

# 1. Системы компьютерной алгебры

Maple

Mathematica

Derive

## 2. Решатели

UMS (Универсальный математический решатель, объединение «Северный очаг», С.-Петербург)

Логическая система Искра (мех.-мат МГУ, кафедра Математической теории интеллектуальных систем, проф. Подколзин А.С.)

## 3. Proof assistants

Coq (Франция)

Isabelle (Великобритания)

Mizar (Польша)

# UMS

(Универсальный  
математический  
решатель,

объединение  
«Северный очаг»,

С.-Петербург,

<http://www.umsolver.com>)

Т УРАВНЕНИЯ

Раздел математики Пример Правка Опции Вывести Печать Помощь

$$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$$
$$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{12} = 0$$

*Произведем замену переменных*

$$t = x^2 + 2 \cdot x$$
$$-\frac{1}{12} + \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} = 0$$
$$-\frac{1}{12} + \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} = 0$$

*Отметим ОДЗ*

$$\begin{cases} t \neq 0(1) \\ t+1 \neq 0(2) \end{cases}$$
$$-\frac{t(t+1)}{12t(t+1)} + \frac{12(t+1)}{t \cdot 12(t+1)} - \frac{12t}{(t+1) \cdot 12t} = 0$$
$$-\frac{t(t+1) + 12(t+1) - 12t}{12t(t+1)} = 0$$
$$-t(t+1) + 12(t+1) - 12t = 0$$
$$-(t^2 + t) + (12t + 12) - 12t = 0$$
$$-t^2 - t - 12t + 12t + 12 = 0$$
$$-t^2 - t + 12 = 0$$
$$t^2 + t - 12 = 0$$
$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49$$
$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

*Произведем проверку ОДЗ*

$t = -4$  удовлетворяет ОДЗ  
 $t = 3$  удовлетворяет ОДЗ

*Ответ вспомогательного уравнения :  $t = -4 ; t = 3$*

$$x^2 + 2 \cdot x = -4 ; x^2 + 2 \cdot x = 3$$

*Случай 1*

$$x^2 + 2x = -4$$
$$x^2 + 2x + 4 = 0$$
$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -12$$

