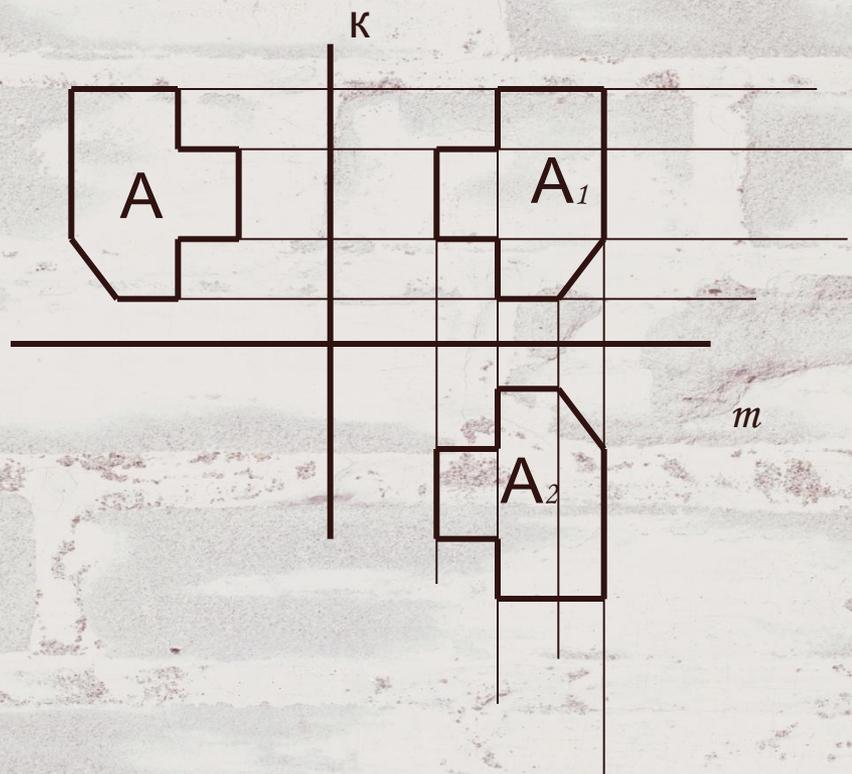
В)



# Решение

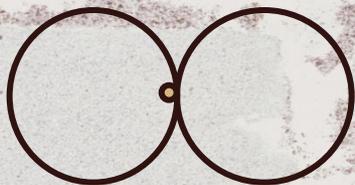


# Решение



# Решение

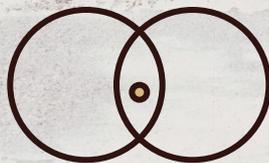
A)



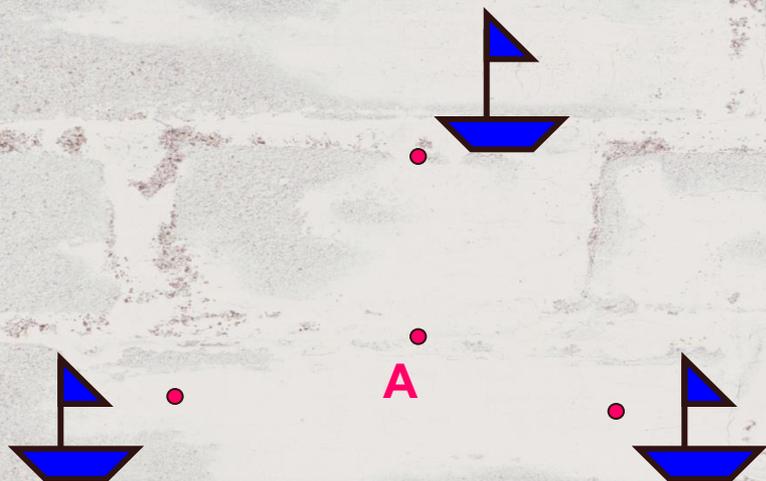
Б)



В)

