

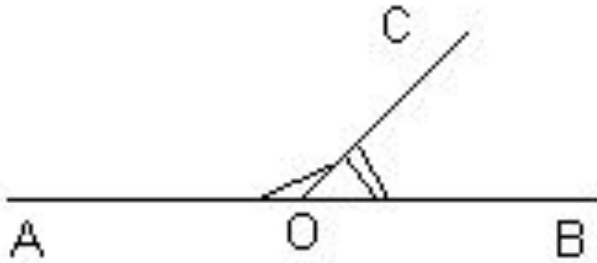


# Урок 11



## Смежные и вертикальные углы

## Определение.



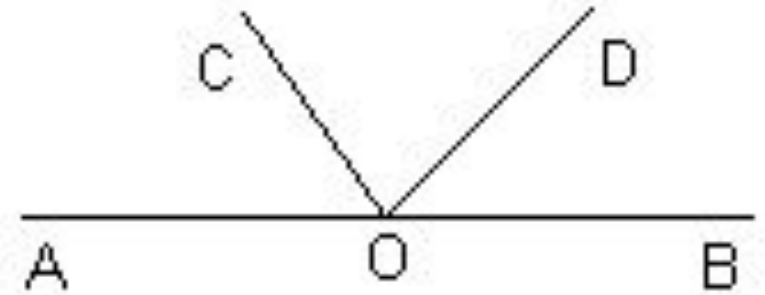
В определении смежных углов содержатся три **условия**:

- 1) угла – два;
- 2) есть общая сторона;
- 3) две другие стороны – дополнительные лучи.

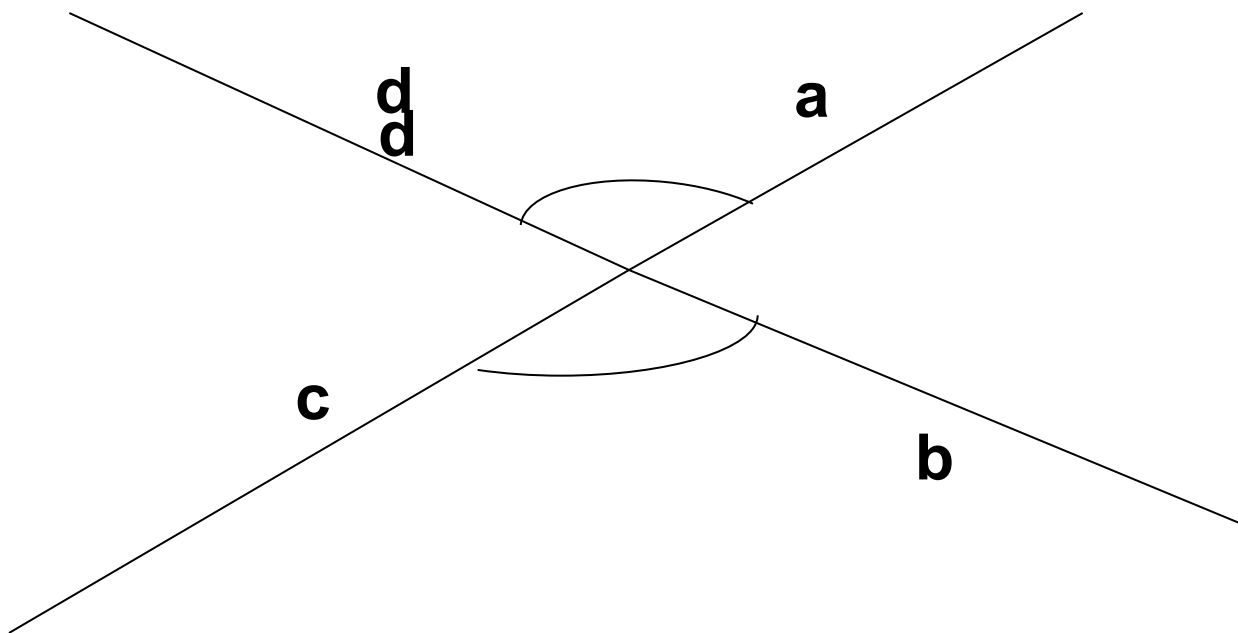
## Проведем луч OD

Являются ли смежными углы:

- а)  $\angle AOD$  и  $\angle BOD$ ;
- б)  $\angle AOC$  и  $\angle DOC$ ;
- в)  $\angle AOC$  и  $\angle DOB$ ;
- г)  $\angle AOC$ ,  $\angle DOC$  и  $\angle BOD$ ?