*Итак, ответ этого случая : нет решений*

*Случай 2*

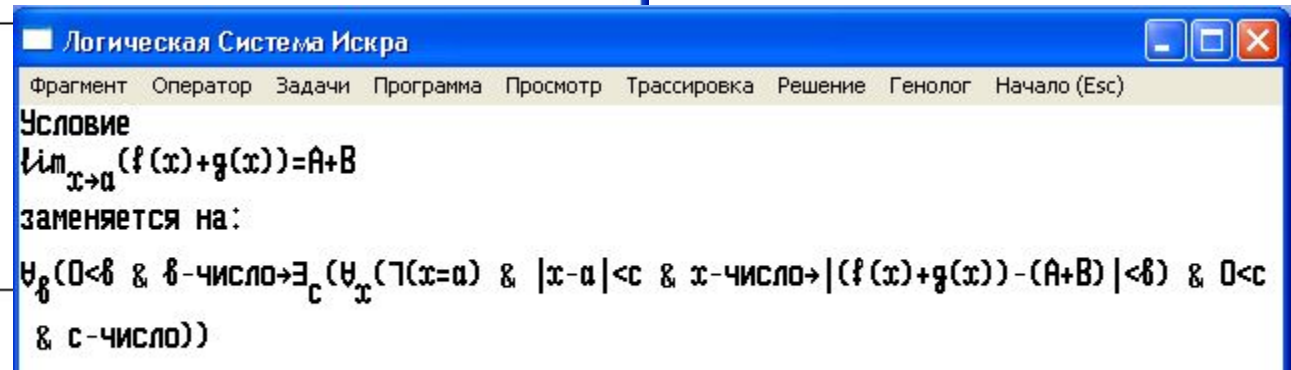
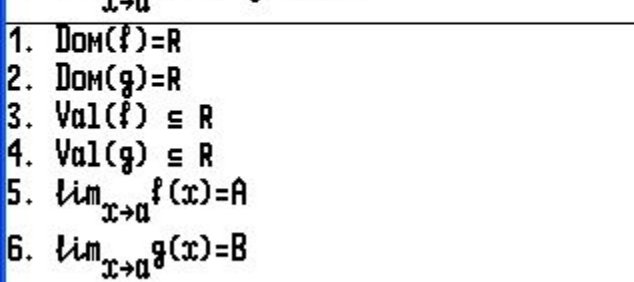
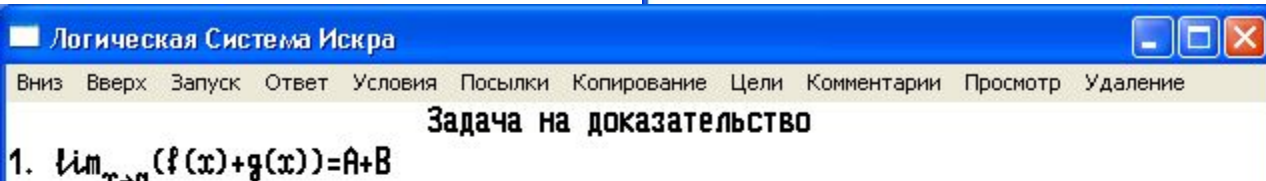
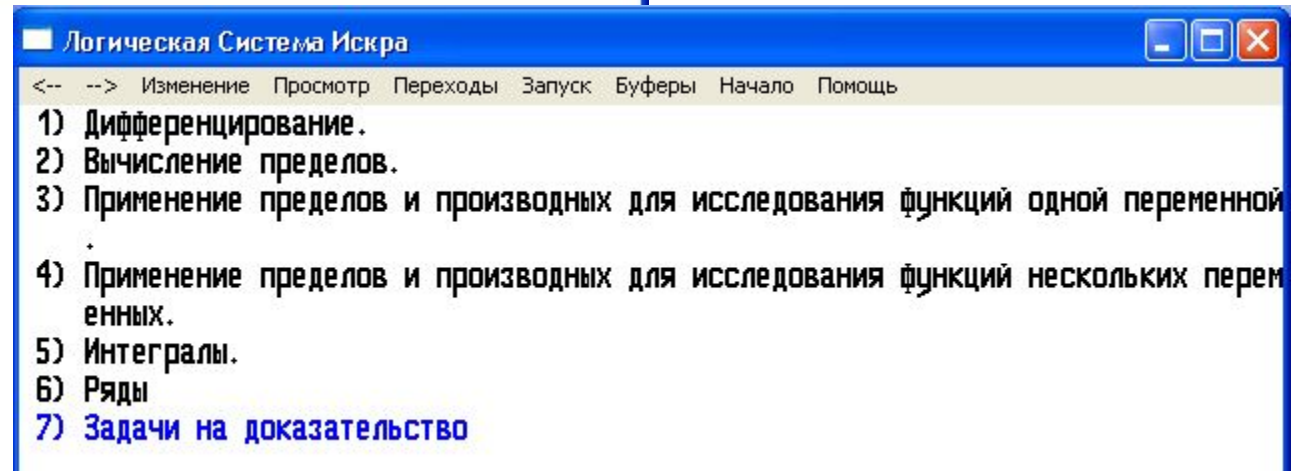
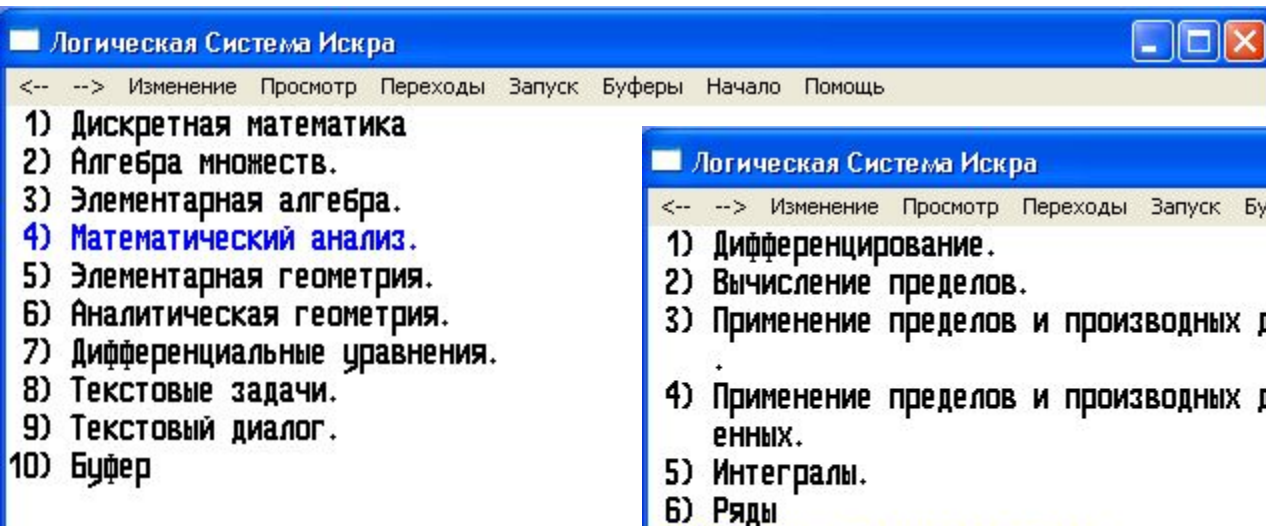
$$x^2 + 2x = 3$$
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