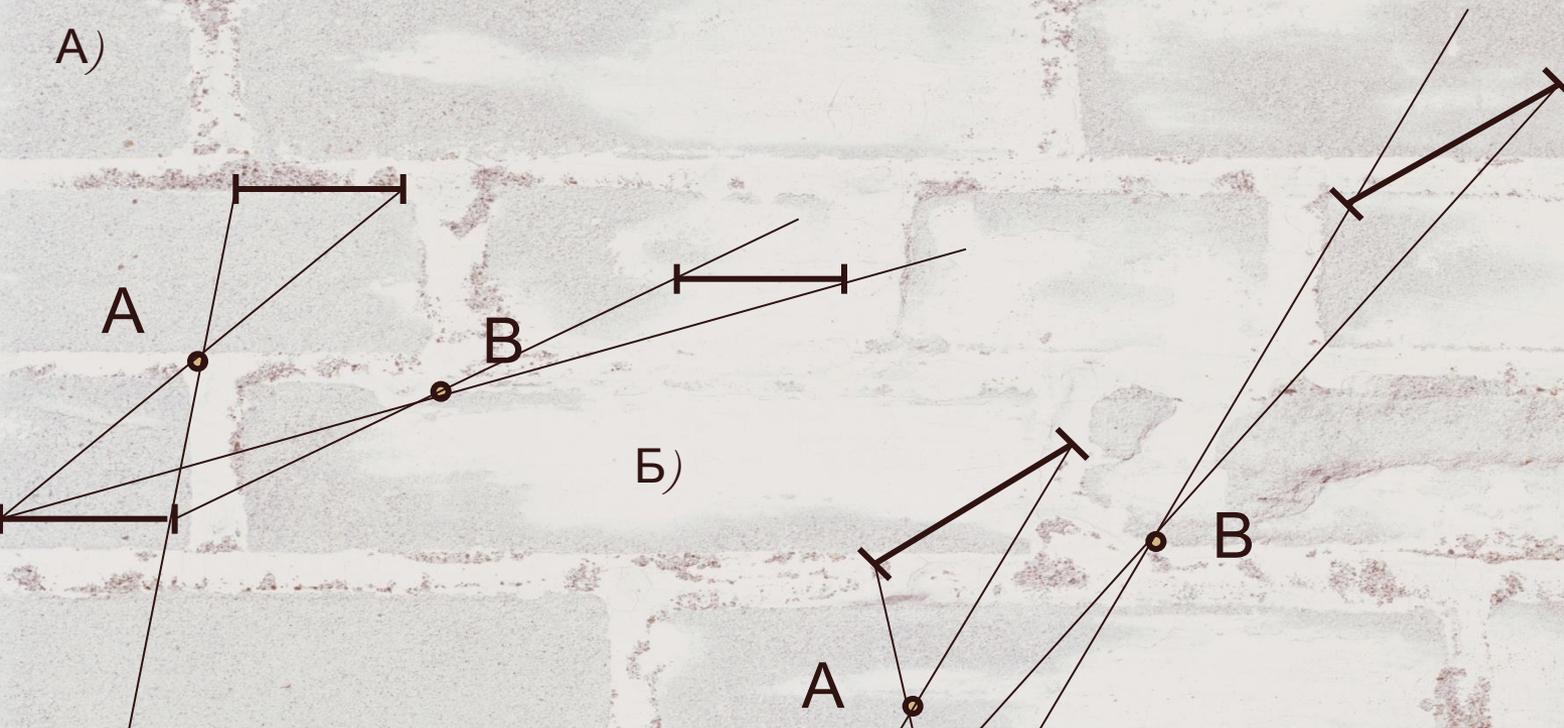


# Решение

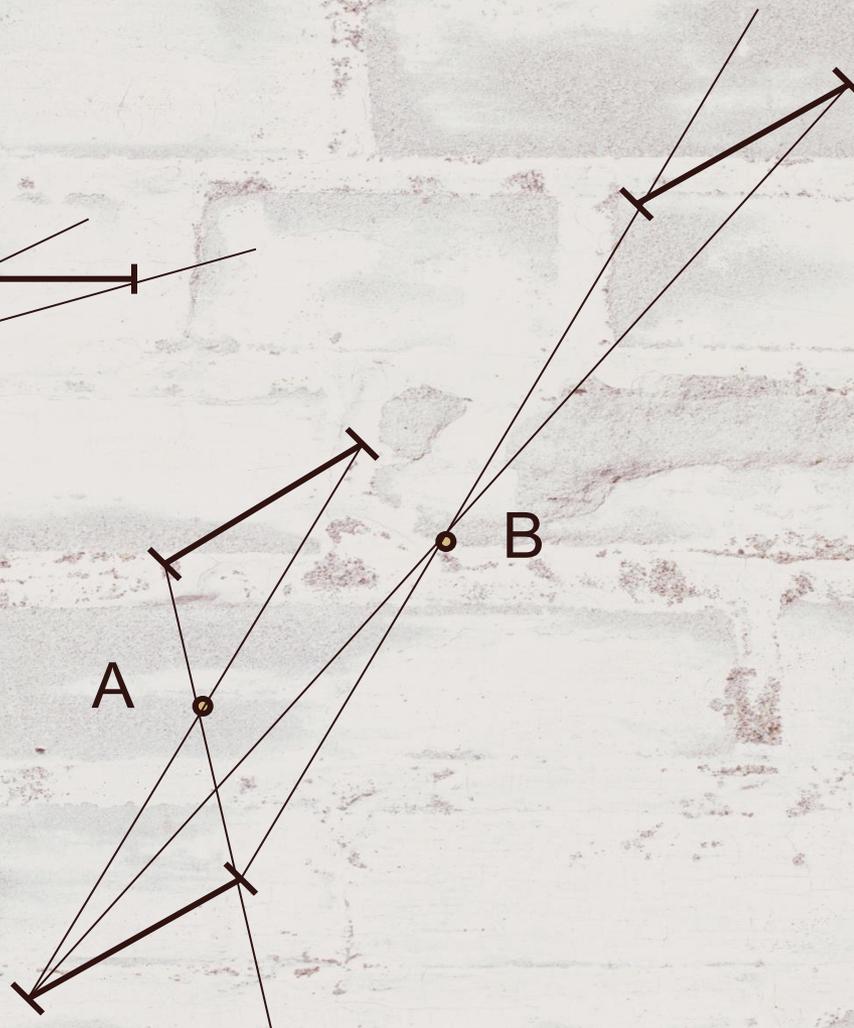


# Решение

A)



Б)



# Решение

- ✓ Точке  $M$  относительно точки  $O$  симметрична точка  $C$ ;
- ✓ Отрезку  $AB$  относительно точки  $O$  симметричен отрезок  $KD$ ;
- ✓ Треугольнику  $KOD$  относительно точки  $O$  симметричен треугольник  $AOB$ ;
- ✓ Четырехугольнику  $ABKM$  относительно точки  $O$  симметричен четырехугольник  $KBSD$ ;



# Практическая работа №1 по теме: «Осевая симметрия»

## 1 вариант.

Проведите прямую  $\ell$  и отметьте точки **A**, **B** и **C**, не лежащие на этой прямой. Выполните следующие задания:

1. Постройте точки, симметричные точкам **A**, **B** и **C** относительно прямой  $\ell$ . Обозначьте их.
2. Запишите пары точек, симметричных относительно прямой  $\ell$ .

## 2 вариант.

Начертите отрезок **AB** и проведите прямую  $m$ , его не пересекающую. Выполните следующие задания:

1. Постройте отрезок, симметричный отрезку **AB** относительно прямой  $m$ . Обозначьте его.
2. Запишите пары концов отрезка, симметричных относительно прямой  $m$ .

## 3 вариант.

Начертите ломаную **BOC** и проведите прямую  $\ell$ , ее не пересекающую. Выполните следующие задания:

1. Постройте ломаную, симметричную ломаной **BOC** относительно прямой  $\ell$ . Обозначьте ее.
2. Запишите пары отрезков ломаной, симметричных относительно прямой  $\ell$ .

