

# Проект по математике

На тему:

# Системы уравнений

Выполнила: ученица 11  
класса Грибской СОШ  
Тафинцева Настя

Руководитель:  
Мякинникова О.Б.

# Обозначение.

~~Решением системы~~ называется множество уравнений, решаемых совместно.

уравнение записывается одно под другим и объединяют фигурной скобкой. Порядок уравнений не играет роли.

Например, **каждому уравнению.**

$$\begin{cases} x+y=39 \\ x-y=11 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x+3y=7 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$$

Система двух уравнений,  
из которых одно первой степени,  
а другое второй.

Система уравнений вида:

$$\begin{cases} x + y = a & \longrightarrow \text{Уравнение первой степени} \\ xy = b. & \longrightarrow \text{Уравнение второй степени} \end{cases}$$

Пусть дана система:



$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 + x + 3y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Воспользуемся способом

**ПОДСТАНОВКИ**

выразим из второго уравнения  $y$ .

Тогда уравнение 2-й степени после подстановки дает уравнение с одним неизвестным  $x$ :

$$\begin{cases} x^2 - 4y(2x-1) + 3(2x-1) = 1 \\ 2x - 1 = y \end{cases}$$



Решаем уравнение

$$x^2 - 4(2x-1)^2 + x +$$

$$3(2x-1)^2 + x + 3(2x-1) = 1$$

$$x^2 - 4(4x^2 - 4x + 1) + x + 6x - 3 = 1$$

$$x^2 - 16x^2 + 16x - 4 + x + 6x - 3 - 1 = 0$$

$$-15x^2 + 23x - 8 = 0; 15x^2 - 23x + 8 = 0$$



$$15^2 x - 23 x + 8 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{23 - 4 \times 15 \times 8} = \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = \frac{23 + 7}{30} = 1$$

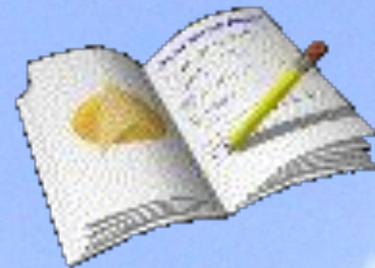
$$x_2 = \frac{23 - 7}{30} = 1/15$$



После этого из  
уравнения  $y = 2x - 1$   
находим:

$$y_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$y_2 = 2 \cdot \frac{8}{15} - 1 = \frac{1}{15}$$



**Таким образом, данная система имеет две пары решений:**

$$1) x_1 = 1, y_1 = 1;$$

$$2) x_2 = 8/15, y_2 = 1/15$$

**Ответ: ( 1; 1 ) ; (8/15 ; 1/15)**

Система двух уравнений,  
из которых каждое  
второй степени.

Пример:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x y = b \end{cases}$$

Если  $b \neq 0$ , то и  $x \neq 0$  и  $y \neq 0$ .

Поэтому мы можем, не нарушая равносильности уравнений, разделить обе части второго из них на  $x$ :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ xy = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (b/x)^2 = a \\ y = b/x \end{cases}$$

умножив обе части на  $x^2$ ,  
получим  
равносильное  
уравнение:

$$x^4 + b^2 = ax^2, \text{ т. е.}$$

$$x^4 - ax^2 + b^2 = 0.$$

Подобным же  
образом решается и  
система:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ xy = b. \end{cases}$$

Надо решить систему уравнений:

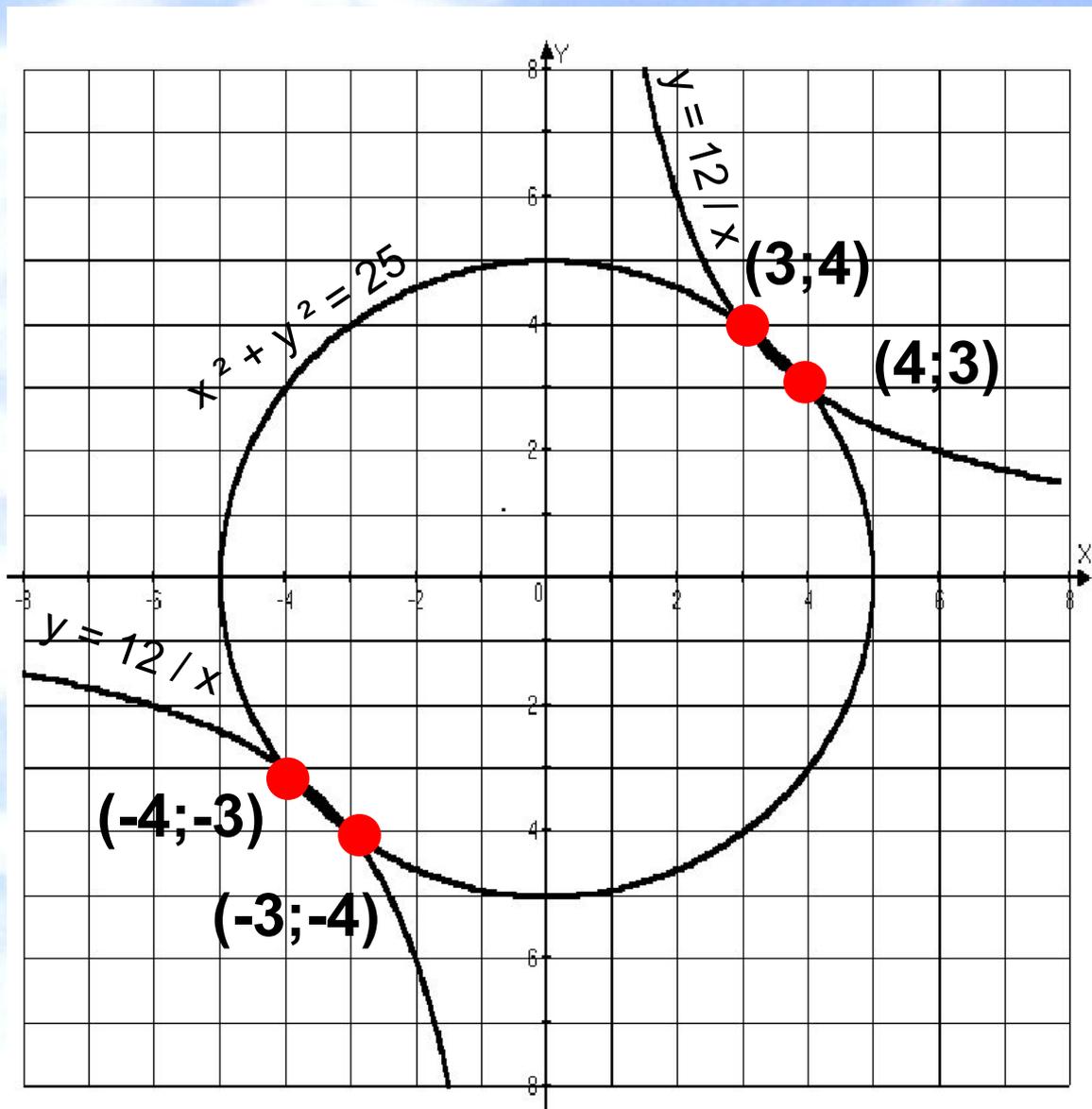
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x \cdot y = 12. \end{cases}$$

# Искусство (графический) Построим в одной координатной плоскости графики функций

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x \cdot y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = 12 / x \end{cases}$$



Из рисунка видно, что значения корней следующие:



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x \cdot y = 12. \end{cases}$$

II способ  
(аналитический)



Умножим второе уравнение на 2 и сначала сложим с первым, а затем вычтем из первого.  
Получим:

$$\begin{cases} x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 = 25 + 24, \\ x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = 25 - 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)^2 = 49, \\ (x - y)^2 = 1. \end{cases}$$

Задача сводится к системе  
линейных уравнений с двумя  
неизвестными:

$$\begin{cases} |x + y| = 7, \\ |x - y| = 1; \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

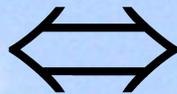
$$\left[ \begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 1; \\ x + y = -7, \\ x - y = 1; \\ x + y = 7, \\ x - y = -1; \\ x + y = -7, \\ x - y = -1. \end{cases} \right.$$

Применяя к полученным системам метод сложения (т.е. сначала сложим эти уравнения, а далее вычтем из первых –

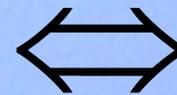
вторые), получим:

Ответу  $(4; 3)$ ;  $(-3; -4)$ ;  $(3; 4)$ ;  $(-4; -3)$

$$\begin{cases} x - y = 1; \\ x + y = -7, \\ x - y = 1; \\ x + y = 7, \\ x - y = -1; \\ x + y = -7, \\ x - y = -1. \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2x = 8; \\ 2y = 6; \\ 2x = -6, \\ 2y = -8; \\ 2x = 6, \\ 2y = 8; \\ 2x = -8, \\ 2y = -6, \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = 4, \\ y = 3; \\ x = -3, \\ y = -4; \\ x = 3, \\ y = 4; \\ x = -4, \\ y = -3, \end{cases}$$

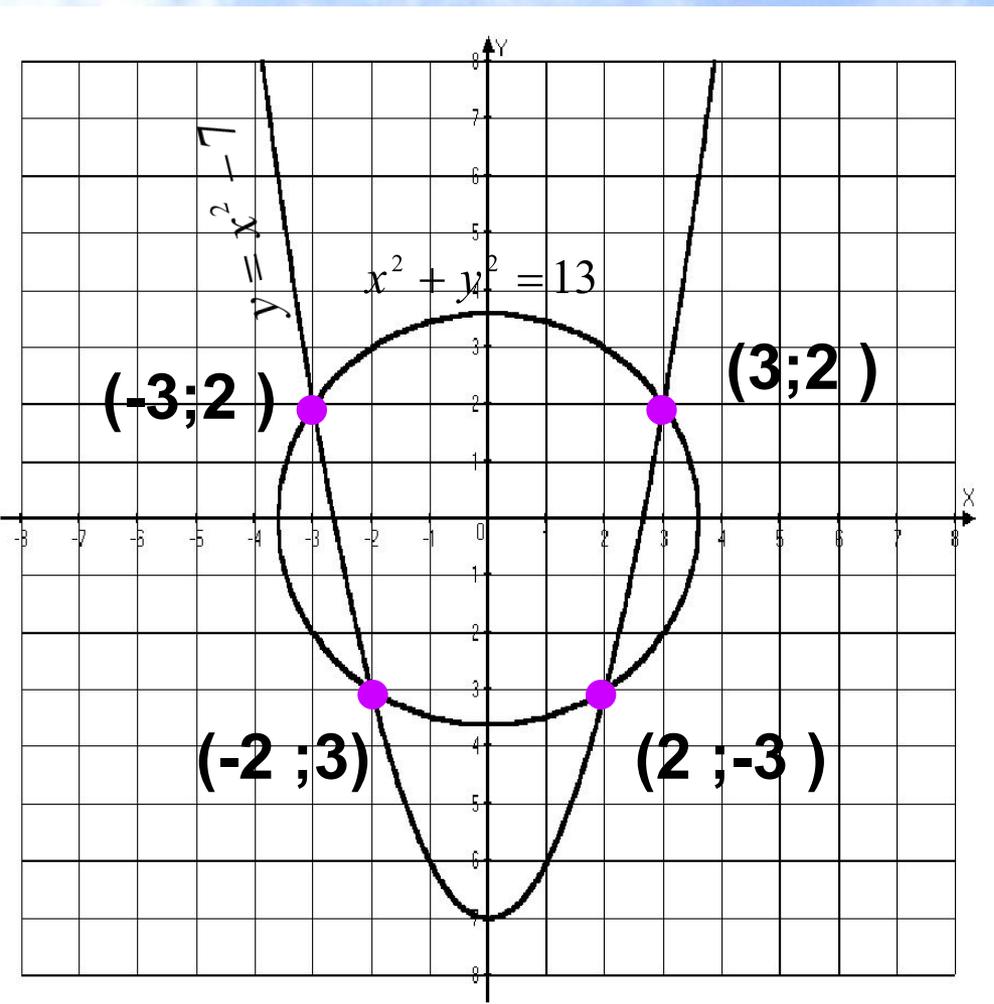
Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ y = x^2 - 7. \end{cases}$$

# Построим в одной координатной плоскости графики функций

Тестом (графический)

$$x^2 + y^2 = 13 \quad \text{и} \quad y = x^2 - 7$$



ОТВЕТ :

$(2;-3); (-2;-3); (3;2); (-3;2)$