*Итак, ответ этого случая :  $x = -3 ; x = 1$*

**Окончательный ответ :  $x = -3 ; x = 1$**

# Логическая система Искра

(мех.-мат МГУ, кафедра Математической теории интеллектуальных систем, проф. Подколзин А.С., <http://intsys.msu.ru>)



# Mizar

Библиотека: около 1000 статей, десятки тысяч теорем, около 150 авторов

<http://mizar.org>

из статьи Seq\_2.miz

theorem Th19:

seq is convergent & seq' is convergent implies seq + seq' is convergent

proof

assume that

A1: seq is convergent and

A2: seq' is convergent;

consider g1 such that

A3: for p st  $0 < p$  ex n st for m st  $n \leq m$  holds  $\text{abs}(\text{seq}.m - g1) < p$

by A1,Def6;

consider g2 such that

A4: for p st  $0 < p$  ex n st for m st  $n \leq m$  holds  $\text{abs}(\text{seq}'.m - g2) < p$

by A2,Def6;

take  $g = g1 + g2$ ;

let p; assume

$0 < p$ ;

then A5:  $0 < p/2$  by Th3;  
     then consider  $n_1$  such that  
 A6: for  $m$  st  $n_1 \leq m$  holds  $\text{abs}(\text{seq}.m-g_1) < p/2$  by A3;  
     consider  $n_2$  such that  
 A7: for  $m$  st  $n_2 \leq m$  holds  $\text{abs}(\text{seq}'.m-g_2) < p/2$  by A4,A5;  
     take  $k = n_1 + n_2$ ;  
     let  $m$  such that  
 A8:  $k \leq m$ ;  
      $n_1 \leq n_1 + n_2$  by NAT\_1:37;  
     then  $n_1 \leq m$  by A8,XREAL\_1:2;  
 then A9:  $\text{abs}(\text{seq}.m-g_1) < p/2$  by A6;  
      $n_2 \leq k$  by NAT\_1:37;  
     then  $n_2 \leq m$  by A8,XREAL\_1:2;  
     then  $\text{abs}(\text{seq}'.m-g_2) < p/2$  by A7;  
     then A10:  $\text{abs}(\text{seq}.m-g_1) + \text{abs}(\text{seq}'.m-g_2) < p/2 + p/2$  by A9,XREAL\_1:10;  
 A11:  $\text{abs}((\text{seq} + \text{seq}').m-g) = \text{abs}(\text{seq}.m + \text{seq}'.m - (g_1 + g_2))$  by SEQ\_1:11  
      $= \text{abs}(\text{seq}.m-g_1 + (\text{seq}'.m-g_2))$ ;  
      $\text{abs}(\text{seq}.m-g_1 + (\text{seq}'.m-g_2)) \leq \text{abs}(\text{seq}.m-g_1) + \text{abs}(\text{seq}'.m-g_2)$  by  
 COMPLEX1:142;  
     hence  $\text{abs}((\text{seq} + \text{seq}').m-g) < p$  by A10,A11,XREAL\_1:2;  
 end;

# Теормат

средство для творческого изучения математического анализа, объединяет свойства обучающей программы и proof assistant;

Отличия от proof assistant :

- простой язык
- интерфейс пользователя (поле доказательства)
- разработано в МФТИ

<http://math.fizteh.ru/teormat>