## 4 вариант.

Начертите треугольник **ABC** и проведите прямую  $m$ , его не пересекающую. Выполните следующие задания:

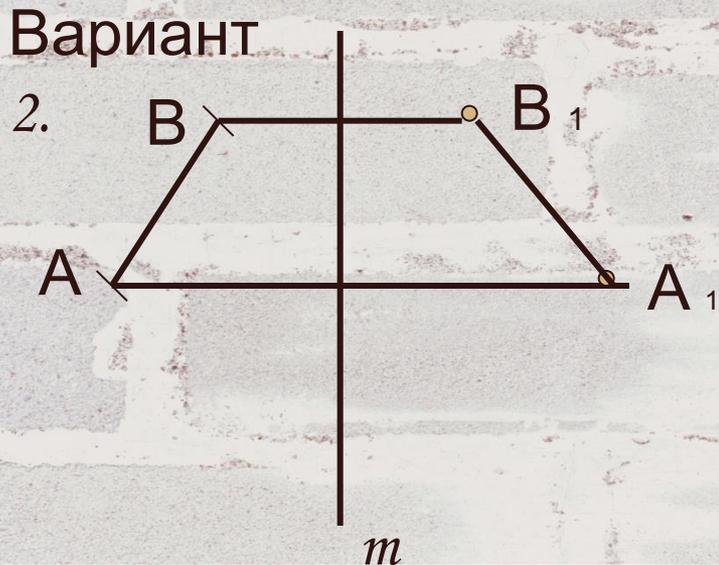
1. Постройте треугольник, симметричный треугольнику **ABC** относительно прямой  $m$ . Обозначьте его.
2. Запишите пары сторон треугольника, симметричных относительно прямой  $m$ .



# Ответы к практической работе № 1: «Осевая симметрия»



Пары симметричных точек, относительно прямой  $k$ :  $A$  и  $A_1$ ,  $B$  и  $B_1$ ,  $C$  и  $C_1$ .



Пары концов отрезков, симметричных относительно прямой  $m$ :  $A$  и  $A_1$ ,  $B$

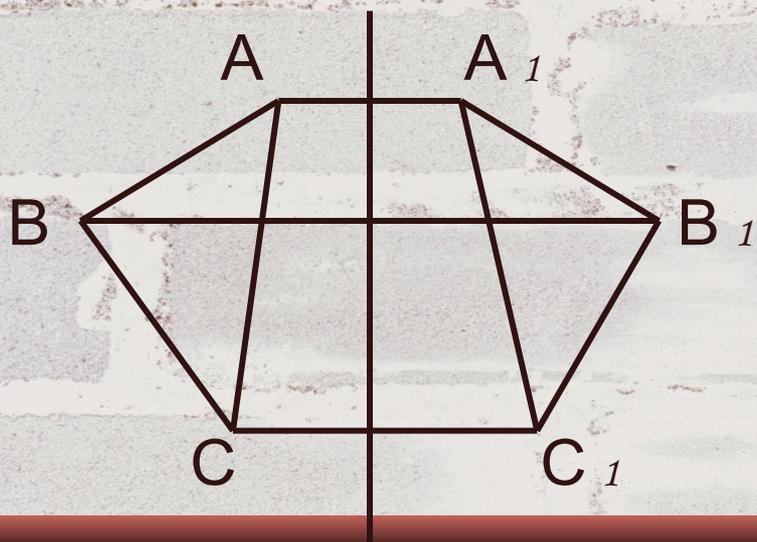
# Ответы к практической работе № 1: «Осевая симметрия»

Вариант 3.



Пары отрезков  
ломаной,  
симметричных  
относительно прямой  
 $k$ :  $OB$  и  $O_1V_1$ ,  $OC$  и  $O_1C_1$ .

Вариант 4.



Пары сторон  
треугольника,  
симметричных  
относительно прямой  
 $m$ :  $AB$  и  $A_1V_1$ ,  $BC$  и  $V_1C_1$ ,  
 $AC$  и  $A_1C_1$ .



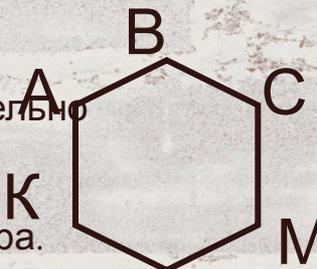
# Практическая работа №2 по теме:

## «Центр и ось симметрии»

### 1 вариант.

Скопируйте рисунок в тетрадь и выполните следующие задания:

1. Проведите оси симметрии шестиугольника ABCMEK.
2. Укажите сторону шестиугольника, симметричную стороне BC относительно каждой его оси симметрии.
3. Найдите центр симметрии фигуры и обозначьте его буквой O. Укажите вершину шестиугольника, симметричную вершине A относительно центра.



