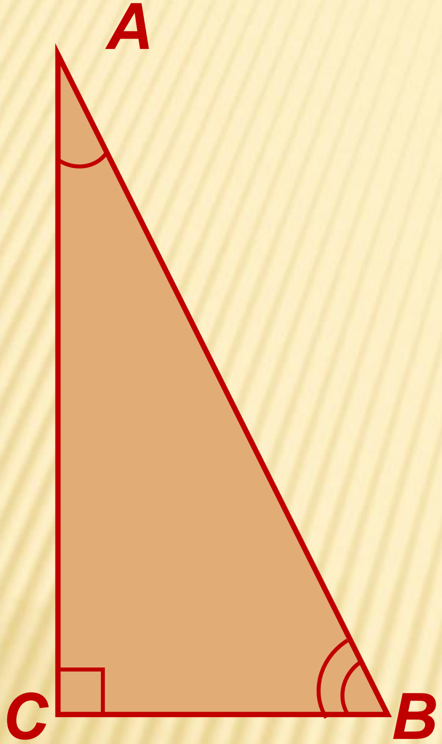
СИНУС , КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС УГЛА ИЗ ПРОМЕЖУТКА [0°; 180°]

ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:



$$\sin A = \frac{BC}{AB} \qquad \cos A = \frac{AC}{AB} \qquad tgA = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} \qquad \cos B = \frac{BC}{AB} \qquad tgB = \frac{AC}{BC}$$