Дан произвольный  $\angle(ab)$ , отличный от развернутого.  
Сколько существует углов, смежных с ним?

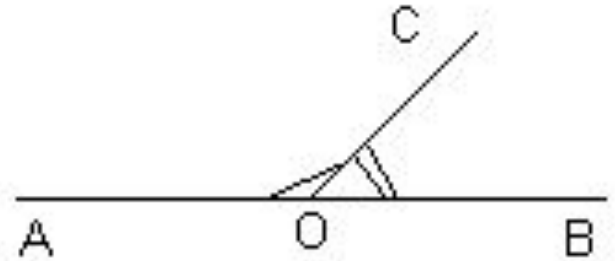


## Теорема. Сумма смежных углов равна $180^\circ$ .

Дано:  $\angle AOC$  и  $\angle BOC$  –

смежные.

Доказать:  $\angle AOC + \angle BOC =$   
 $180^\circ$



Доказательство.

- 1) Так как  $\angle AOC$  и  $\angle BOC$  – смежные, то лучи  $OA$  и  $OB$  – дополнительные, то есть,  $\angle AOB$  – развернутый, следовательно,  $\angle AOB = 180^\circ$ .
- 2)  $[OC)$  проходит между сторонами  $\angle AOB$ , значит,  $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB = 180^\circ$ ,

Перечислите определения и аксиомы, которые использованы при доказательстве теоремы, и укажите, где именно.

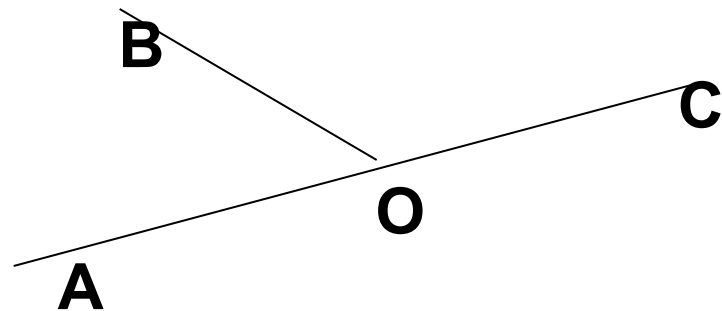
## Следствия из теоремы

- 1) Углы, смежные равным углам, равны между собой.
- 2) Угол, смежный прямому углу – прямой, смежный острому – тупой, смежный тупому – острый.  
А смежный развернутому?

Дано:  $\angle AOC$  и  $\angle BOC$  – смежные;

$$\angle BOC : \angle AOC = 11 : 25.$$

Найти:  $\angle AOC$ ;  $\angle BOC$ .



Решение.

Пусть  $x$  – коэффициент пропорциональности, тогда,  $\angle BOC = 11x^\circ$ ;  $\angle AOC = 25x^\circ$ .

Так как  $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ ,

$$\text{то } 11x + 25x = 180;$$

$$36x = 180;$$

$$x = 5.$$

Следовательно,  $\angle BOC = 55^\circ$ ;  $\angle AOC = 125^\circ$ .

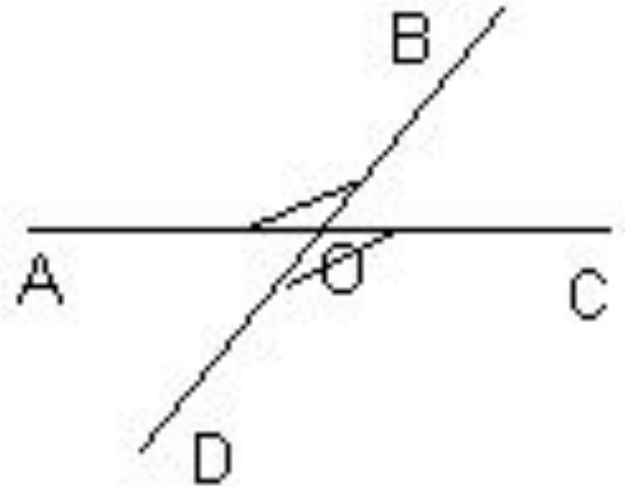
Сформулируйте утверждение,  
обратное теореме о смежных углах.  
Верно ли оно?