### 2 вариант.

Скопируйте рисунок в тетрадь и выполните следующие задания:

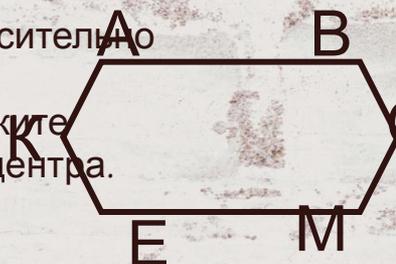
1. Проведите оси симметрии шестиугольника ABCKOM.
2. Укажите сторону шестиугольника, симметричную стороне BC относительно каждой его оси симметрии.
3. Найдите центр симметрии фигуры и обозначьте его буквой E. Укажите вершину шестиугольника, симметричную вершине A относительно центра.



### 3 вариант.

Скопируйте рисунок в тетрадь и выполните следующие задания:

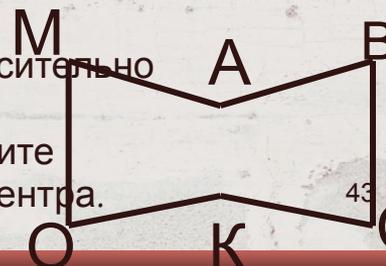
1. Проведите оси симметрии шестиугольника ABCMEK.
2. Укажите сторону шестиугольника, симметричную стороне AK относительно каждой его оси симметрии.
3. Найдите центр симметрии фигуры и обозначьте его буквой O. Укажите вершину шестиугольника, симметричную вершине B относительно центра.



### 4 вариант.

Скопируйте рисунок в тетрадь и выполните следующие задания:

1. Проведите оси симметрии шестиугольника ABCKOM.
2. Укажите сторону шестиугольника, симметричную стороне MA относительно каждой его оси симметрии.
3. Найдите центр симметрии фигуры и обозначьте его буквой E. Укажите вершину шестиугольника, симметричную вершине B относительно центра.



# Ответы к практической работе № 2: «Центр и ось симметрии»



- 2). Стороны: EM, AB.
- 3). Вершина – точка M.

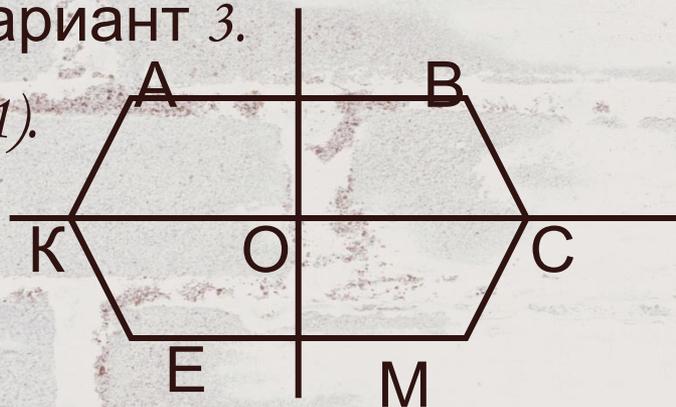


- 2). Стороны: AM, CK.
- 3). Вершина – точка K.

# Ответы к практической работе № 2: «Центр и ось симметрии»

Вариант 3.

1).



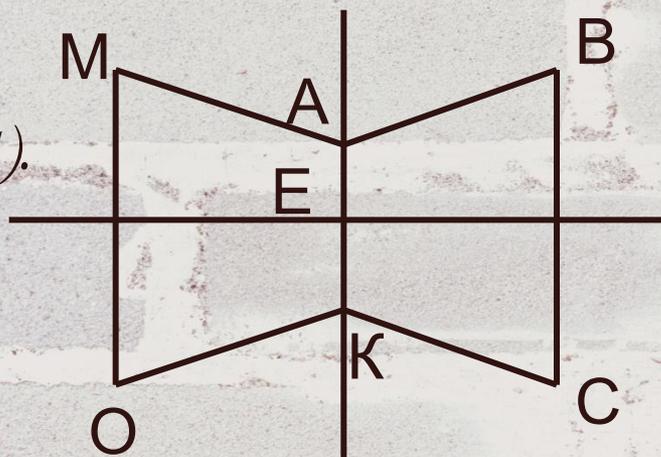
2). Стороны:  $KE$ ,  $BC$ .