Эти соотношения позволяют в прямоуголь- нам треугольнике по трём элементам находить остальные.

прямоугольного

отношение

Аналогичную задачу часто приходится решать и в произвольном треугольнике:

НЕОБХОДИМО ПОНЯТЬ!!!

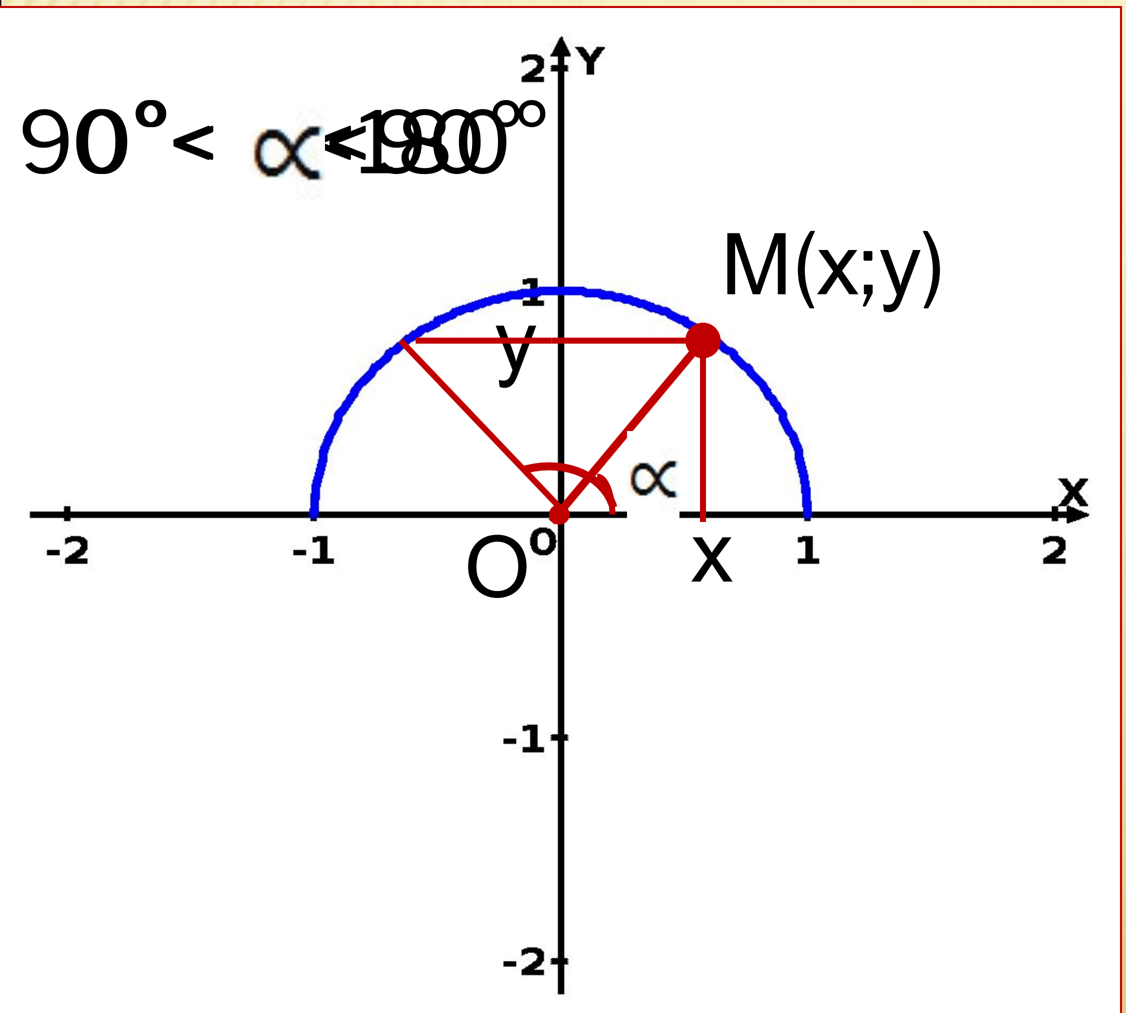
1. *Если существуют соотношения между сторонами и углами в произвольном треугольнике, то что следует считать синусом, косинусом, тангенсом острого или тупого угла произвольного треугольника?*

