

Системы уравнений с двумя
переменными.

Определение.

- Система уравнений с двумя переменными называется уравнение вида $ax+by+c=0$

Решением системы уравнений

- **Решением системы уравнений** является пара чисел **(a, b)** , при подстановке которой в исходную систему получаются верные тождества.

Система линейных уравнений с двумя переменными

- Замечание: Данные преобразования возможны, если $a = 0$ и $C_2 = 0$.. Аналогично можно преобразовать и второе уравнение системы.
- Система линейных уравнений с двумя переменными. Система вида
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$
 где $a_2 \neq 0$ и $a_2b_1 - a_1b_2 \neq 0$, называются системой двух линейных уравнений с двумя неизвестными.

Система линейных уравнений

- **Система линейных уравнений:**
- имеет единственное решение, если $a_2 a_1 \neq b_2 b_1$;
- имеет бесконечное множество решений, если $a_2 a_1 = b_2 b_1 = c_2 c_1$;
- не имеет решений, если $a_2 a_1 = b_2 b_1 \neq c_2 c_1$.

СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 & | \cdot 3 \\ 3x - 5y = 1 & | \cdot 2 \end{cases}$$

1. Уравнять модули коэффициентов при одной из переменных

2. Сложить или вычесть уравнения почленно

$$\begin{cases} 6x + 9y = 21 \\ -6x - 10y = 2 \\ \hline 19y = 19 \end{cases}$$

3. Решить уравнение с одной переменной и найти значение другой переменной

$$\begin{cases} y = 1 \\ 2x + 3 \cdot 1 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; 1)$$

ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ

$$\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3 \\ \frac{9}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x+y} = z, \quad \frac{1}{x-y} = t$$

$$\begin{cases} 3z + 2t = 3 \\ 9z - 2t = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{3} \\ t = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y = 3 \\ x-y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

$$3x - 4y + 12 = 0$$

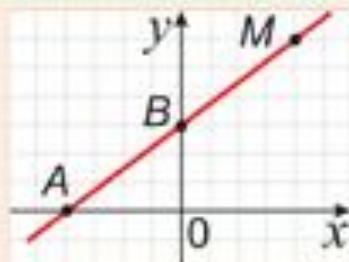
$$3 \cdot 4 - 4 \cdot 6 + 12 = 0$$

верное равенство



$(4; 6)$ – решение уравнения

$M(4; 6)$ – точка графика уравнения

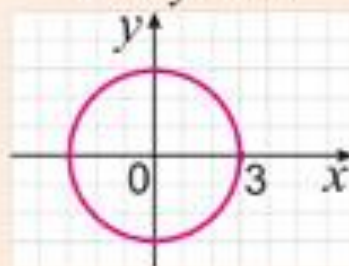


общий вид решения:

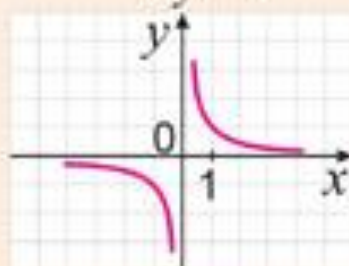
$$\left(t; \frac{3}{4}t + 3\right), t \in \mathbb{R}$$

ПРИМЕРЫ ГРАФИКОВ УРАВНЕНИЙ

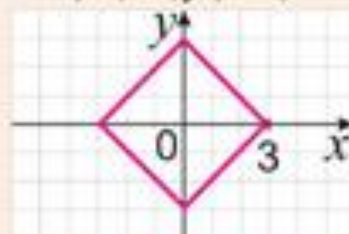
$$x^2 + y^2 = 9$$



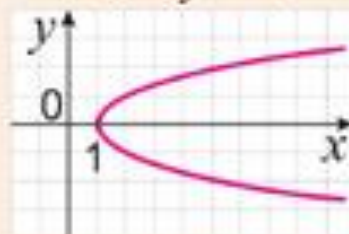
$$xy = 1$$



$$|x| + |y| = 3$$



$$x - y^2 = 1$$





Алгоритм нахождения количества системы уравнений с 2 переменными

1) Из каждого уравнения выразить y через x .

2)

Если $k_1 \neq k_2$	Графики пересекаются	Система имеет единственное решение
Если $k_1 = k_2$, $b_1 \neq b_2$	Графики параллельны	Система не имеет решений
Если $k_1 = k_2$, $b_1 = b_2$	Графики совпадают	Система имеет бесконечно много решений

Уравнение и его свойства

Определение

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных

$$ax=b$$



Линейное уравнение с
одной переменной

$$ax+by=c$$



Линейное уравнение с
двумя переменными

Свойства уравнений

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному

Systems of Equations 2.8