3). Вершина – точка  $E$ .



Вариант 4.

1).



2). Стороны:  $AB$ ,  $OK$ .

3). Вершина – точка  $O$ .



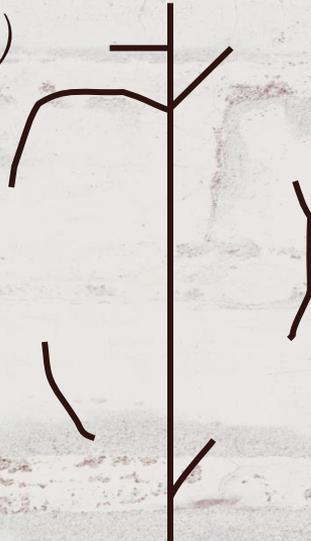
# Урок последний, но не прощальный

1. Восстановите фигуру по сохранившимся частям и осям симметрии.

а).



б).



в).

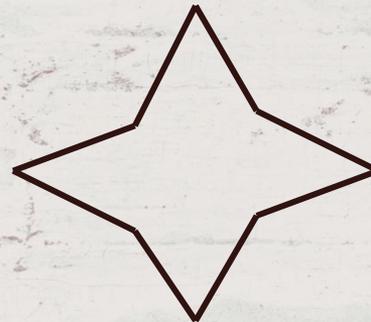


2. Проведите все оси симметрии фигуры.

а).

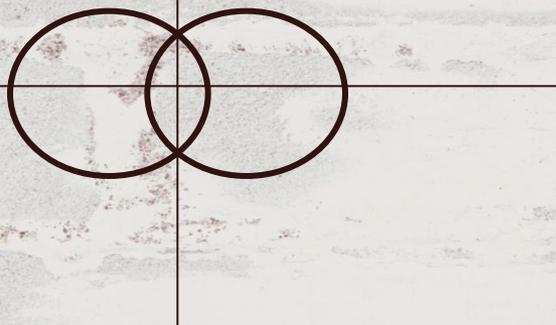


б).



# Решение

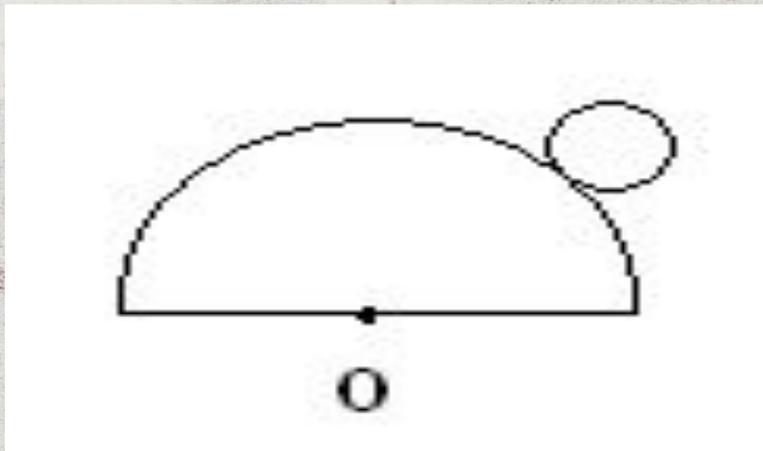
А)



Б)