2. *Если существуют соотношения между сторонами и углами в произвольном треугольнике, то каковы эти соотношения?*

ПОЛУОКРУЖНОСТЬ С РАДИУСОМ R=1 И ЦЕНТРОМ В НАЧАЛЕ КООРДИНАТ НАЗЫВАЕТСЯ ЕДИНИЧНОЙ ПОЛУОКРУЖНОСТЬЮ.

$-1 \leq \sin\alpha \leq 1$ $\quad$ $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

90° < ∝ < 180°



x=cos∝

y=sin∝

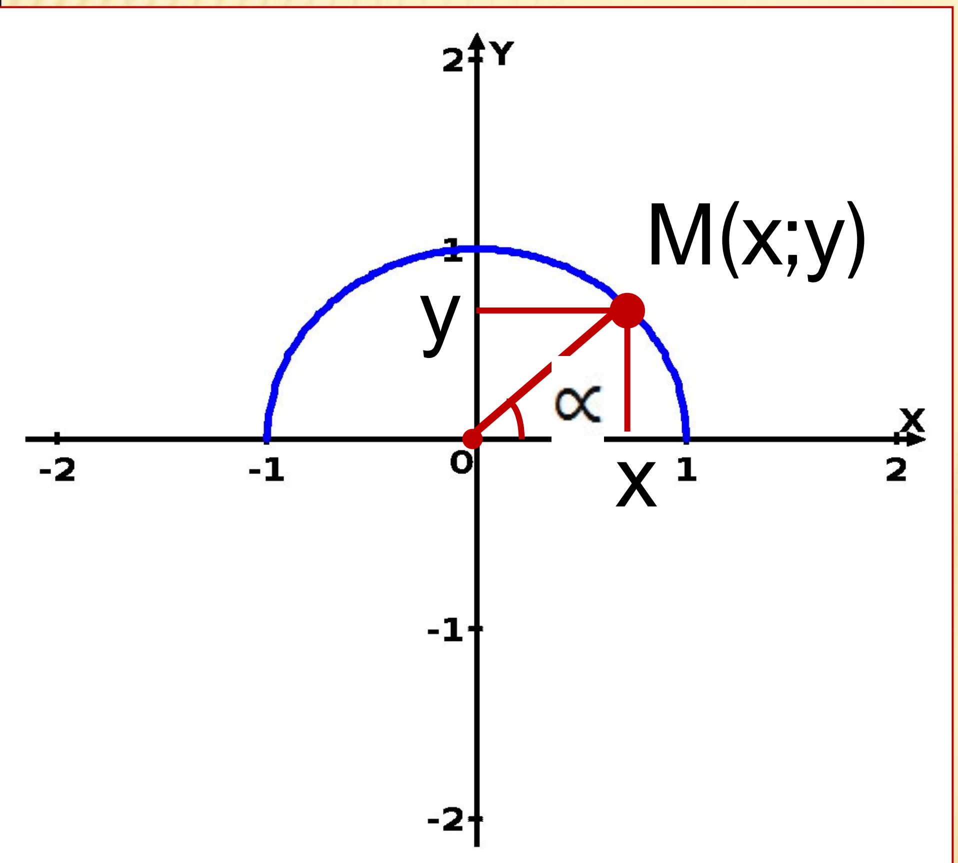
Если точка М лежит на единичной полу-окружности под углом ∝ к положительной полу-оси ОХ, то sin∝ называется ордината у точки М, а cos∝ -