Станет ли оно верным, если добавить,  
что у данных углов есть общая сторона?

Что еще необходимо добавить в условие,  
чтобы оно стало верным?



# Вертикальные углы

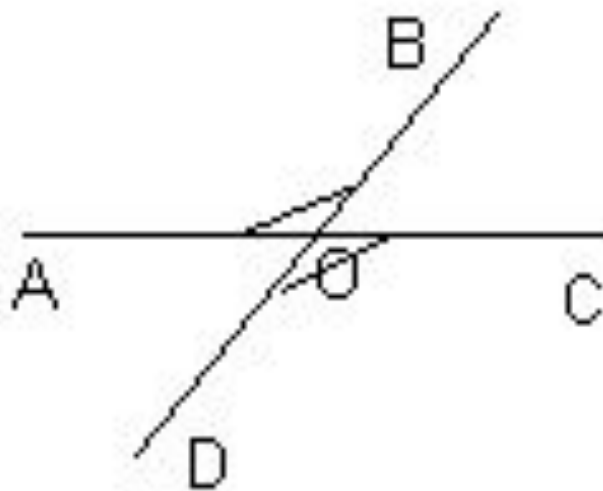


## Теорема. Вертикальные углы равны.

Дано:  $\angle AOB$  и  $\angle COD$  – вертикалы

Доказать:  $\angle AOB = \angle COD$ .

Доказательство.



Так как  $\angle AOB$  и  $\angle COD$  – вертикальны то  $[OB)$  и  $[OD)$  – дополнительные, следовательно,  $\angle AOB$  и  $\angle AOD$  – смежные.

Аналогично,  $\angle COD$  и  $\angle AOD$  – смежные.

По свойству смежных углов:

$$\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ \text{ и } \angle COD + \angle AOD = 180^\circ.$$

$$\text{Имеем: } \angle AOB = 180^\circ - \angle AOD$$

$$\text{и } \angle COD = 180^\circ - \angle AOD \blacktriangle$$

$$\text{значит, } \angle AOB = \angle COD$$

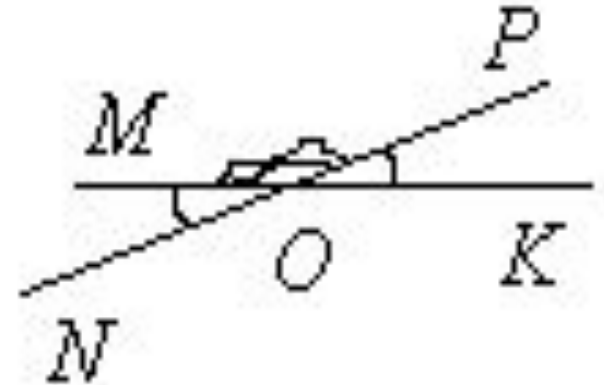
Сформулируйте утверждение,  
обратное свойству вертикальных углов.  
Верно ли оно?

Сумма трех углов (отличных от развернутого), образовавшихся при пересечении двух прямых, равна  $205^\circ$ .  
Найдите эти углы

Дано:  $(MK) \cap (PN) = O$ ;

$$\angle POK + \angle POM + \angle NOM = 205^\circ.$$

Найти:  $\angle POK$ ;  $\angle POM$ ;  $\angle NOM$ .



Решение.

Из трех данных углов два являются смежными, например,  $\angle POK$  и  $\angle POM$ .

$$\angle POK + \angle POM = 180^\circ,$$

значит,  $\angle NOM = 205^\circ - 180^\circ = 25^\circ$ .

$\angle POK = \angle NOM = 25^\circ$ , так как эти углы – вертикальные.

$$\angle POM = 180^\circ - \angle POK = 155^\circ.$$

Ответ: два угла по  $25^\circ$  и один –  $155^\circ$ .