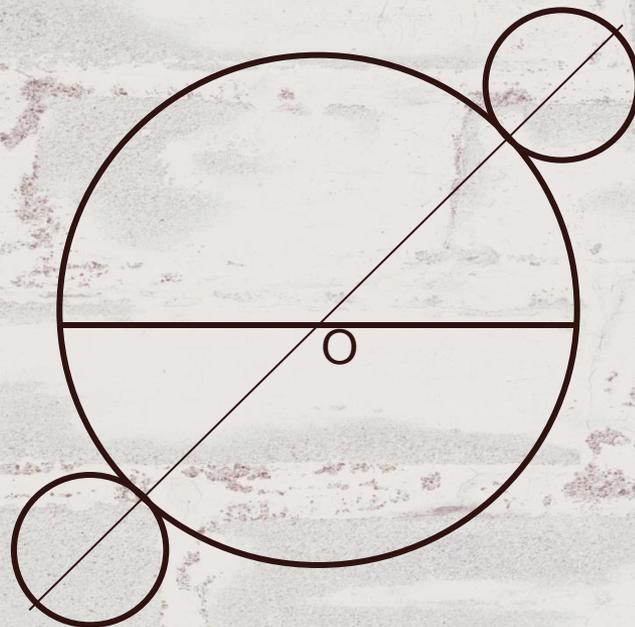
3. Точка  $O$  – центр симметрии фигуры. Дорисуйте ее.



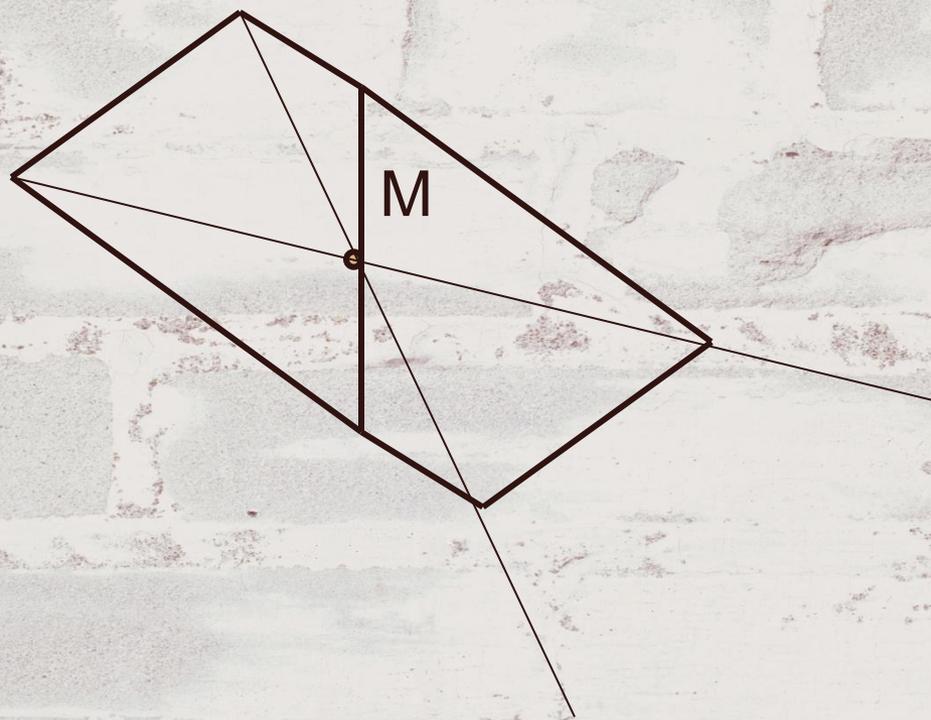
4. Точка  $M$  – центр симметрии фигуры, часть которой изображена на рисунке. Постройте ее.