В треугольнике МО∝

$\sin\alpha = \frac{MX}{OM} = \frac{y}{1} = y$

$\cos\alpha = \frac{OX}{OM} = \frac{x}{1} = x$

ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:



Тангенсом угла называется отношение ординаты точки на единичной полуокружности к её абсциссе или отношение синуса угла к косинусу:

$$tg\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

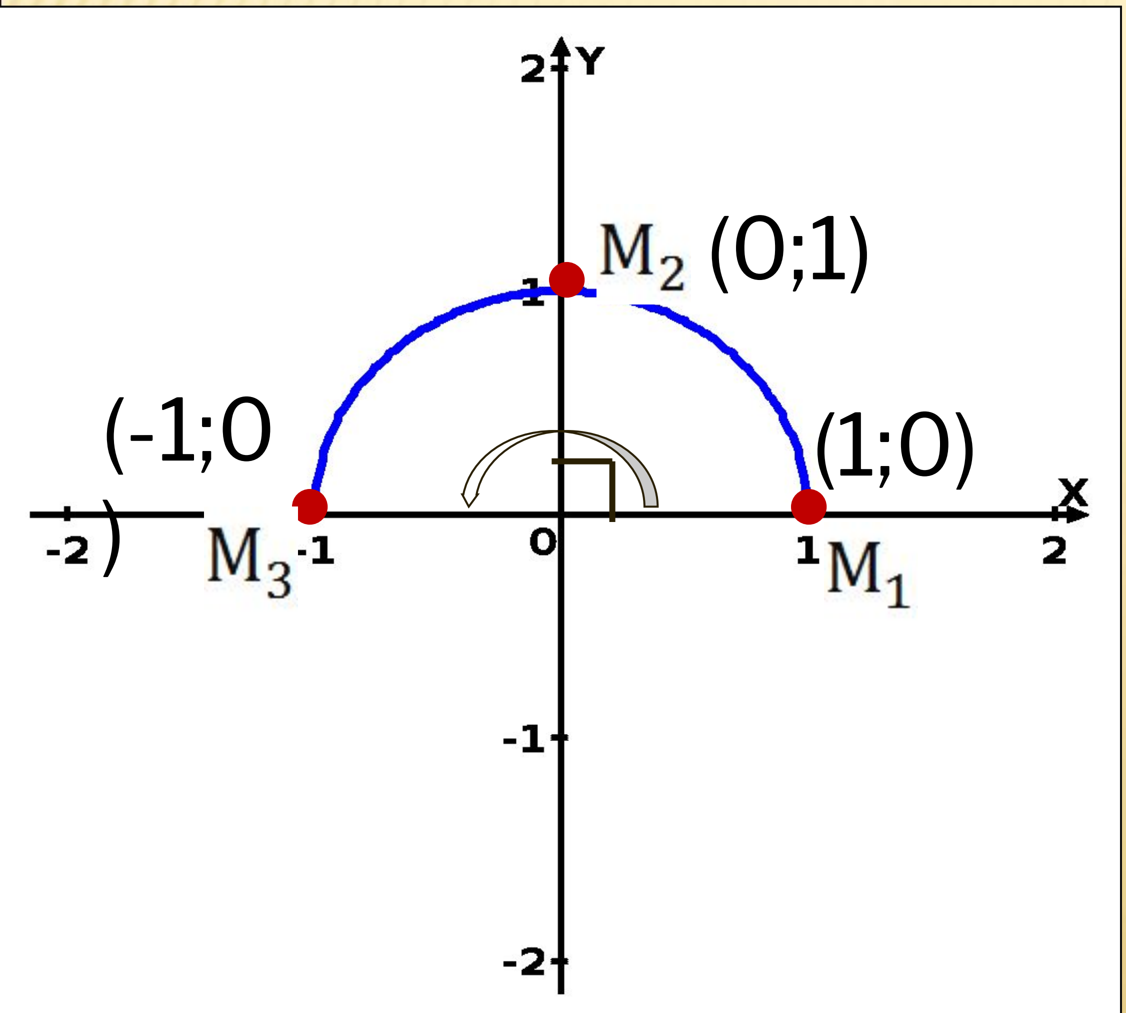
Котангенсом угла называется отношение абсциссы точки на единичной полуокружности к её ординате или отношение косинуса угла к синусу:

$$ctg\alpha = \frac{x}{y} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Вспомним таблицу значений тригонометрических функций углов в 30º, 45º, 60º.

α	30^o	45^o	60^o
sin α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg α	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

РАССМОТРИМ УГЛЫ В 0°, 90° И 180°



Угол равен 0°, если точка М единичной полуокружности лежит на положительной полу- оси ОХ.

$\sin 0° = 0$

$\cos 0° = 1$

$\sin 90° = 1$

$\cos 90° = 0$

$\sin 180° = 0$

$\cos 180° = -1$

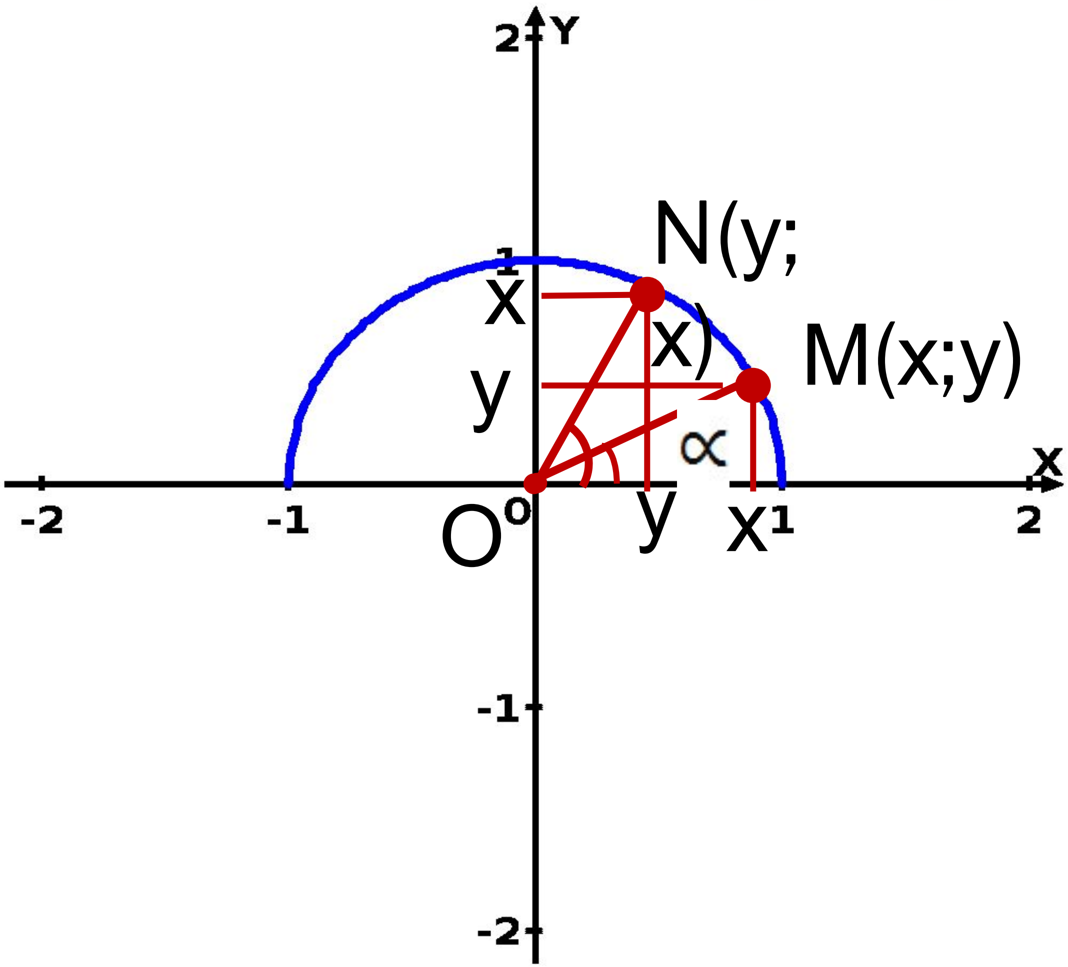
ЗАПОЛНИМ ТАБЛИЦУ:

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
0°	0	1	0	–
90°	1	0	–	0
180°	0	-1	0	–

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ.

$\cos(90°-\alpha)=\sin\alpha$ $\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha$

$90°-\alpha+\alpha=90°$



$\cos\alpha = x$

$\sin\alpha = y$

Если сумма двух углов равна 90°, то синус одного угла равен косинусу другого и наоборот.

$\Delta NOY = \Delta MOX$

$\angle NOY = \angle OMX = 90° - \alpha$

Точка $N(y;x)$ расположена под углом $90° - \alpha$

$\cos(90°-\alpha)= y$

$\sin(90°-\alpha)= x$

$\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

$\cos 30° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:

Если сумма двух углов равна 90°, то

тангенс одного из них

равен котангенсу другого.

