

Содержание
«задач с параметрами»
в программе математики
средней школы
на примере учебника
А.Г. Мордковича

Учитель математики
МБОУ СОШ №95
Г. Казани
Зиннурова Л.Д.

2014г.

Нельзя утверждать, что вопрос о решении задач с параметрами не затрагивается в рамках школьного курса математики. Достаточно вспомнить школьные уравнения: $ax^2+bx+c=0$, $y=kx$, $y=kx+b$, $tgx=a$, в которых a , b , c , k не что иное, что такое параметр, в чем его отличие от неизвестного.

Рассмотрим понятие параметра.

Параметр (от греческого слова parametron - отмеривающий) - величина, значение которой служат для различения некоторого множества между собой.

Под задачами с параметрами понимают задачи, в которых технический и логический ход решения и форма результата зависят от входящих в условие величин, численные значения которых не заданы конкретно, но должны считаться известными. В математике параметры вводятся для обозначения некоторого класса объектов, обладающих общими свойствами.

Если параметру, содержащемуся в уравнении (неравенстве) придать некоторое числовое значение, то возможен один из двух случаев:

- 1) получится уравнение (неравенство), содержащее лишь данные числа и неизвестные, и не содержащие параметров;
- 2) получится условие, лишённое смысла.

В первом случае значение параметра называют *допустимым*, во втором - *недопустимым*. При решении задач допустимые значения параметров определяются из конкретного смысла. Например, для $a < 0$ значение выражения $\log_a x$ для любого x не определено.

Противоречивые характеристики параметра могут в самом начале изучения вызвать у учащихся определенные психологические трудности. В связи с этим на начальном пути знакомства с параметром очень полезно как можно чаще прибегать к наглядно-графической интерпретации полученных результатов. Это не только позволяет преодолеть естественную неуверенность ученика перед параметром, но и дает учителю возможность параллельно, в качестве пропедевтики, приучать учеников при решении задач с параметрами использовать графические приемы доказательства.

Развивающий характер уравнений и неравенств с параметрами определяется их способностью реализовывать многие виды мыслительной деятельности учащихся:

1. Выработка определенных алгоритмов мышления.
2. Умение определить наличие и количество корней в уравнении.
3. Решение семейств уравнений, являющихся следствием данного.
4. Выражение одной переменной через другую.
5. Нахождение области определения уравнения.
6. Повторение большого объема формул при решении.
7. Значение соответствующих методов решения.
8. Широкое применение словесной и графической аргументации.
9. Развитие графической культуры учащихся.

Тематический анализ учебников А.Г. Мордковича «Алгебра.» 2007г

7 класс

Учебник для 7 класса начинается с темы «Числовые и алгебраические выражения», которая содержит следующие задания №33-№35:

При каких значениях переменной имеют смысл выражения

Следующим заданием с параметрами можно называть упражнения из главы «Линейные уравнения с двумя переменными» (№827 - 831), например,

№ 828. Найдите значение коэффициента a в уравнении $ax + 5y - 40 = 0$, если известно, что решением уравнения является пара чисел:

а) $(3; 2)$; б) $(9; -1)$; в) $(1/3; 0)$; г) $(-2; 2, 4)$.

В этой же главе присутствуют задания, в которых требуется выразить одну переменную через другую (№825, №826), эти задания, как уже говорилось выше, являются своего рода задачами с параметрами.

№ 825. Дано линейное уравнение с двумя переменными. Используя его, выразите каждую из переменных через другую:

а) $3a + 8b = 24$; б) $12m - 3n = 48$

Параграф «Линейная функция и ее график» также содержит задания с параметрами, например,
№ 902. Найдите значение m , если известно, что график линейной функции

$y = -5x + m$ проходит через точку:

а) $N(1;2)$; б) $K(0,5; 4)$; в) $M(-7;8)$; г) $P(1,2;-3)$.

№907. Как расположен в координатной плоскости xOy график линейной функции

$y = kx + m$, если известно, что:

а) $k > 0, m = 0$; б) $k < 0, m = 0$?

В данном случае приведены несколько заданий с параметрами в главе «Системы двух линейных уравнений с двумя переменными», например задания:

№ 1075. Найдите значение коэффициента a в уравнении $ax + 8y = 20$, если известно, что решением этого уравнения является пара чисел:

а) $(2;1)$; б) $(-3;-2)$.

№ 1076. Дана система уравнений. Известно, что пара чисел $(5;6)$ является ее решением. Найдите значения a и b .

8 класс

В учебнике для 8 класса по теме «квадратичная функция», помещены сравнительно простые задания № 483 - № 488, связанные с графиком квадратичной функции. Например:

№ 483. Найдите значение коэффициента c , если известно, что график функции $y=x^2+4x+c$ пересекает ось ординат в точке $A(0;2)$.