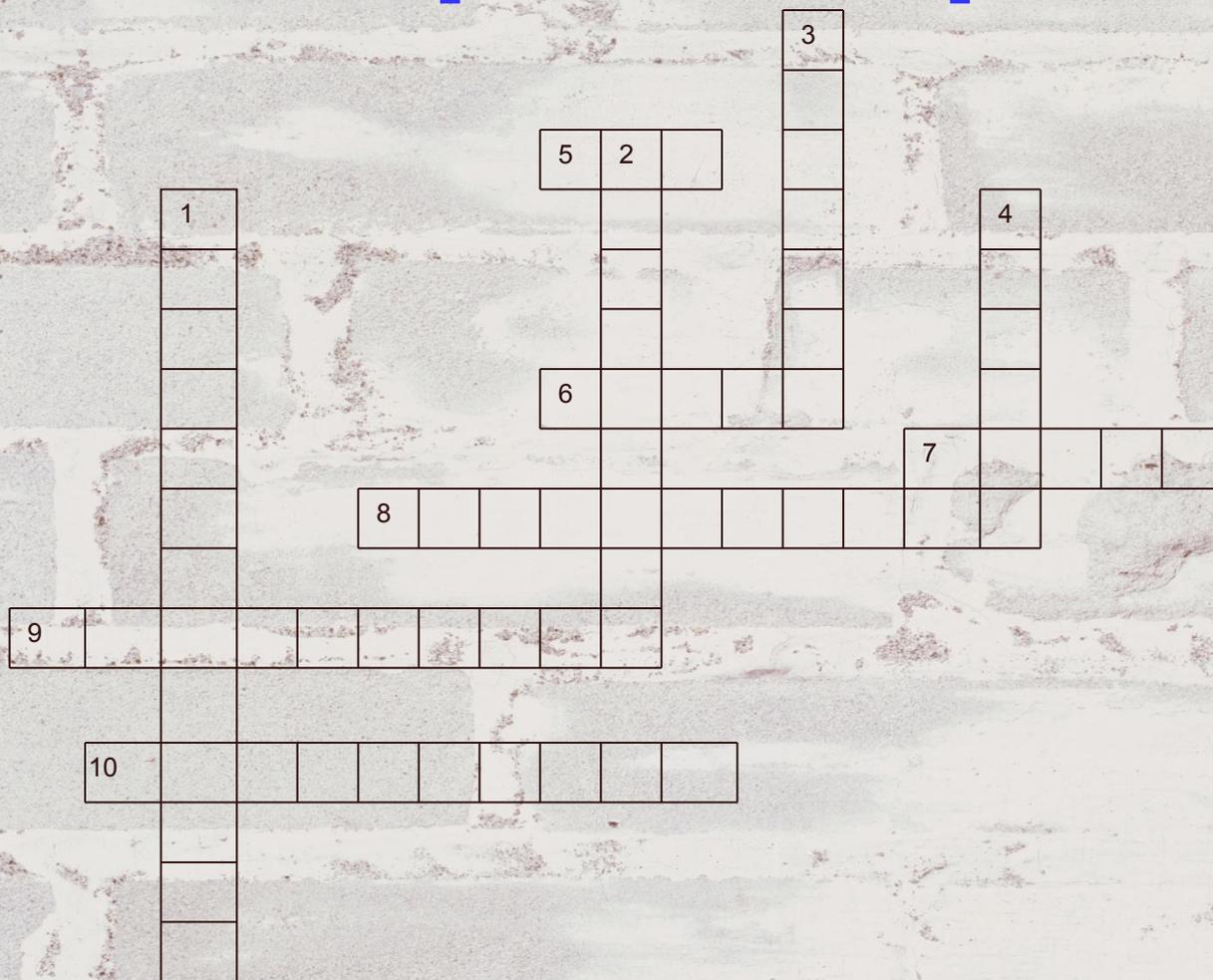
# Решение



# Решение



# Кроссворд



ЗаклЮчение

# Вопросы к кроссворду:

1. Слово «Симметрия» - в узком смысле слова.
2. Тема, которую мы изучаем.
3. Ученый, который впервые ввел в элементарную геометрию элементы учения о симметрии.
4. Симметрия относительно прямой.
5. Прямая, при перегибании по которой «половинки» совпадут.
6. Точка, относительно которой фигуры симметричны.
7. Основное свойство симметрии, при котором фигуры ...
8. Симметрия относительно точки.
9. Симметрия относительно плоскости.
10. Еще один вид симметрии, о котором мало упоминают в школе.



# Ответы к кроссворду

1. Соразмерность
2. Симметрия
3. Лежандр
4. Осевая
5. Ось
6. Центр
7. Равны
8. Центральная
9. Зеркальная
10. Поворотная



Работу выполнила:  
Учитель математики и  
информатики  
Рускеальской  
основной школы  
Колбасова А.В.