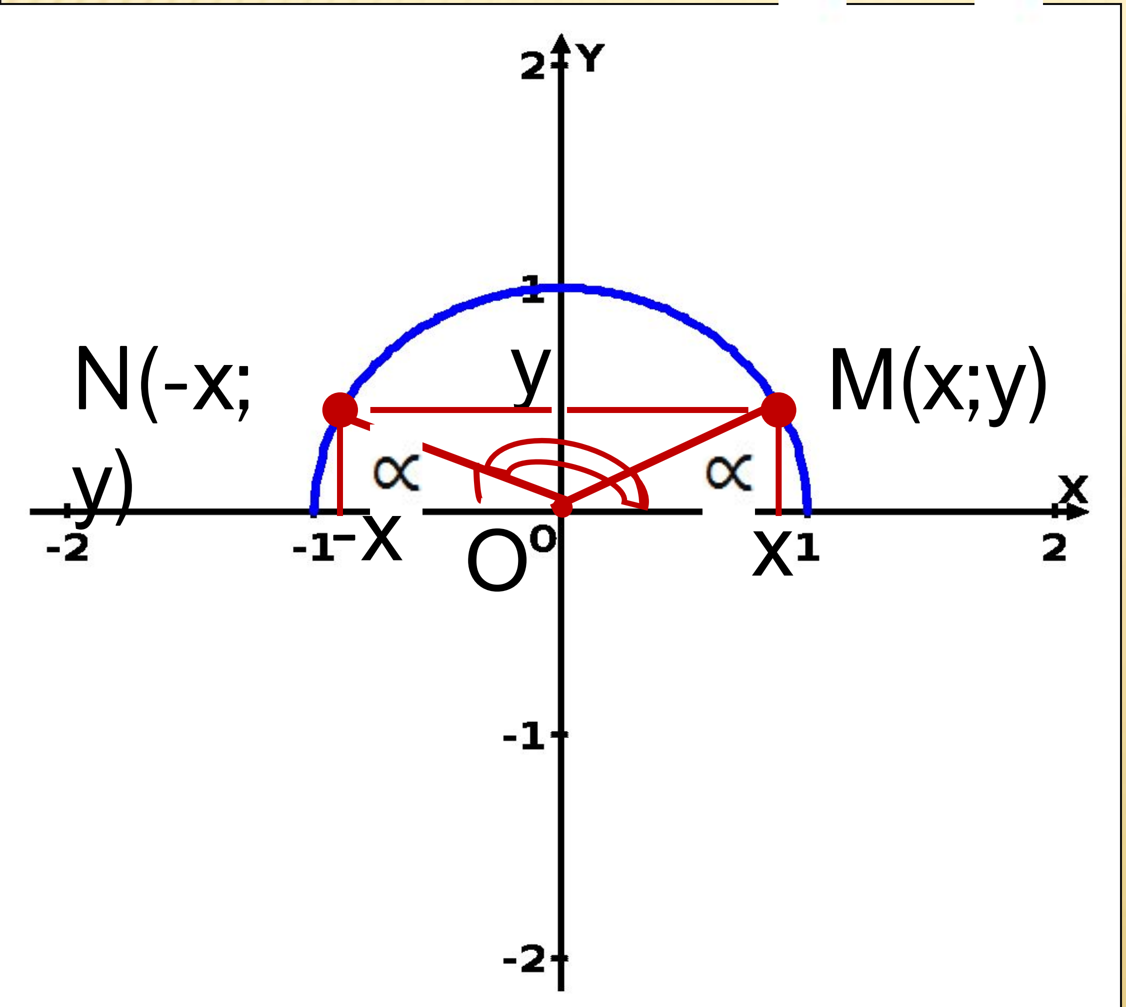
$$tg(90° - \alpha) = ctg\alpha$$

$$ctg(90° - \alpha) = tg\alpha$$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ.

$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

$180° - \alpha + \alpha = 180°$



$\cos\alpha = x$

$\sin\alpha = y$

Если сумма двух углов равна 180°, то их синусы равны, а косинусы противо-положны.

ΔNO- ΔMO

<NOX= <MOX, ∝

X=180° ∝

Точка N(-x;y) распо-ложена под углом 180°- ∝

$\cos(180° - \alpha) = -x$

$\sin(180° - \alpha) = y$

ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:

Если сумма двух углов равна 180°, то их тангенсы и котангенсы **противоположны**

противоположны.