Далее следует более сложные задания с похожим содержанием (№ 498 - № 503). Например:

№ 500. При каких значениях коэффициента b и c точка $A(1;-2)$ является вершиной параболы $y=x^2+bx+c$?

После данной темы рассматривается графическое решение квадратного уравнения, и даются упражнения, где параметр является правой частью уравнения (№ 518 - № 522). Например:

№ 518. При каком значении p уравнение $x^2-2x+1=p$ имеет один корень?

№ 522. При каких значениях p уравнение $x^2+6x+8=p$:

- а) не имеет корней;
- б) имеет один корень;
- в) имеет два корня?

В главе 4 «Квадратные уравнения» понятие параметра впервые появляется в условии заданий №792-795. Например:

№ 793. При каких значениях параметра p уравнение $(2p - 3)x^2 + (3p - 6)x + p^2 - 9 = 0$ является:

- а) приведенным квадратным уравнением;
- б) неполным неприведенным квадратным уравнением;
- в) неполным приведенным квадратным уравнением;
- г) линейным уравнением?

Затем в §20 «Формулы корней квадратного уравнения» в теоретической части дается определение параметра и уравнения с параметром на примере следующего уравнения:

$$x^2 - (2p + 1)x + (p^2 + p - 2) = 0.$$

Это уравнение отличается от всех рассмотренных до этих пор квадратных уравнений тем, что в роли коэффициентов выступают не конкретные числа, а буквенные выражения и считаются уравнениями с параметрами. В данном случае параметр (буква) p входит в состав второго коэффициента и свободного члена уравнения.

Когда учащиеся решают квадратные уравнения с вычислением дискриминанта, им предлагаются упражнения 820, 821, 838 - 841.

Например:

№ 838. Из данных уравнений укажите те, которые имеют два различных корня при любом значении параметра p :

а) $x^2 + px = 0$; в) $x^2 + px + 5 = 0$; б) $x^2 - px - 5 = 0$; г) $px^2 - 2 = 0$.

Эти задания сопровождаются заданиями на доказательство (№ 821, 842), например:

№ 842. Докажите, что не существует такого значения параметра p , при котором уравнение $x^2 - px + p - 2 = 0$ имело бы только один корень.

При прохождении квадратных уравнений с четным вторым коэффициентом решается упражнение:

№ 953. Решите уравнение:

а) $x^2 - 2(a - 1)x + a^2 - 2a - 3 = 0$; б) $x^2 + 2(a + 1)x + a^2 + 2a - 8$

Когда учащиеся знакомятся с теоремой Виета, выполняются упражнения № 971 и № 972.

№ 971. При каких значениях параметра p сумма корней квадратного уравнения $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0$ равно нулю?

В §35. «Решение квадратных неравенств» помещены упражнения № 1360 - 1365 с заданием решить квадратное уравнение, которое сводится к решению неравенств.

№ 1360. При каких значениях параметра p квадратное уравнение $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$:

- а) имеет два различных корня;
- б) имеет один корень;
- в) не имеет корней?

№ 1366. При каких целочисленных значениях параметра p неравенство $(x^2 - 2)(x - p) < 0$ имеет три целочисленных решения?

9 класс

В учебнике для 9 класса упражнения с параметрами приводятся сначала в § 1 «Линейные и квадратные неравенства», в № 11, 17 - 19.

№ 11. При каких значениях параметра p квадратное уравнение $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$:

- а) имеет два различных корня;
- б) имеет один корень;
- в) не имеет корней?

В § 2 «Рациональные неравенства» заданием с параметром является задание № 50: Найдите такое целое значение параметра p , при котором множество решений неравенства $x(x + 2)(p - x) \geq 0$ содержит:

- а) два целых числа; в) три целых числа;
- б) четыре целых числа; г) пять целых чисел.

В § 2 «системы рациональных неравенств» задачами с параметрами являются задачи № 85 - 87.

№ 86. Укажите все значения параметра p , при которых решением системы неравенств является промежуток: а) $(5; +\infty)$; б) $[3; +\infty)$.

Последний раз задания с параметрами встречаются в главе «Системы уравнений» (№ 117 - 119).

В данном комплекте учебников и задачников достаточно хорошо подобраны задачи с параметрами в каждом классе основной школы. В учебнике 7 класса большое внимание уделяется пропедевтике уравнений с параметрами. В учебнике для 8 класса при прохождении темы «квадратные уравнения» дается достаточно ясное определение параметра и уравнения с параметром. Но этого не достаточно для полного представления о методах решения задач с параметрами