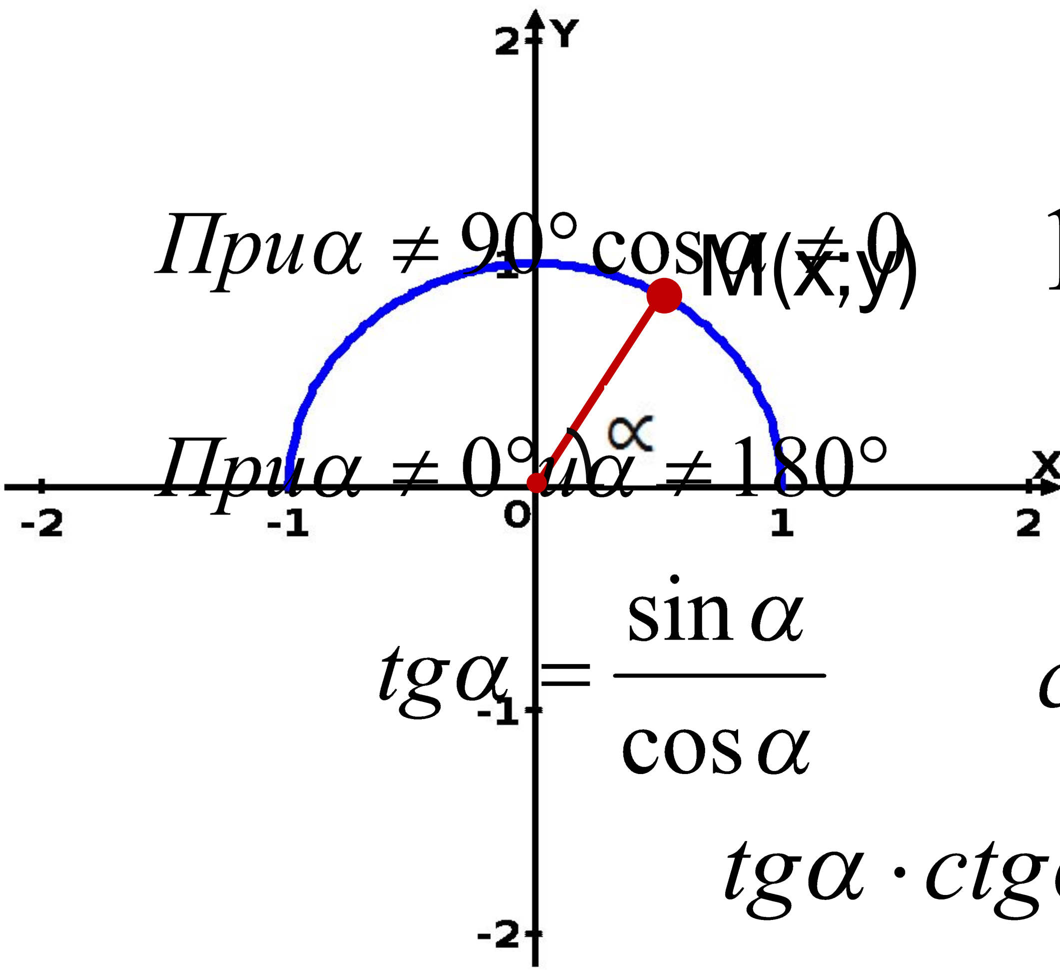
$$tg(180° - \alpha) = -tg\alpha$$

$$ctg(180° - \alpha) = -ctg\alpha$$

ЗАПОЛНИМ ТАБЛИЦУ:

α / $180° - \alpha$	30° / 150°	45° / 135°	60° / 120°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$ / $\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ / $\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ / $\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ / $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ / $-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$ / $-\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ / $-\frac{1}{\sqrt{3}}$	1 / -1	$\sqrt{3}$ / $-\sqrt{3}$
$ctg\alpha$	$\sqrt{3}$ / $-\sqrt{3}$	1 / -1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ / $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

ОСНОВНЫЕ ТОЖДЕСТВА.



M(x;y) лежит на окружности с центром (0;0) и радиусом r=1.

Уравнение окружности: $x^2 + y^2 = 1$

$x = \cos\alpha$

$y = \sin\alpha$

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

Основное тригономет-рическое тождество

При $\alpha \neq 90°$ $\cos\alpha \neq 0$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

При $\alpha \neq 0°$ и $\alpha \neq 180°$

$$ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$